

東海大学大学院令和6年度博士論文

平均場近似を用いた複合バリオンの
核物質と中性子星物質

指導 北林 照幸 教授

東海大学大学院 総合理工学研究科
総合理工学専攻 物理・数理科学コース

野呂 凱人

目次

1	序論	3
2	基礎理論：中性子星	6
2.1	星の一生	6
2.2	中性子星	8
3	基礎理論：クォーク模型	11
3.1	相対論的な場の理論	11
3.2	NJL 模型	18
3.3	平均場の導入	21
3.4	バリオン内部構造の記述	23
4	核物質の状態方程式	29
4.1	バリオン物質のエネルギー密度	29
4.2	星の構造決定	34
5	NJL 模型の拡張	39
5.1	6-fermi 相互作用ラグランジアン	39
5.2	8-fermi 相互作用ラグランジアン	40
5.3	4+6+8 fermi ラグランジアンとエネルギー密度	45
6	相互作用の強さ	50
6.1	有効バリオン相互作用	50
6.2	対称核物質の場合	52
6.3	中性子星物質の場合	66
7	数値計算結果	68
7.1	対称核物質	70
7.2	中性子星物質	78
7.3	6-fermi, 8-fermi 相互作用	86
8	まとめと展望	89

付録 A 積分の正則化	91
A.1 クォークの自己相互作用についての寄与	91
A.2 真空についての寄与	92
A.3 $\bar{q}q$ スカラーチャンネルのバブルダイアグラムについての寄与	92
A.4 $\bar{q}q$ ベクトルチャンネルのバブルダイアグラムについての寄与	93
付録 B 有効相互作用 (4+6 fermi)	95
謝辞	98
参考文献	99

1 序論

強く相互作用をしているバリオン系は最近の研究では興味深い対称である。なぜならば、それらの特徴がクォークが基礎であるバリオン同士の基本的な相互作用に影響を及ぼし、原子核系などのミクロ的視点から超新星や中性子星などの天体などといったマクロ的視点にまで幅広く結びつくからである。特に陽子や中性子を構築している up と down クォークや他のバリオンに含まれている strange クォークなどと言った原子核系を作り上げている粒子に大きく注目がされている。なぜならば実験技術の進歩や理論のツールが幅広くなったため、それらの相互作用や核物質、中性子星物質について調査することが可能になったからである。

理論的な観点から見ると、バリオン・バリオン相互作用は中間子交換 [1, 2] や有効場の理論 [3, 4]、量子モンテカルロ計算 [5] などに活用されている。2 体や 3 体の相互作用を表しているパラメーターは散乱についての実験データやクォーク模型といった理論からの推測、核子やハイパー核などの実験データより調整される。別の理論的なアプローチとして、非相対論的な有効クォーク模型 [6–8] はクォークレベルでのパウリの排他律に乗っ取った短距離の斥力の原理 [9] を理解するための後押しとなった。最近の研究では QCD [10, 11] からのアプローチが主流となりつつある。これらのアプローチはハイパー核 [12–14] などのバリオン系での特徴を理解するために有益な情報であり、またハイペロン・核子散乱に関する新たなデータを解析するための有益なツールである [15, 16]。

理論モデルの礎となったのは太陽の質量の 2 倍程度の重い中性子星の観測である [15–17]。中性子星物質の中のハイペロンが理由で大抵の場合に状態方程式を柔らかくする事から [18]、いろいろな模型が重い星の再現できない問題がある。この問題は「ハイペロンパズル」と呼ばれている [19]。この問題に対するレビューや提案されている解決方法に関する記事は [20, 21] にも記載されている。解決方法の多くは、バリオン特有の結合定数で描かれているベクトル中間子の交換 [22, 23] やポメロンの交換 [24]、3 体相互作用 [25–27] などの追加の斥力を導入している。他の解決方法として [28]、ハイペロンの閾値に相当する密度がそれ以下での核物質からカラー超流動クォーク物質への相転移を考慮しているものもある [29, 30]。

序論の序盤でも示した通り、核子媒質のバリオンの内部にあるクォークがバリオンや相互作用に影響を受ける。この問題の側面について幅広い密度で研究するためには、量子色力学 (QCD) に基づいた相対論的なクォーク模型が非常に便利である。クォークを 1 つの自由度として原子核現象を扱う模型に落とし込んでいるものを 2 つ紹介する。1 つ目は MIT bag 模型 [31] や Faddeev の方法 [32] を採用した Nambu-Jona-Lasinio (NJL)

模型 [33–35] に基づいて描かれた quark-meson-coupling (QMC) 模型である [36]。2 つ目はバリオンをクォーク・ダイクォークとして記述する方法である [37]。QMC 模型での自由度は湯川結合による中間子と結合したクォークであるのに対して、NJL 模型の原型ではクォーク・反クォークの束縛された状態で描かれている中間子が生成される過程があるクォークの 4-fermi 相互作用で描かれている。両方の模型がクォークレベルから核物質レベルまでの媒質効果についての研究で頻繁に活用されている [38–43]。

QMC 模型は広い意味でのハイパー核にも適用されている [44]。 Λ と Σ バリオンが核子ではより大きく束縛される傾向である事から [4, 45]、初期の計算では実験データを再現するために中間子交換による相互作用は現象論的な斥力の相互作用として導入された。時が経つと、核子の媒質中で up と down クォークの質量が密度によって減少する効果や、ストレンジクォークが一定であるときクォーク間の、グルーオン交換による超微細構造の相互作用による spin-spin correlation による影響も導入された [46]。 Λ と Σ ではスピンフレーバー上の構造の違いがあるため、核物質の密度の上昇とともに $\Sigma - \Lambda$ の質量差が大きくなると推測された。このような性質はストレンジクォークの密度が常にゼロであるハイパー核で予測されるが、中性子星物質で s クォークが含まれたバリオンが現れるとこの効果は薄れる可能性がある。

本研究では以下の 4 つの調査を行う。

- (1) NJL 模型を利用して 8 重項バリオンの内部構造を quark-diquark 構造で表現
- (2) 媒質中のバリオン間の中間子交換の有効相互作用
- (3) 平均場近似での核物質と中性子星物質の状態方程式
- (4) 数値計算による中性子星の質量

1 つ目は核媒質中の quark-diquark を内部構造として持つバリオンの性質についての調査である。このため先行研究 [47] の自由空間での 8 重項バリオンについての理論を拡張する。我々のモデルではスカラー (0^+) と軸性ベクトル (1^+) ダイクォークチャンネルに spin-spin correlation が最初から組み込まれているため、媒質中の $\Lambda - \Sigma$ の質量差の予測について十分に検証が可能である。2 つ目では Landau [48–50] と Migdal [51, 52] とそれらの相対論的な拡張 [53] によるフェルミ液体論をハイペロンが含まれる核媒質にまで拡張する。これはフェルミ液体論は様々な対称性や保存則、多体フェルミ系でのくり込み群がよく知られている事から [54–56]、何か関係しているのか調査を試みた。3 つ目では次章の (3.52) 式でも示している通り、独立な 3 つのローレンツスカラーとローレンツベクトル平均場を用いて isospin 非対称なバリオン系を一貫性のある形式で記述する。最後に、数値計算を用いて NJL 模型でのハイペロンパズルが解決できるかどうか、平均場近

似の範囲内での 6-fermi [57] と 8-fermi [58] 相互作用の状態方程式や星の質量についての振る舞いについて調査した。

本論文の残りの構成は以下の通りである。第 2 章では中性子星についての基礎知識を述べる。第 3 章では 8 重項バリオンとバリオン物質を記述するクォークの有効理論について述べる。第 4 章では 4-fermi 相互作用でのバリオン物質のエネルギー密度について述べる。第 5 章では、4-fermi 相互作用を拡張した 6-fermi と 8-fermi 相互作用も含めたバリオン物質のエネルギー密度について述べる。第 6 章では、対称核物質中のバリオンの性質と中間子交換についての有効相互作用についてフェルミ液体論を基に述べる。第 7 章では、以上の理論に基づいて構築した中性子星物質の状態方程式と星の質量についての数値計算の結果について述べる。第 8 章では、数値計算の結果を考察したあと、今後の課題について述べる。

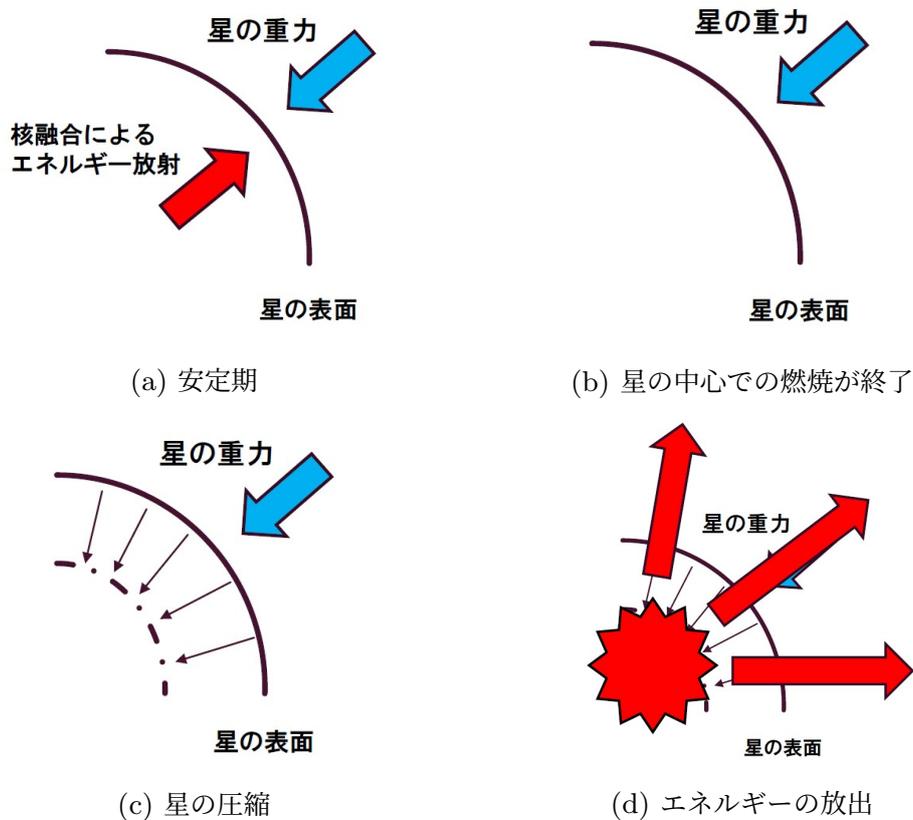


図1 星の一生、超新星爆発までの過程 (参考文献 [59] の p.331～p.337 にある文章を元に筆者作成)

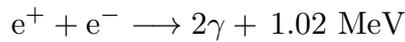
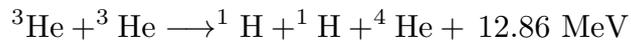
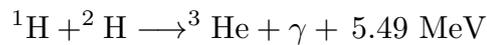
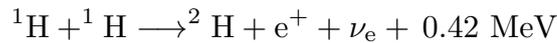
2 基礎理論：中性子星

中性子星は強重力天体の1つであり、超新星爆発後の天体が特定の質量であるときに生成される可能性がある。この章では、はじめに星(恒星)の一生について述べ、どのような過程を得て中性子星が誕生するのかを述べる。その次に観測の視点から現在浮上している問題について述べる。

2.1 星の一生

この節では、星(恒星)の一生について述べ、中性子星がどのような過程を得て誕生するのかについて述べる。図1は星の一生中に起きる主な状態について描いたものである。過程(a),(b),(c),(d)の順に星の内部構造が変化する。それぞれの過程の詳細は以下の通りである。

はじめに星の形成について述べる。宇宙空間を漂っている星間ガスや塵がある 1 カ所に集中する。このときの星間ガスや塵の主成分は水素やヘリウムである。核融合が可能なほど温度や圧力が十分に大きくなるとエネルギー放射が始まる。このエネルギー放射によるガスや塵の圧力によって星の重力による収縮と釣り合っているとき、星の中心では水素の燃焼、核融合反応によってヘリウムが生成されている。これらの反応の過程は次の通りである。



この一連の反応を pp サイクル、または pp 連鎖反応という。1 つ目の反応では、水素 ${}^1\text{H}$ 同士が核融合反応をして水素同位体 ${}^2\text{H}$ が 1 個と陽電子と電子ニュートリノとエネルギーが生成される。2 つ目の反応では、水素 ${}^1\text{H}$ と 1 つ目で生成された水素同位体 ${}^2\text{H}$ が核融合反応をしてヘリウム同位体 ${}^3\text{He}$ とガンマ線とエネルギーが生成される。3 つ目の反応では、2 つ目で生成されたヘリウム同位体 ${}^3\text{He}$ 同士で反応し水素 ${}^1\text{H}$ とヘリウム同位体 ${}^4\text{He}$ とエネルギーが生成される。4 つ目は陽電子と電子が反応することによってガンマ線とエネルギーが生成される事を表している。ここで 1 つ目の反応から 3 つ目の反応を通してヘリウム同位体 ${}^4\text{He}$ を 1 個生成されるために必要な水素原子の数が 6 個であり、その時に ${}^1\text{H}$ が 2 個生成されることから、3 つの反応を通して水素原子 ${}^1\text{H}$ は 4 個減る。この事より星の中心に存在した水素原子が徐々に減っていき、ヘリウムの割合が大きくなっていく。この水素がなくなると pp 連鎖反応が止まる。ここまでの過程で平均 10^9 年かかると言われている。

pp 連鎖反応が止まった時点で星の質量が十分でない場合はこれ以降の反応は起きず、重力によって星が圧縮され白色矮星へと変化する。星の質量が十分である場合、中心の温度と密度がさらに上昇し、ヘリウムの燃焼、核融合反応が始まる。このときの反応は次の通りである。



1 つ目の反応ではヘリウム同位体 ${}^4\text{He}$ 同士が核融合反応をしてベリリウム同位体 ${}^8\text{Be}$ が生成されるが、この同位体は非常に不安定であるためすぐヘリウム同位体 2 個へ崩壊してしまう。2 つ目の反応はヘリウム同位体 ${}^4\text{He}$ と崩壊せずに反応したベリリウム同位体 ${}^8\text{Be}$

が反応して安定な炭素 ^{12}C が生成される。この2つの反応をまとめると、



となる。上の反応よりヘリウムも次第になくなり ^{12}C が主成分の星へととなる。

星の中心の成分が ^{12}C になると一気に核融合が進み、 ^{56}Fe で束縛エネルギーが最大になるため核融合が止まりエネルギー放射がなくなる。このときの星の内部の状態は図 1(b) から図 1(c) へと移行する。図 1(b) では星の中心の主成分が ^{56}Fe となったため核融合反応によるエネルギー放射がなくなることによって星の表面に加わる力が星の重力のみになり、図 1(c) のように重力によって星の圧縮が始まる。これにより図 1(d) に示す通り星の中心の密度と温度が急激に上昇し、星が一生の間に生み出したエネルギー以上が一瞬について宇宙空間へ放出される。この現象を超新星爆発と言う。ここで宇宙空間に飛び散った物質がまた別の場所に集まり塊となり、新たな星が誕生する。また ^{56}Fe で安定であった原子核が爆発によって放出されたエネルギーによって、さらに質量数が高い原子になると言われている。

超新星爆発後に残骸として残った星は、質量が太陽質量以下である場合は白色矮星へと変化する。また太陽質量の1倍から約2.1倍の質量を持つときは中性子星へと変換し、これ以上ではブラックホールへと変化する。

2.2 中性子星

この節では中性子星についての特徴と直近の観測データについて述べる。

はじめに中性子星の特徴について述べる。中性子星の推定される内部構造を図 2 に示す。観測では未だ星の成分の直接的な観測に至っていないため、星の内部構造は数多くの模型から推定されている。星の殻の部分には主に中性子、電子から成っている。なぜならば星の核に存在した ^{56}Fe と電子が圧縮されるときに、以下の反応で中性子星の主成分が中性子になるからである。



ここで生成された電子ニュートリノは爆発の際に宇宙空間へ飛び散ってしまう。また、特に中性子でできている核物質の事を中性子過剰核と言い、原子核分野で対称エネルギーを計算するときを考える核物質の一種である。星の核(中心付近)では、殻の部分で見られた中性子と電子の他に陽子とミューオンも存在するようになる。さらに中心付近ではこれら以外にも中間子やハイペロンなどの核物質やクォークが単体で存在する可能性がある。この中心付近の成分についての調査が現在も世界中で活発に行われている。

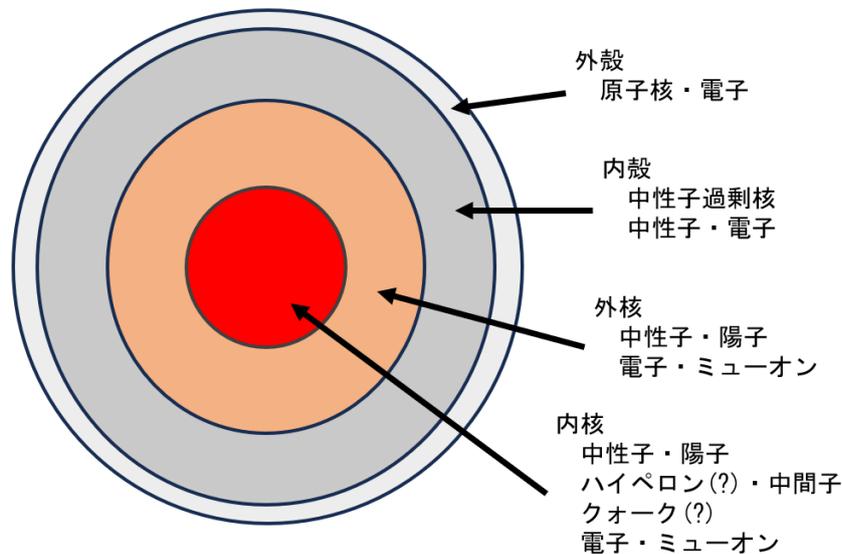


図2 中性子星の内部構造 (参考文献 [60] の p.3 の文章を元に筆者作成)

中性子星は角運動量保存則より、元の恒星の自転速度よりも遥かに早く回転している。その自転周期は数ミリ秒から数十秒である。また星自体強い磁場を持っている。ここで自転軸と磁極が一致しない場合、我々には中性子星はパルサーとして観測される。1967年に J. B. Burnell が初めてパルサー (PSR B1919+21) を観測し、1974年に A. Hewish がノーベル物理学賞を受賞した。さらに同年に J. Taylor と R. Hulse によって2つの中性子星の連星系 (PSR B1913+16) が初めて発見され、この2名は1993年にノーベル物理学賞を受賞した。

中性子星の半径は約 10 km、最大質量は約 $2.1 M_{\odot}$ とされているが、観測装置の精度の向上などが理由でこれ以上の質量を持つ中性子星も観測されており [17, 61–63]、本当の最大質量は不明である。さらに観測された星のほとんどが2つの中性子星での連星系、または白色矮星と中性子星との連星系である。この他にも最近では連星中性子星合体による重力波の観測もあり、中性子星の観測はますます注目を集めている [64, 65]。

ここからは中性子星の内部構造についての理論と観測の間に生じている矛盾点について述べる。図3は中性子星物質のハイペロンの有無によって許される中性子星の質量が変化する特徴を表した物である。横軸が中性子星の半径、縦軸が中性子星の質量である。横軸に平行に塗りつぶされている領域は、観測されている中性子星の推定される質量の領域を表す。図3では3種類の観測データを比較対象として使用しており、PSR J0740+6620 の推定質量は $2.08^{+0.07}_{-0.07} M_{\odot}$ [62]、PSR J1903+0327 の推定質量は $1.65^{+0.02}_{-0.02} M_{\odot}$ [67]、PSR

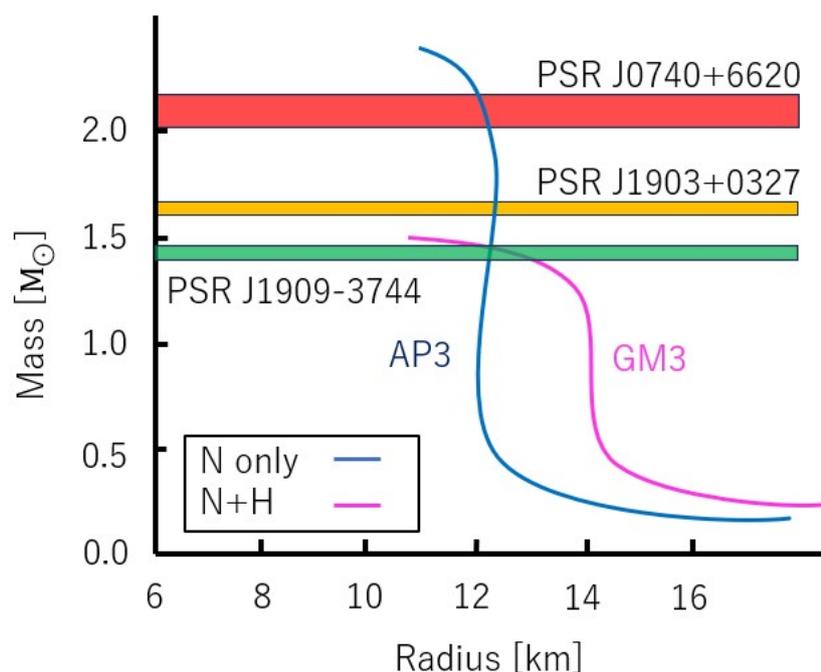


図3 理論模型に基づいた中性子星の半径と質量の関係 (参考文献 [66] の表1と図2を元に筆者作成)

J1909-3744 の推定質量は $1.438^{+0.024}_{-0.024} M_{\odot}$ である [68]。青線 (AP3) は核子のみ、ピンク線 (GM3) は核子とハイペロンの両方を考えた中性子星の構造を表したものである。青線のような模型は許される中性子星の最大質量は2太陽質量を越える。中性子星物質にハイペロンを入れると許される質量が大きく下がり、最近観測された中性子星の推定される質量領域に達しなくなる。仮に中性子星にハイペロンが存在すると仮定するのならば、この理論結果は観測値と矛盾する。この矛盾するという問題を「ハイペロンパズル」と言い、現在この問題の解決に向けての模型改良や基礎理論についての研究が活発に行われている。

3 基礎理論：クォーク模型

この章では、本研究の基礎理論である $\sigma - \omega$ 模型と、本研究で採用したクォークの有効模型の1つである Flavor SU(3) Nambu-Jona-Lasinio(NJL) 模型について述べる。3.1 節では引力と斥力効果を取りれた、原子核を相対論的に議論するために重要な模型である $\sigma - \omega$ 模型 (Walecha 模型) について述べる。3.2 節では SU(3) NJL 模型の中でも最も簡単である 4-fermi 相互作用での物理について述べる。3.3 節では SU(3) NJL 模型のラグランジアンに平均場を導入する。最後に 3.4 節ではバリオンの質量の計算方法についてファデエフの方法を用いて述べる。

3.1 相対論的な場の理論

この節では、Johnson と Teller [69]、Duerr [70]、Walecka [71] によって確立された核を場の理論として取り扱った模型について述べる。この模型では 2 個の核子とスカラー場やベクトル場との相互作用を相対論的に記述していることから、引力と斥力の両方の効果を取り入れている。Lorentz 場と Isospin 場それぞれに対応する中間子を表 1 にまとめ

表 1 相互作用の型と対応する中間子

Lorentz 場	Isospin 場	対応する中間子
スカラー	スカラー	σ
擬スカラー	ベクトル	π
ベクトル	スカラー	ω
ベクトル	ベクトル	ρ

る。この章ではまず簡単なモデルとして、 σ と ω 中間子に対応する場だけについて考えるとする。

3.1.1 スカラー場とベクトル場のラグランジアン

はじめに一番簡単な例として電荷ゼロのローレンツスカラー場およびベクトル場のラグランジアンについて述べる。スカラー中間子を考慮したスカラー場についてのラグランジアンは

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \quad (3.1)$$

と書ける。ここで m_σ はスカラー中間子の質量である。このラグランジアンをオイラー・ラグランジュ方程式

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi(x)} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} = 0 \quad (3.2)$$

へ代入すると、スピンゼロ中間子のクライン-ゴールドン方程式

$$(\square + m_\sigma^2)\sigma(x) = 0 \quad (3.3)$$

が得られる。ここで $\square = \partial_\mu \partial^\mu$ である。

次にベクトル場のラグランジアンについて述べる。ローレンツベクトル場 ω_μ とベクトル中間子を m_ω とすると、ラグランジアンは

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \quad (3.4)$$

と書ける。このベクトル場 ω_μ のスピン・パリティは 1^- である。また $\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$ である。これをスカラー場の時と同様にオイラー・ラグランジュ方程式 (3.2) 式へ代入すると、

$$(\square + m_\omega^2)\omega_\mu - \partial_\mu\partial^\nu\omega_\nu = 0 \quad (3.5)$$

が得られる。これはプロカ方程式と言う。この発散は

$$(\square + m_\omega^2)\partial^\mu\omega_\mu - \square\partial^\nu\omega_\nu = 0$$

つまり、

$$m_\omega^2\partial^\mu\omega_\mu = 0 \quad (3.6)$$

ここで質量はゼロではないので、この場は発散はゼロ。自由 ω 中間子では、 ω_μ のそれぞれのローレンツ要素はクライン-ゴールドン方程式

$$(\square + m_\omega^2)\omega_\mu = 0 \quad (3.7)$$

が成り立つ。

3.1.2 $\sigma - \omega$ 模型

この節では自由粒子 (核子) とローレンツスカラー場およびベクトル場との相互作用を考慮したラグランジアンについて考える。このようなラグランジアンの模型を $\sigma - \omega$ 模型 (Walecka 模型) という。

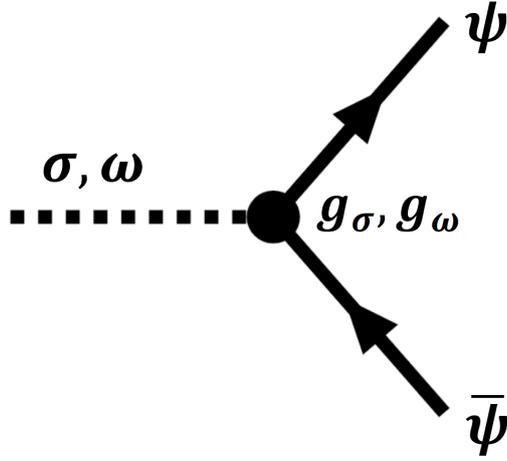


図4 核子の場 ψ とスカラー、ベクトル場の相互作用

自由粒子についてのラグランジアンと前節で述べたスカラー場とベクトル場についてのラグランジアンに、それぞれの場の相互作用を記述したラグランジアン、

$$\mathcal{L}_{int} = g_\sigma \sigma(x) \bar{\psi}(x) \psi(x) - g_\omega \omega_\mu(x) \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) \quad (3.8)$$

を加えると、新しいラグランジアンは

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_{free} + \mathcal{L}_\sigma + \mathcal{L}_\omega + \mathcal{L}_{int} \\ &= \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi \\ &\quad + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ &\quad + g_\sigma \sigma(x) \bar{\psi}(x) \psi(x) - g_\omega \omega_\mu(x) \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) \\ &= \bar{\psi} \left[i\gamma_\mu (\partial^\mu + ig_\omega \omega^\mu) - (m - g_\sigma \sigma) \right] \psi \\ &\quad + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \end{aligned} \quad (3.9)$$

となる。ここで結合定数 g_σ, g_ω は無次元であり、これは核子と σ, ω 中間子との相互作用の強さを表す。また ψ は核子の場を表す。この相互作用を表すファインマンダイアグラムを図4に示す。

前節と同様にこのラグランジアンをオイラー・ラグランジュ方程式に代入すると、

$$(\square + m_\sigma^2) \sigma(x) = g_\sigma \bar{\psi}(x) \psi(x) \quad (3.10)$$

$$(\square + m_\omega^2) \omega_\mu(x) - \partial_\mu \partial^\nu \omega_\nu(x) = g_\omega \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) \quad (3.11)$$

を得る。ベクトル場の発散は $\partial^\mu \omega_\mu = 0$ となる。また核子についてオイラー・ラグランジュ方程式を適用すると、

$$\left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu(x)) - (m - g_\sigma \sigma(x)) \right] \psi(x) = 0$$

となり、スカラー場とベクトル場、核子についての3つの非線形な方程式が求まる。

ここで相対論的な平均場近似を導入する。中間子の場を平均値へ置き換える ($\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle, \omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle$)。核子の場 $\psi(x)$ も平均値へ置き換える。これらの平均値の間には(3.10,3.11)式より以下のような関係式が成り立つ。

$$m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle = g_\sigma \langle \bar{\psi} \psi \rangle \quad (3.12)$$

$$m_\omega^2 \langle \omega_0 \rangle = g_\omega \langle \psi^\dagger \psi \rangle \quad (3.13)$$

$$m_\omega^2 \langle \omega_k \rangle = g_\omega \langle \bar{\psi} \gamma_k \psi \rangle \quad (3.14)$$

また核子の運動方程式を

$$\left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (m - g_\sigma \sigma) \right] \psi(x) = 0 \quad (3.15)$$

とする。平均場近似の核子の運動方程式は x に依らずに成立するからである。

ここで平面波の波動関数を

$$\psi(x) \rightarrow e^{-ik \cdot x} \psi(k) \quad (3.16)$$

とおくと核子の運動方程式は

$$\left[\gamma_\mu (ik^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (m - g_\sigma \sigma) \right] \psi(k) = 0 \quad (3.17)$$

である。ここで k は核子の4元運動量、

$$k \cdot x \equiv k_\mu x^\mu = k_0 t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \quad (3.18)$$

である。ここでディラック方程式の形として記述するために(3.17)式の[...]のスカラールとベクトル項について以下のように書き直す。

$$K^\mu = k^\mu - g_\omega \omega^\mu \quad (3.19)$$

$$m^*(\sigma) = m - g_\sigma \sigma \quad (3.20)$$

すると運動方程式は

$$(K - m^*) \psi(k) = 0 \quad (3.21)$$

となり、ディラック方程式の形式となった。ここで m^* は有効質量と言ひ、質量がスカラー場によって変化することを表す。ディラック固有値はディラック演算子を有理化する事で求まる。(…)に $\not{K} + m^*$ を掛けると

$$\begin{aligned} (\not{K} + m^*)(\not{K} - m^*) &= \not{K}\not{K} - m^{*2} = \gamma_\mu K^\mu \gamma_\nu K^\nu - m^{*2} \\ &= K^\mu K^\nu \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu}{2} - m^{*2} = K_\mu K^\mu - m^{*2} \end{aligned} \quad (3.22)$$

と変形でき、運動方程式は

$$(K_\mu K^\mu - m^{*2})\psi(k) = 0 \quad (3.23)$$

と変形される。左辺がゼロになるようなエネルギー K_0 は

$$K_0 = \sqrt{\mathbf{K}^2 + m^{*2}} \quad (3.24)$$

ここで運動量 k は 4 元運動量 $k \equiv (k^0, \mathbf{k})$ であり、また斥力効果を持つエネルギー固有値は

$$e(\mathbf{k}) \equiv k_0(\mathbf{k}) = K_0 + g_\omega \omega_0 \quad (3.25)$$

である。つまり 3 元運動量 \mathbf{k} の粒子と反粒子についてのエネルギー固有値は

$$e(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_0 \quad (3.26)$$

$$\bar{e}(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) - g_\omega \omega_0 \quad (3.27)$$

ここでエネルギー $E(\mathbf{k})$ は

$$E(\mathbf{k}) \equiv K_0 = \sqrt{(\mathbf{k} - g_\omega \boldsymbol{\omega})^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2} \quad (3.28)$$

となる。(3.28) 式はエネルギーがベクトル場とスカラー場に依存することを表している。

次に基底状態の媒質中の核子の場の平均値について述べる。単粒子のときの平均値を $\langle \bar{\psi} \Gamma \psi \rangle_{\mathbf{k}, \kappa}$ とすると、多粒子系での系の演算子の平均値は

$$\langle \bar{\psi} \Gamma \psi \rangle = \sum_{\kappa} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \langle \bar{\psi} \Gamma \psi \rangle_{(\mathbf{k}, \kappa)} \Theta[\mu - e(\mathbf{k})] \quad (3.29)$$

ここで κ は spin-isospin の全ての状態、 $\Theta(x)$ は階段関数である。($x \geq 0$ で $\Theta(x) = 1$ をとり、それ以外ではゼロとなる。) Γ は ψ 間の相互作用バーテックス、 μ はフェルミエネルギー (場合によっては化学ポテンシャル) である。

次に上式の単粒子の固有値の決定の方法について述べる。バーテックス Γ はハミルトニアンの中に残ることを利用して、様々な演算子が場に作用する時の固有値や平均値について見ていく。運動方程式 (3.17) 式に対応したディラックハミルトニアン H_D は

$$H_D = \gamma_0 \left[\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} + g_\omega \boldsymbol{\gamma}_\mu \omega^\mu + m^* \right] \quad (3.30)$$

であり、このときの単核子のハミルトニアンの期待値は

$$(\psi^\dagger H_D \psi)_{(\mathbf{k}, \kappa)} = K_0(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_0 \quad (3.31)$$

である。(3.31) 式の左辺を任意の変数 η について微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (\psi^\dagger H_D \psi)_{(\mathbf{k}, \kappa)} = (\psi^\dagger \frac{\partial H_D}{\partial \eta} \psi)_{(\mathbf{k}, \kappa)} + k_0(\mathbf{k}) \frac{\partial}{\partial \eta} (\psi^\dagger \psi)_{(\mathbf{k}, \kappa)} \quad (3.32)$$

となる。ここで $\psi(\mathbf{k})$ は規格化されていることから (3.32) 式の右辺の第 1 項のみが残る。つまり第 2 項の $(\psi^\dagger \psi)_{(\mathbf{k}, \kappa)}$ の部分は定数であることがわかる。規格化も考慮すると、

$$(\psi^\dagger \psi)_{(\mathbf{k}, \kappa)} = 1 \quad (3.33)$$

となる。このことを用いて平均値 $\langle \psi^\dagger \psi \rangle$ を求める。上式を (3.29) 式へ代入し、 $\eta = g_\omega \omega^0$ とおいて積分をすると、

$$\begin{aligned} \langle \psi^\dagger \psi \rangle &= 4 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \Theta[\mu - e(\mathbf{k})] \\ &= \frac{4}{2\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 dk \\ &= \frac{2k_f^3}{3\pi^2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

となる。ここで k_f はフェルミ運動量である。平均値 $\langle \psi^\dagger \psi \rangle$ は密度 ρ に相当する事を用いると、密度は

$$\rho = \frac{2k_f^3}{3\pi^2} \quad (3.35)$$

と表される。つまり、核子の密度は平均値 $\langle \psi^\dagger \psi \rangle$ を計算した結果、(3.35) 式を利用すればよい。

同様な方法でスカラー場についての平均値 $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ も求める。ディラックハミルトニアンより、 $\eta = m$ とおくとスカラー場は

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{(\mathbf{k}, \kappa)} = \frac{\partial E(k)}{\partial m} \quad (3.36)$$

と書ける。よって平均値 $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ は、

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle &= 4 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{\partial E(k)}{\partial m} \Theta[\mu - e(\mathbf{k})] \\ &= \frac{4}{2\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 \frac{m - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}} dk \end{aligned} \quad (3.37)$$

となる。さらに積分が可能であるが、ここではこの先はあまり重要でないためあえてここで計算を止めておく。また、このようなスカラー場の平均値はスカラー密度 ρ_s と呼ぶことがある。つまり、

$$\rho_s = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 \frac{m - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}} dk \quad (3.38)$$

である。

ここまで求めた2つの平均値を運動方程式 (3.12)~(3.14) 式へ代入すると、

$$g_\sigma \sigma = \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma} \right)^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_f} k^2 \frac{m - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2}} dk \quad (3.39)$$

$$g_\omega \omega_0 = \left(\frac{g_\omega}{m_\omega} \right)^2 \rho \quad (3.40)$$

$$\omega_k = 0 \quad (3.41)$$

となる。このとき (3.41) 式より物理系全体が静止する場合（静止系）のみで成り立つ。これらの結果を基にして本研究では質量についてのギャップ方程式を立てていく。

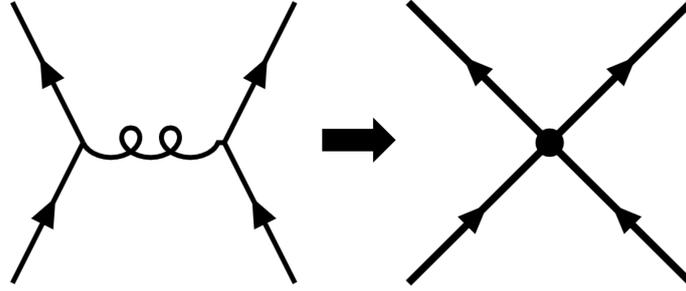


図 5 NJL 模型のイメージ

3.2 NJL 模型

この節では、前節の模型を基にクォークの有効理論である Flavor SU(3) Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型について述べる。クォーク同士の相互作用を通常考えるときは、図 5 の左側のように量子色力学 (QCD) に従ってクォーク間でグルーオンの交換を考える。このときのグルーオン交換ポテンシャルは

$$\frac{\alpha_s(q^2)}{q^2} \quad (3.42)$$

で表される。また $\alpha_s(q^2)$ は running 結合定数である。

このグルーオンの運動量は小さくなるとき $\alpha_s(q^2)$ は大きくなる。(このことは閉じ込めを表す非摂動的な効果であり、infrared enhancement と言う [72]。) NJL 模型では、(3.42) 式を近似的に定数 (4 体フェルミ結合定数) で表し、グルーオン交換ポテンシャルを contact 相互作用で置き換える。

NJL 模型の主な利点を 3 点挙げる。1 点目は核子や中間子などのハドロンをクォークの束縛状態として記述が可能な点である。後程紹介するが本研究でもこの特徴を用いる。2 点目は核物質や核子をクォークレベルで記述可能な点である。3 点目は高密度で強く相互作用をしている系について記述が可能な点である。これは中性子星物質や超新星物質の研究に特化している。

一番単純な 4-fermi 相互作用を含めた Flavor SU(3) NJL ラグランジアンは

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{q}(i\not{\partial} - \hat{m})q \\ & + G_\pi [(\bar{q}\lambda_a q)^2 - (\bar{q}\lambda_a \gamma_5 q)^2] \\ & - G_v [(\bar{q}\lambda_a \gamma^\mu q)^2 + (\bar{q}\lambda_a \gamma^\mu \gamma_5 q)^2] \\ & + \mathcal{L}_{I,qq}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

である [47]。第 1 項は up, down, strange クォークについての運動項である。ここで $q = (q_u, q_d, q_s)$ のクォーク場、 \hat{m} はカレントクォーク質量行列の対角成分 (m_u, m_d, m_s) を表す。第 2 項は $\bar{q}q$ チャンネルのスカラーと擬スカラー相互作用についての項である。ここにスカラー中間子 (σ 中間子や δ 中間子など) についての記述が入ってくる。また λ_α は第ゼロ成分、 $\lambda_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}\mathbf{1}$ も含めたゲルマン行列である。第 3 項は $\bar{q}q$ チャンネルのベクトルと軸性ベクトル相互作用についての項である。ここにベクトル中間子 (ω 中間子や ρ 中間子など) についての記述が入ってくる。最終項の $\mathcal{L}_{I,qq}$ は qq チャンネルの中のカイラル不変相互作用ラグランジアンであり、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,qq} = & G_S \left[\left(\bar{q} \gamma_5 C \lambda_a \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma_5 \lambda_a \lambda_A^{(C)} q \right) \right. \\ & \left. - \left(\bar{q} C \lambda_a \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \lambda_a \lambda_A^{(C)} q \right) \right] \\ & + G_A \left[\left(\bar{q} \gamma_\mu C \lambda_s \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma_\mu \lambda_s \lambda_A^{(C)} q \right) \right. \\ & \left. + \left(\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 C \lambda_a \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma^\mu \gamma_5 \lambda_a \lambda_A^{(C)} q \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.44)$$

で表される。これはバリオンの内部構造をクォーク・ダイクォーク束縛された状態を記述している。本研究ではダイクォークをスカラー表示 (0^+) と軸性ベクトル表示 (1^+) に分けて表すファデエフの方法 [47, 73] を使う。また中性子星物質のような isospin 対称性が破れている場合を考えるが、真空では isospin 対称性は保たれているとする。スカラー、擬スカラー項に、ベクトル、軸性ベクトル項にかかっている 4-fermi の結合定数は G_π, G_v で表している。ラグランジアン (3.43) 式の相互作用項は $SU(3)_L \otimes SU(3)_R \otimes U(1)_V \otimes U(1)_A$ 対称性を持っている。QCD では軸性アノマリーとして知られている $U(1)_A$ 対称性の破れは NJL 模型では 6-fermi 相互作用に関係がある。この 6-fermi 相互作用の影響は 8-fermi 相互作用と一緒に第 5 章にて議論する。

ここからは (3.43) 式を展開する。スカラー、擬スカラー、ベクトル、軸性ベクトル項の部分のラグランジアンをそれぞれ $\mathcal{L}_s, \mathcal{L}_{ps}, \mathcal{L}_v, \mathcal{L}_{pv}$ と置く。

スカラー項のラグランジアン \mathcal{L}_s は以下で表される。

$$\mathcal{L}_s = G_\pi (\bar{q} \lambda_a q)^2 \quad (3.45)$$

はじめに $a = 0$ も含めて全てのゲルマン行列の要素で和を取る。

$$\begin{aligned}
\sum_{a=0}^8 (\bar{q}\lambda_a q)^2 &= \sum_{a=0,3,8} (\bar{q}\lambda_a q)^2 + \sum_{b=1,2,4,5,6,7} (\bar{q}\lambda_b q)^2 \\
&= \frac{2}{3} \left((\bar{u}u)^2 + (\bar{d}d)^2 + (\bar{s}s)^2 \right) + \left((\bar{u}u)^2 + (\bar{d}d)^2 \right) \\
&\quad + \frac{1}{3} \left((\bar{u}u)^2 + (\bar{d}d)^2 + 4(\bar{s}s)^2 \right) + \sum_{b=1,2,4,5,6,7} (\bar{q}\lambda_b q)^2 \\
&= 2 \left((\bar{u}u)^2 + (\bar{d}d)^2 + (\bar{s}s)^2 \right) + \sum_{b=1,2,4,5,6,7} (\bar{q}\lambda_b q)^2 \tag{3.46}
\end{aligned}$$

ここではあえて $a = 0, 3, 8$ と $b = 1, 2, 4, 5, 6, 7$ で分けている。これは $\bar{q}\lambda_b q$ の期待値はゼロとなり平均場近似の範囲内に寄与しないので a の部分しか残らないためである。参考までに $a = 0$ も含めたゲルマン行列 λ_a を以下でまとめる。

$$\begin{aligned}
\lambda_0 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

以上のことを踏まえると \mathcal{L}_s は平均場近似の範囲内に以下のようになる。

$$\mathcal{L}_s = 2G_\pi (\bar{q}q)^2 \tag{3.47}$$

次に、クォーク場 $\bar{q}q$ を古典場 $\langle \bar{q}q \rangle$ と量子場 $: \bar{q}q :$ に分けて記述する。

$$\bar{q}q = \langle \bar{q}q \rangle + : \bar{q}q : \tag{3.48}$$

これを (3.47) 式へ代入すると

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_s &= 2G_\pi \left[\langle \bar{q}q \rangle + : \bar{q}q : \right]^2 \\
&= 2G_\pi \left[\langle \bar{q}q \rangle^2 + 2\langle \bar{q}q \rangle (: \bar{q}q :) + (: \bar{q}q :)^2 \right] \\
&= 2G_\pi \langle \bar{q}q \rangle^2 + 4G_\pi \langle \bar{q}q \rangle ((\bar{q}q) - \langle \bar{q}q \rangle) + (: \bar{q}\lambda_a q :)^2 \\
&= \bar{q} \left[4G_\pi \langle \bar{q}q \rangle \right] q - 2G_\pi \langle \bar{q}q \rangle^2 + (: \bar{q}\lambda_a q :)^2 \tag{3.49}
\end{aligned}$$

となる。同様の方法で λ_0 を含む擬スカラー、ベクトル、軸性ベクトル場についても変形すると、 \mathcal{L}_{ps} , \mathcal{L}_v , \mathcal{L}_{pv} は、平均場近似の範囲内に

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ps} &= -\bar{q}\gamma_5 \left[4G_\pi \langle \bar{q}\gamma_5 q \rangle \right] q + 2G_\pi \langle \bar{q}\gamma_5 q \rangle^2 - G_\pi (: \bar{q}\lambda_a \gamma_5 q :)^2 \\ \mathcal{L}_v &= -\bar{q}\gamma^\mu \left[4G_\pi \langle \bar{q}\gamma^\mu q \rangle \right] q + 2G_v \langle \bar{q}\gamma^\mu q \rangle^2 - G_v (: \bar{q}\lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \\ \mathcal{L}_{pv} &= -\bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 \left[4G_\pi \langle \bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 q \rangle \right] q + 2G_v \langle \bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 q \rangle^2 - G_v (: \bar{q}\lambda_a \gamma^\mu \gamma_5 q :)^2\end{aligned}$$

となる。よって最終的に (3.43) 式は以下のように変形される。

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \bar{q}(i\cancel{\partial} - \hat{m})q + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_{ps} + \mathcal{L}_v + \mathcal{L}_{pv} \\ &= \bar{q} \left[i\cancel{\partial} - \hat{m} + 4G_\pi \langle \bar{q}q \rangle - \gamma_5 (4G_\pi \langle \bar{q}\gamma_5 q \rangle) - \gamma^\mu (4G_v \langle \bar{q}\gamma^\mu q \rangle) - \gamma^\mu \gamma_5 (4G_v \langle \bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 q \rangle) \right] q \\ &\quad - 2G_\pi (\langle \bar{q}q \rangle^2 - \langle \bar{q}\gamma_5 q \rangle^2) + 2G_v (\langle \bar{q}\gamma^\mu q \rangle^2 + \langle \bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 q \rangle^2) + \mathcal{L}_{I,\bar{q}q} + \mathcal{L}_{I,qq}\end{aligned}\quad (3.50)$$

上式の $\mathcal{L}_{I,\bar{q}q}$ は各項の量子場についての記述を表している。

$$\mathcal{L}_{I,\bar{q}q} = G_\pi \left[(: \bar{q}\lambda_a q :)^2 - (: \bar{q}\lambda_a \gamma_5 q :)^2 \right] - G_v \left[(: \bar{q}\lambda_a \gamma^\mu q :)^2 + (: \bar{q}\lambda_a \gamma^\mu \gamma_5 q :)^2 \right] \quad (3.51)$$

この項は本研究では中間子の質量や崩壊定数の計算時に役割を果たしている。

3.3 平均場の導入

この節では、(3.50) 式に平均場近似を導入する。ここで平均場としてスカラー場 σ_α と 4次元ベクトル場 ω_α^μ を導入する。ただし擬スカラー場と軸性ベクトル場についての平均場は作れない。

$$\sigma_\alpha = 4G_\pi \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle, \quad \omega_\alpha^\mu = 4G_v \langle \bar{q}_\alpha \gamma^\mu q_\alpha \rangle. \quad (3.52)$$

スカラー、ベクトルについてのラグランジアン \mathcal{L}_s , \mathcal{L}_v は

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_s &= \bar{q}(i\cancel{\partial} - \hat{m})q + \bar{u}\sigma_u u + \bar{d}\sigma_d d + \bar{s}\sigma_s s - \frac{\sigma_u^2}{8G_\pi} - \frac{\sigma_d^2}{8G_\pi} - \frac{\sigma_s^2}{8G_\pi} \\ &= \bar{q}(i\cancel{\partial} - m_{q_\alpha} + \sigma_\alpha)q - \frac{\sigma_\alpha^2}{8G_\pi} \\ &= \bar{q}(i\cancel{\partial} - M_\alpha)q - \frac{\sigma_\alpha^2}{8G_\pi}\end{aligned}\quad (3.53)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_v &= -(\bar{u}\gamma^\mu \omega_{\mu,u} u + \bar{d}\gamma^\mu \omega_{\mu,d} d + \bar{s}\gamma^\mu \omega_{\mu,s} s) + \frac{\omega_u^2}{8G_v} + \frac{\omega_s^2}{8G_v} + \frac{\omega_s^2}{8G_v} \\ &= -\bar{q}\gamma^\mu \omega_{\mu,\alpha} q + \frac{\omega_\alpha^{\mu 2}}{8G_v}\end{aligned}\quad (3.54)$$

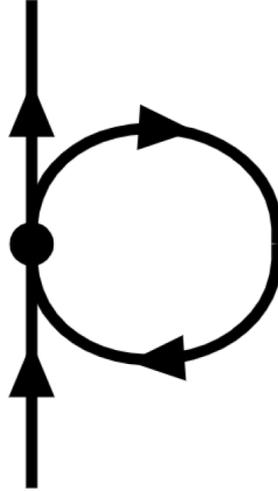


図 6 クォークの自己相互作用 (4-fermi)

となる。ここでそれぞれのクォークの構成質量は

$$M_\alpha = m_\alpha - \sigma_\alpha \quad (3.55)$$

と置いている。この関係式をギャップ方程式と言う。非相対論的なモデルでは核子の質量がクォークの質量の3倍であることが直感的にわかる。しかし格子 QCD の計算でクォークの質量 m_α を計算すると 5 MeV 程度であり、これを3倍しても核子の質量に到底及ばない。そこで図6のように、 σ_α にクォーク α の自己相互作用を取り入れる。これを式で表すと

$$\sigma_\alpha = -48G_\pi M_\alpha \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - M_\alpha^2} \quad (3.56)$$

となるので、ギャップ方程式 (3.55) 式は

$$M_\alpha = m_\alpha + 48G_\pi M_\alpha \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - M_\alpha^2} \quad (3.57)$$

となる。2つのラグランジアンについてまとめると、平均場近似の範囲内に

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_v \\ &= \sum_{\alpha=u,d,s} \bar{q}_\alpha (i\not{\partial} - M_\alpha - \gamma^\mu \omega_\mu) q_\alpha - \sum_{\alpha=u,d,s} \frac{\sigma_\alpha^2}{8G_\pi} + \sum_{\alpha=u,d,s} \frac{\omega_\alpha^2}{8G_v} \end{aligned} \quad (3.58)$$

となる。

3.4 バリオン内部構造の記述

ファデエフ方程式への静的近似によって記述している quark-diquark 模型は、isospin 対称 ($M_u = M_d$) の場合の 8 重項バリオンについては論じられている [47, 73]。本研究でも真空では isospin 対称であるので、カレントクォークの質量は $m_u = m_d \equiv m$ 、構成クォーク質量は $M_{u0} = M_{d0} \equiv M_0$ である。ただし中性子星物質のような isospin 非対称系では、有効クォーク理論の領域では媒質での isospin 対称性の自発的破れ ($M_u \neq M_d$) について議論する必要がある。この節では、質量を M_u, M_d, M_s と全て独立な要素で表した時の 8 重項バリオンの書き方についての要点について述べる。

qq チャンネルでのカイラル不変な相互作用ラグランジアンは

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,qq} = & G_S \left[\left(\bar{q} \gamma_5 C \lambda_a \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma_5 \lambda_a \lambda_A^{(C)} q \right) \right. \\ & \left. - \left(\bar{q} C \lambda_a \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \lambda_a \lambda_A^{(C)} q \right) \right] \\ & + G_A \left[\left(\bar{q} \gamma_\mu C \lambda_s \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma_\mu \lambda_s \lambda_A^{(C)} q \right) \right. \\ & \left. + \left(\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 C \lambda_a \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma^\mu \gamma_5 \lambda_a \lambda_A^{(C)} q \right) \right] \end{aligned} \quad (3.59)$$

で表される。ここで λ_a ($a = 2, 5, 7$) はゲルマンフレーバー行列の反対称行列であり、また λ_s ($s = 0, 1, 3, 4, 6, 8$) は対称行列である。 $\lambda_A^{(C)}$ ($A = 2, 5, 7$) はゲルマン色行列の反対称行列であり、これは diquark についての色 $\bar{3}$ 要素に対応している。また色 6 要素について記述しているダイクォークチャンネルの相互作用項も存在するが、色がないバリオンには寄与しないため省略している。 $C = i\gamma_2\gamma_0$ は電荷共役行列を表す。(3.59) 式の第 1 行はスカラーダイクォーク (0^+) チャンネル、第 2 行は擬スカラーダイクォーク (0^-) チャンネル、第 3 行は軸性ベクトルダイクォーク (1^+) チャンネル、そして第 4 行はベクトルダイクォーク (1^-) チャンネルの相互作用を表している。先行研究 [47, 73] と同様な方法、つまり非相対論的な類似点から支配的であるスカラーと軸性ベクトルダイクォークチャンネルの 2 つに限定し、相互作用ラグランジアンを以下のようにする。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{qq} = & G_S \left(\bar{q} \gamma_5 C t_a \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma_5 t_a^\dagger \lambda_A^{(C)} q \right) \\ & + G_A \left(\bar{q} \gamma_\mu C t_s \lambda_A^{(C)} \bar{q}^T \right) \left(q^T C^{-1} \gamma_\mu t_s^\dagger \lambda_A^{(C)} q \right) \end{aligned} \quad (3.60)$$

ここで $t_a \equiv (t_{[ud]}, t_{[us]}, t_{[ds]})$ は 3 つの反対称と反ハミルトニアンによる 3×3 のフレーバー行列であり、また $t_s \equiv (t_{\{ud\}}, t_{\{us\}}, t_{\{ds\}}, t_{\{uu\}}, t_{\{dd\}}, t_{\{ss\}})$ は 6 つの対称でハミル

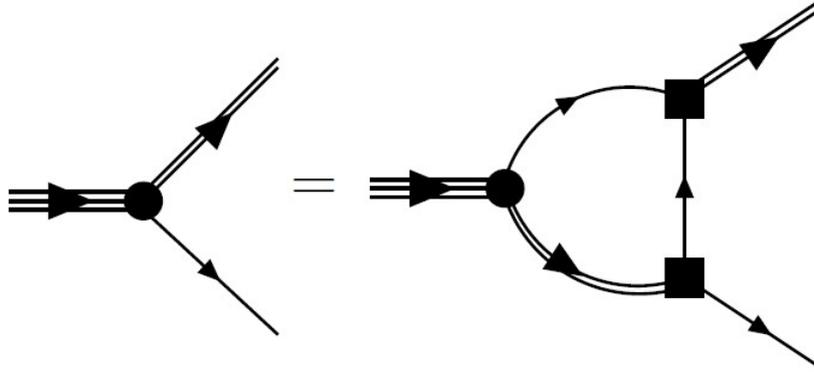


図7 ファデエフ方程式を表すファインマンダイアグラム

トニアンに準ずる 3×3 のフレーバー行列である。例として $t_{[ud]}$ は

$$t_{[ud]} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

で表され、これはフレーバー反対称な組み合わせなので $[ud]$ と表している。 $t_{[us]}$, $t_{[ds]}$ は同様な方法で定義されており、これも反対称な組み合わせなので $[us]$, $[ds]$ と表している。対称行列 $t_{\{ud\}}$ は $t_{[ud]}$ と同じ構造であるが、 $(2,1)$ の要素の符号が逆転しており、これはフレーバー対称な組み合わせなので $\{ud\}$ と表している。 $t_{\{us\}}$, $t_{\{ds\}}$ も同様な方法で定義しており、これもフレーバー対称な組み合わせなので $\{us\}$, $\{ds\}$ と表している。最後に $t_{\{uu\}}$, $t_{\{dd\}}$, $t_{\{ss\}}$ 行列はそれぞれ対称となる行列要素、 $(1,1)$ 、 $(2,2)$ 、 $(3,3)$ が定数 $\sqrt{2}$ であり、その他の要素はゼロである。

ここで、与えられたバリオンのファデエフのバーテックス関数を X_i^a と置く。 a はダイクォークのチャンネル ($a = [ud], \dots, \{ss\}$)、 i はバリオンに含まれているダイクォークではない3つ目のクォークを表す。例として、陽子をダイクォーク・クォークチャンネルの形で表す方法は3種類あり、 $[ud]u$, $\{ud\}u$, $\{uu\}d$ である。ファデエフ方程式のバーテックス関数 $X_i^a(p, q)$ は、運動量 q を持つクォークに束縛された状態のバリオンの運動量 p 、ダイクォークの運動量 $p - q$ であることを用いると、

$$X_i^a(p, q) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} Z_{ij}^{ab} S_j(k) \tau_{(ki)}^{bc} (p - k) X_j^c(p, k) \quad (3.61)$$

と表す。これを表すファインマンダイアグラムを図7に示す。

またクォーク交換カーネル Z_{ij}^{ab} は以下で定義する。

$$Z_{ij}^{ab} = -3\Lambda^b \left(t^b S(k+q-p) t^{a\dagger} \right)_{ij} \Lambda^a \quad (3.62)$$

ここで定数 -3 はカラー 1 重項の投影からであり、さらに電荷共役行列の性質より $CS^T(k)C^{-1} = S(-k)$ を用いた。ディラック行列 Λ はスカラーダイクォークチャンネル ($a = [ud], [us], [ds]$) では $\Lambda^a = \gamma_5$ 、軸性ベクトルダイクォーク ($a = \{ud\}, \{us\}, \{ds\}, \{uu\}, \{dd\}, \{ss\}$) では $\Lambda^a = \gamma^\mu \gamma_5$ で定義される。(3.61) 式の $\tau_{(ki)}^{bc}$ はダイクォークのフレーバーの対角成分 $\tau_{(ki)}^{bc} = \delta_{bc} \tau_{(ki)}^b$ を表し、さらに $\tau_{(ki)}^b$ は相互作用しているクォークフレーバー k, i を持っているダイクォークチャンネル b の t 行列を表す。よってスカラーダイクォークチャンネルでは $\tau_{(ki)}^b \equiv \tau_{[ki]}$ であり、 $[ki] = [ud], [us], [ds]$ と表す。また軸性ベクトルダイクォークチャンネルでは $\tau_{(ki)}^b \equiv \tau_{\{ki\}}$ であり、 $\{ki\} = \{ud\}, \{us\}, \{ds\}, \{uu\}, \{dd\}, \{ss\}$ と表す。ダイクォークの t 行列 $\tau_{[ki]}, \tau_{\{ki\}}^{\mu\nu}$ の形式は [47, 73] より、

$$\tau_{[ki]} = \frac{4iG_s}{1 + 2G_s \Pi_{[ki]}(q^2)} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\{ki\}}^{\mu\nu} &= \frac{4iG_a}{1 + 2G_a \Pi_{\{ki\}}^T(q^2)} \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \\ &+ \frac{4iG_a}{1 + 2G_a \Pi_{\{ki\}}^L(q^2)} \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \end{aligned} \quad (3.64)$$

であり、さらにバブルダイアグラムは以下のように記述される。

$$\begin{aligned} \Pi_{[ki]}(q^2) &= 6i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_5 S_k(k) \gamma_5 S_i(k+q)] \\ \Pi_{\{ki\}}^T(q^2) \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \Pi_{\{ki\}}^L(q^2) \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} &= 6i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma^\mu S_k(k) \gamma^\nu S_i(k+q)] \end{aligned} \quad (3.65)$$

ここで S 行列、 $S_q(k) = [k - M_q + i\varepsilon]^{-1}$ は構成クォークのプロパゲーターである。(3.62) 式の (...) 内の項 S は、対角要素 $S_k = (S_u, S_d, S_s)$ を持つ 3×3 の対角行列のクォークプロパゲーターである。

ここまでは、スカラーと軸性ベクトルダイクォークチャンネルに限定した 2 体 t 行列の ladder 近似を記述した NJL 模型内のファデエフの方法にを説明した。本研究で利用したクォーク・ダイクォーク模型では、クォーク交換カーネル (3.62) 式内で $S \rightarrow -\frac{1}{M}$ と置き換えた。この近似はクォーク交換カーネルの運動量依存を無視することを意味し、これをファデエフカーネルの静的近似と言う [74]。この近似では、(3.61) 式のバーテックス関数

X_i^a が全運動量 p にのみ依存する。この積分は $S_j(k)\tau_{(ki)}^{bc}(p-k)$ のみにかかり、最終的にクォークへの崩壊に関する物理的ではない閾値を防ぐ proper-time の方法で正則化を行う。

バーテックス関数のディラック構造も分析することができる。陽子を例として議論する。3つの相互作用チャンネルをベクトル表示へ変化させると以下のように書ける。

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} X_u^{[ud]}(p) \\ X_u^{\{ud\}}(p) \\ X_d^{\{uu\}}(p) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha_1[ud]u \\ \left(\alpha_2 \frac{p^\mu}{M_p} + \alpha_3 \gamma^\mu\right) \gamma_5 \{ud\}u \\ \left(\alpha_4 \frac{p^\mu}{M_p} + \alpha_5 \gamma^\mu\right) \gamma_5 \{uu\}d \end{pmatrix} u_p(p) \quad (3.66)$$

ここで $u_p(p)$ は陽子の質量 M_p のディラックスピノールである。これを (3.61) 式へ代入することによって、係数 α_i の同次方程式が導かれ、さらに陽子の質量 $M_p = M_p(M_u, M_d)$ を得る。

他の 8 重項バリオンでも (3.66) 式と同じような形式でバーテックス関数を記述することができる。例えば $|\Sigma^0\rangle$ は、 $|\Sigma^+\rangle$ に isospin 下降演算子 T_- を作用させることによってフレーバーの構造を得ることができる。

$$|\Sigma^0\rangle = \begin{pmatrix} X_d^{[us]}(p) \\ X_u^{[ds]}(p) \\ X_d^{\{us\}}(p) \\ X_u^{\{ds\}}(p) \\ X_s^{\{ud\}}(p) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha_1[us]d \\ \alpha_2[ds]u \\ \left(\alpha_2 \frac{p^\mu}{M_{\Sigma^0}} + \alpha_4 \gamma^\mu\right) \gamma_5 \{us\}d \\ \left(\alpha_5 \frac{p^\mu}{M_{\Sigma^0}} + \alpha_6 \gamma^\mu\right) \gamma_5 \{ds\}u \\ \left(\alpha_7 \frac{p^\mu}{M_{\Sigma^0}} + \alpha_8 \gamma^\mu\right) \gamma_5 \{ud\}s \end{pmatrix} u_{\Sigma^0}(p) \quad (3.67)$$

ここで $u_{\Sigma^0}(p)$ は質量 M_{Σ^0} を持つディラックスピノールである。留意点として、 Σ^0 には $[ud]s$ の構造は持っていない。さらに、 Σ^\pm では存在した $[uu], [dd]$ についての記述は $[uu] = [dd] = 0$ のため消える。

Λ について議論するためには、まず $|\Xi^0\rangle$ に s クォークが d クォークになるような U-スピン上昇演算子 U を作用させる ($U_+ |\Xi^0\rangle$)。そして $|\Sigma^0\rangle$ に直交化することによって、

$$|\Lambda\rangle = \begin{pmatrix} X_s^{[ud]}(p) \\ X_d^{[us]}(p) \\ X_u^{[ds]}(p) \\ X_d^{\{us\}}(p) \\ X_u^{\{ds\}}(p) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha_1[ud]s \\ \alpha_2[us]d \\ \alpha_3[ds]u \\ \left(\alpha_4 \frac{p^\mu}{M_\Lambda} + \alpha_5 \gamma^\mu\right) \gamma_5 \{us\}d \\ \left(\alpha_6 \frac{p^\mu}{M_\Lambda} + \alpha_7 \gamma^\mu\right) \gamma_5 \{ds\}u \end{pmatrix} u_\Lambda(p) \quad (3.68)$$

ここで $u_\Lambda(p)$ は質量 M_Λ を持つディラックスピノールである。また留意点として、 Λ には $\{ud\}s$ のようなフレーバーの構造を持っていない。

本研究では 8 重項バリオンの質量はクォークの構成質量の関数になる必要がある。中性子星物質のような isospin 非対称系では、isospin 対称性が破れていることは自明であるが、電荷対称性はバリオンの isospin の z 成分と構成クォークの isospin z 成分の符号を同時に逆転させることによって保たれる。よって 8 重項バリオンの質量は以下のようにそれぞれ独立な関数として表すことができる。

$$\begin{aligned} M_p &= M_p(M_u, M_d), & M_{\Sigma^+} &= M_{\Sigma^+}(M_s, M_u), & M_{\Xi^+} &= M_{\Xi^+}(M_s, M_u) \\ M_{\Sigma^0} &= M_{\Sigma^0}(M_s, M_u, M_d) = M_{\Sigma^0}(M_s, M_d, M_u) \\ M_{\Lambda} &= M_{\Lambda}(M_s, M_u, M_d) = M_{\Lambda}(M_s, M_d, M_u) \end{aligned} \quad (3.69)$$

さらに残りのバリオンも同様に記述が可能である。

$$M_n = M_p(M_d, M_u), \quad M_{\Sigma^-} = M_{\Sigma^+}(M_s, M_d), \quad M_{\Xi^0} = M_{\Xi^+}(M_s, M_d) \quad (3.70)$$

10 重項バリオンのバーテックス関数と質量は同様の方法で計算される。ここでは軸性ベクトルダイクォークチャンネル (対称の組み合わせ $\{q_1 q_2\}$) のみ寄与されるため、バリオンのバーテックスに可能なディラック・ローレンツ構造の可能性は 1 つに限定される。この限定されたスピノールは Rarita-Schwinger スピノール $u^\mu(p, S_b)$ と言われる。

本研究では、ラグランジアン (3.43) 式の結合定数 G_S, G_A の値は真空での核子の質量 $M_N = 0.94 \text{ GeV}$ とデルタバリオンの質量 $M_\Delta = 1.232 \text{ GeV}$ を再現するように決めた。またストレンジクォークの真空の質量を Ω バリオンの観測値 $M_\Omega = 1.67 \text{ GeV}$ を再現するように決定した。この結果、

$$G_S = 8.76 \text{ GeV}^{-2} \quad G_A = 7.36 \text{ GeV}^{-2} \quad M_s = 0.562 \text{ GeV} \quad (3.71)$$

となる。8 重項バリオンの質量の計算結果は表 3 に示した通りである。 Δ と Ω 以外の 10 重項バリオンの質量は $M_{\Sigma^*} = 1.38 \text{ GeV}$ 、 $M_{\Xi^*} = 1.53 \text{ GeV}$ と計算された。K 中間子の質量は 4-fermi 結合では 0.43 GeV となり観測値を下回った。観測値を再現するためには M_s の値をさらに大きくする必要がある。本研究ではバリオンに注目しているため、中間子の質量の再現は今後の課題とする。

ダイクォークの質量について述べる。スカラーダイクォーク $l, l' = u, d$ は $M^{[u']} = 0.768 \text{ GeV}$ 、 $M^{[ls]} = 0.902 \text{ GeV}$ 、また軸性ベクトルダイクォークの質量は $M^{\{u'\}} = 0.929 \text{ GeV}$ 、 $M^{\{ls\}} = 1.04 \text{ GeV}$ 、 $M^{\{ss\}} = 1.15 \text{ GeV}$ である。

最後に (3.71) 式で与えられている G_S, G_A は先行研究であるフレーバー SU(2) の場合とは別の値を取っている [75]。そこでの G_S と G_A はそれぞれ自由核子の質量とその軸性ベクトル結合定数 $g_A = 1.26$ を再現するように値を取った。(3.71) 式の値より G_S は

大きくなり、 G_A は小さくなる。よって、参考文献 [75] ではスカラーダイクォークの質量が小さくなるために媒質中のスカラーダイクォークチャンネルがより支配的になる。媒質中でのこの強い引力は vector-isovector $q\bar{q}$ チャンネルによる強い斥力によって自然と打ち消される。なぜならフレーバー SU(2) では相互作用ラグランジアンのカイラル対称性を壊さずに平均場近似中で対称エネルギーを再現できるからである。結果として、[75] での中性子星物質の状態方程式からの圧力と星の質量についての計算結果は後に示す図 17、18 の solid-line と同等になる。

本研究では、 $N - \Delta$ の質量差を再現することが不可欠であることが判明した。なぜならスピンに依存するダイクォークの相関が、真空での $N - \Delta$ の質量差に制約されている場合の $\Sigma - \Lambda$ の質量差がどのように密度に依存するのか調査が本研究の重要な調査項目の 1 つであるためである。(3.71) 式で求めた g_A の値は、今回の研究では観測値より 15% 程度大きい。今後の課題として、ダイクォークチャンネルを加えることによって核子の質量、デルタバリオンの質量と g_A を同時に再現できる結合定数についての調査である。

4 核物質の状態方程式

この章では、前章で求めたラグランジアンを利用して核物質のエネルギー密度の求め方を示す。はじめにエネルギー密度と圧力の関係について述べる。熱力学第1法則より、エネルギーの全微分は

$$dE = TdS + \sum_i \mu_i dN_i - PdV \quad (4.1)$$

である。これを両辺積分を実行すると、

$$E = TS + \sum_i \mu_i N_i - PV \quad (4.2)$$

となる。本研究では中性子星の温度はゼロとするため $T = 0$ であり、さらに両辺体積で割ると

$$\mathcal{E} = \sum_i \mu_i n_i - P \quad (4.3)$$

となる。ここで \mathcal{E} はエネルギー密度、 μ_i は粒子 i の化学ポテンシャル、 n_i は数密度、 P は圧力である。ラグランジアンからエネルギー密度を求めた後に (4.3) 式を用いて圧力を求める。次節 4.1 ではラグランジアンから求めたエネルギー密度の詳細について述べる。また 4.2 節では中性子星の内部構造を非相対論的視点と相対論的視点の両視点で述べる。

4.1 バリオン物質のエネルギー密度

この節では、ラグランジアン (3.58) 式から求めた平均場近似でのバリオン物質のエネルギー密度 \mathcal{E} を求める。基本的に、真空の構成クォークを背景としたスカラーとベクトル平均場内に内部構造を持ったバリオンが運動していると考えればよい [37]。この考え方は quark-meson coupling(QMC) 模型 [36, 76] と非常に似ているが、本研究では中間子も複合粒子として考えている。バリオンのフェルミ運動の式は

$$\begin{aligned} & 2 \sum_b \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \varepsilon_b(k) n_b(k) \\ &= 2 \sum_b \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} E_b(k) n_b(k) + \rho_\alpha \omega_\alpha^0 \\ &\equiv \mathcal{E}_B + \rho_\alpha V_\alpha^0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

と書ける。ここでそれぞれのバリオンのエネルギー $\varepsilon_b(k)$ は

$$\varepsilon_b(k) = \sqrt{\mathbf{k}_b^2 + M_b^2} + \sum_{\alpha=u,d,s} n_{\alpha/b} V_\alpha^0 \equiv E_b(k) + \rho_\alpha \omega_\alpha^0 \quad (4.5)$$

で定義する。 $n_{\alpha/b}$ はバリオンの b 中に含まれるクォーク α の数であり、 $\vec{k}_b = \vec{k} - n_{\alpha/b}\vec{\omega}_\alpha$ である。さらに M_b はバリオンの有効質量を表す。これはクォーク・ダイクォーク束縛状態を解いて有効クォーク質量 M_u, M_d, M_s の3つの変数を持った関数として表したものである。 $n_b(k)$ はバリオン b のフェルミ分布関数、 ρ_α はクォークの数密度、およびバリオン b の数密度と $\rho_\alpha = \sum_b n_{\alpha/b}\rho_b$ の関係がある。これ以降の式でフレーバーノテーション α がついている物理量は、右辺 (あるいは左辺) で2回以上が出ているときは up, down, strange の3種類のクォークについての和を取る。逆に1回のみ出てくる場合は和は取らないものとする。中性子星物質を考える際は化学平衡下にあるレプトン (e, μ) のフェルミ気体についても考慮する。平均場近似を用いた全エネルギー密度は以下のようになる。

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{vac} - \frac{\omega_\alpha^2}{8G_v} + \rho_\alpha \omega_\alpha^0 + \mathcal{E}_B + \mathcal{E}_l \quad (4.6)$$

ここで第1項は構成クォークの真空エネルギー密度である。

$$\mathcal{E}_{vac} = 6i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \ln \frac{k^2 - M_\alpha^2}{k^2 - M_{\alpha 0}^2} + \frac{\sigma_\alpha^2}{8G_\pi} - \frac{\sigma_{\alpha 0}^2}{8G_\pi} \quad (4.7)$$

下付きの0は真空での値を意味している。(4.7)式をそのまま積分すると発散してしまうため、正則化をする必要がある。詳細は第7章と付録Aにて解説する。

あるバリオン密度のスカラールとベクトル場は変分原理

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \sigma_\alpha} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \omega_\alpha^\mu} = 0 \quad (4.8)$$

によって決定する。ベクトルポテンシャルについては、以下の関係式が成り立つ。

$$V_\alpha^\mu = \omega_\alpha^\mu = 4G_v j_\alpha^\mu = 4G_v n_{\alpha/b} j_b^\mu \quad (4.9)$$

ここで j_α^μ はフレーバー α のカレント、 j_b^μ はバリオンのカレントを表し、以下のように時間成分と空間成分に分かれる。

$$j_b^\mu = \left(\rho_b, 2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\mathbf{k}_b}{E(k_b)} n_b(k) \right) \quad (4.10)$$

この空間成分については後の章で改めて説明する。また(4.9)式はベクトル平均場の定義、(3.52)式と一致する。(4.8)式のスカラール平均場の最小化を行うには数値計算が必要である。ただし以下のような関係式を導入することによって少し計算が簡単になる。

$$\sigma_\alpha = 4G_\pi \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial m_\alpha} = 4G_\pi \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial M_\alpha} \quad (4.11)$$

ここで1つ目の等式は一般的な Feynman-Hellman の定理と呼ばれている。2つ目の等式が成り立つのは (4.6) 式の第1項や (4.4) 式の \mathcal{E}_B でもあるようにエネルギー密度はカレントクォーク質量 m_α ではなく構成クォーク質量 M_α として表しているからである。

ここからは中性子星物質の状態方程式を計算するために必要な情報について述べる。まず中性子星物質は、8重項バリオン ($p, n, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Lambda, \Xi^0, \Xi^-$) とレプトン2種類 (e, μ) が含まれると仮定する。全系が静止状態 ($\vec{\omega}_\alpha = 0$) のとき、バリオンのフェルミエネルギーを、(4.5) 式に k としてバリオン b のフェルミ運動量 (p_b) を代入すれば、

$$\varepsilon_p = E_p(p_p) + 2\omega_u + \omega_d, \quad \varepsilon_n = E_n(p_n) + \omega_u + 2\omega_d \quad (4.12)$$

$$\varepsilon_{\Sigma^+} = E_{\Sigma^+}(p_{\Sigma^+}) + 2\omega_u + \omega_s, \quad \varepsilon_{\Sigma^0} = E_{\Sigma^0}(p_{\Sigma^0}) + \omega_u + \omega_d + \omega_s, \quad \varepsilon_{\Sigma^-} = E_{\Sigma^-}(p_{\Sigma^-}) + 2\omega_d + \omega_s \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_\Lambda = E_\Lambda(p_\Lambda) + \omega_u + \omega_d + \omega_s \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_{\Xi^0} = E_{\Xi^0}(p_{\Xi^0}) + \omega_u + 2\omega_s, \quad \varepsilon_{\Xi^-} = E_{\Xi^-}(p_{\Xi^-}) + \omega_d + 2\omega_s \quad (4.15)$$

となる。またレプトンのフェルミエネルギーは、

$$\varepsilon_e = \sqrt{p_e^2 + m_e^2}, \quad \varepsilon_\mu = \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} \quad (4.16)$$

である。ただし電子の質量 m_e は他の粒子と比較して非常に小さいため、本研究では $m_e = 0$ としている。

中性子星物質の状態方程式を数値的に解くためには、中性子星の環境に適した条件を状態方程式に課さなければならない。その条件を以下にまとめる。

- 化学平衡条件
- 星の電気的中性条件

これらの詳細については次節以降で述べる。この2つの条件から導かれる連立方程式を数値的に解き、バリオン数密度ごとの各種バリオンとレプトンの数密度を決定する。そして各構成クォーク M_α ごとにエネルギー密度の最小値を探索し、エネルギー密度が一番の最小値を取る (M_s, M_d, M_u) の組み合わせをそのバリオン数密度でのエネルギー密度とする。

4.1.1 化学平衡条件

ここでは中性子星などの特殊な環境で成り立つ化学平衡について述べる。ハイペロンはより安定なエネルギー状態の低い方向へ崩壊する。その際は弱い相互作用に従って崩壊す

る。例えば Λ の崩壊モードの代表例として以下が挙げられる。

$$\begin{aligned}\Lambda &\rightarrow p\pi^- \rightarrow p\mu^- \bar{\nu}_\mu \\ \Lambda &\rightarrow n\pi^0 \rightarrow n\gamma\gamma\end{aligned}$$

また中性子も β 崩壊をするので、

$$n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$$

となる。ここで中性子星特有の環境についての条件を適用する。中性子星とは超高密度な天体が故に崩壊過程の逆過程と同じ比率で発生すると考えられる。それぞれの状態のとき粒子の化学ポテンシャルを考えると、崩壊の逆過程が発生したときの化学ポテンシャルの関係式は

$$\mu_\Lambda = \mu_n$$

と書ける。この関係式を化学平衡の式という。ただし崩壊した結果生成された(反)ニュートリノは星の外へ飛び出したとする。この弱い相互作用のプロセスを残りの粒子にも適用する。化学平衡の式を一般化すると、

$$\mu_i = B_i \mu_n - Q_i \mu_e \quad (4.17)$$

となる。ここで i は 8 重項バリオンとレプトンを表す。また B_i は粒子 i のバリオン数、 Q_i は電荷を表す。この式を用いて 8 重項バリオンの化学平衡式を記述すると以下のようになる。

$$\mu_{\Sigma^+} = \mu_p = \mu_n - \mu_e, \quad \mu_{\Sigma^0} = \mu_\Lambda = \mu_{\Xi^0} = \mu_n, \quad \mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_e \quad (4.18)$$

またレプトンの化学平衡式は

$$\mu_\mu = \mu_e \quad (4.19)$$

である。ここでの化学ポテンシャルはバリオンフェルミエネルギーに同等である ($\mu_i = \varepsilon_i$) と考えているので、上記 2 式は両方ともベクトル平均場も入っているバリオンフェルミエネルギーについての式 ((4.12) ~ (4.15) 式) で記述することができる。

4.1.2 中性子星の荷電中性条件

ここでは中性子星の荷電中性条件について述べる。中性子星は主に中性子で構成されているが、中性子以外の物質 (陽子、ハイペロン、レプトン、中間子など) もわずかだが存在するため正味電荷がゼロになるとは限らない。星の正味電荷と同じ符号の陽子に働くクー

ロン斥力が星の重力による力よりも小さくなければ、陽子は星から弾き出されてしまう。陽子が星から飛び出ないような条件は

$$\frac{(Z_{net}e)e}{R^2} \leq \frac{GMm}{R^2} < \frac{G(Am)m}{R^2} \quad (4.20)$$

である。ここで Z_{net} , R , M は中性子星の正味電荷と半径と質量、 m は陽子の質量、 e は素電荷、 A は中性子星の中のバリオン数である。(4.20) 式より $M < Am$ であり、これは星の質量は重力による束縛によって A 個の陽子の質量より小さくなるからである。重力単位系 ($G = 1$) を考えるとき (4.20) 式を両辺 R^2 で掛け変形すると関係式、

$$\frac{Z_{net}}{A} < \left(\frac{m}{e}\right)^2 \quad (4.21)$$

を得る。ここから具体的な評価として (4.21) 式の右辺に、陽子の質量 $m = 938$ MeV、素電荷 $e^2 = \frac{197}{137} \sim 1.44$ MeVfm を代入すると、

$$\frac{Z_{net}}{A} < \frac{(938)^2}{1.44} \frac{[\text{MeV}^2]}{[\text{MeV fm}]} \sim 6.11 \times 10^5 [\text{MeV fm}^{-1}] \quad (4.22)$$

単位変換 $1 \text{ MeV} = 1.3234 \times 10^{-55} \text{ cm}$ 、 $1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ cm}$ を用いると

$$\frac{Z_{net}}{A} < 10^{-36} \quad (4.23)$$

となる。(4.23) 式より陽子が星から弾き出されないためには、陽子当たりの正味電荷の上限値が 10^{-36} となり非常に小さい値を取るためためゼロとして見ることができる。

ここまでの議論を本研究の中性子星物質に適用させる。中性子星の正味電荷密度 ρ_Q としたとき、 Q_i , ρ_i を粒子 i (=baryon, lepton) の電荷、密度を用いて表すと、

$$\begin{aligned} \rho_Q &= \sum_i Q_i \rho_i \\ &= \sum_b Q_b \rho_b - \rho_e - \rho_\mu = 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

となる。

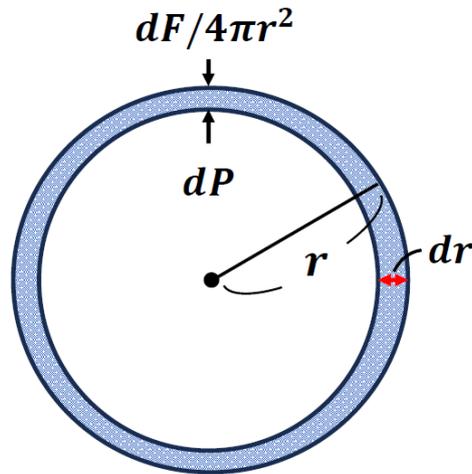


図 8 非相対論的な星の内部構造

4.2 星の構造決定

この節では、中性子星の内部構造を決定するために必要な情報について述べる。はじめに非相対論的な方法を用いて星の内部構造の求め方の方針を述べ、その後に相対論な方法へ拡張する。

4.2.1 非相対論的な星の内部構造の決定

ここでは非相対論的な方法を用いて星の内部構造の記述方法について述べる。前提条件として、星はどのような状態でも (たとえ自転速度が早くても) 球対称であり、星の内部構造が一様である (星のある部分に質量が寄っていない) とする。図 8 のように、星の中心から半径 r に厚さ dr の球殻を考える。球殻の部分の質量 dm は

$$dm = \rho(r)dV = 4\pi r^2 \rho(r) dr \quad (4.25)$$

である。ここで $r, \rho(r)$ は球殻の半径と質量密度である。 dV は球殻の体積であり、 dr が十分に小さいときは半径 r の球の表面積に相当するため $dV = 4\pi r^2 dr$ である。

この星が重力によって崩壊せずに平衡状態を保つために、星の重力と内部からのフェルミ圧力や核物質やクォーク物質の強い相互作用による圧力が平衡であるとする。半径 r の星の表面に一様に重力が加わるとき、ある微小領域の星内部からの圧力 dP と星の重力 dF は釣り合っているため、

$$dP = \frac{dF}{4\pi r^2} \quad (4.26)$$

である。この星の重力 dF は、

$$dF = -\frac{Gm(r)dm}{r^2} \quad (4.27)$$

で表される。ここで G は万有引力定数である。(4.26) 式に (4.27) 式と (4.25) 式を代入すると

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho(r)}{r^2} \quad (4.28)$$

となる。この式がニュートン力学に基づいた非相対論的な重力平衡の式である。

4.2.2 相対論的な星の内部構造の決定

この節では、星の周辺の重力による時空の歪みについても考慮した相対論的な重力平衡の式について述べる。重力とは時空の歪みそのものであることを 1916 年にアインシュタインによって提唱され [77]、このことが一般相対性理論としてまとめられている。一般相対性理論より、重力場について記述したアインシュタイン方程式は

$$G^\mu{}_\nu + \Lambda g^\mu{}_\nu = \frac{8\pi G}{c^4} T^\mu{}_\nu \quad (4.29)$$

である。ここで $G^\mu{}_\nu$ はアインシュタイン・テンソル、 Λ は宇宙項、 $g^\mu{}_\nu$ は時空の計量テンソル、 $T^\mu{}_\nu$ はエネルギー・運動量テンソル、 G は万有引力定数、 c は光速である。この方程式は 2 階非線形連立偏微分方程式であるため、厳密解を導出することは非常に困難である。そこで星に様々な条件を課すことによって近似解を導出することが可能である。中性子星の内部構造について調査するためには、この星の条件として以下の 3 点を課す。

- 球対称
- 静的重力平衡
- 星内部が完全流体

これらの条件を用いて中性子星に適した相対論的な重力平衡の式を求める。

はじめに球対称と静的重力平衡の条件より、静的・球対称な計量は

$$\begin{aligned} (ds)^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ \rightarrow (ds)^2 &= g_{00}(cdt)^2 + g_{11}(dr)^2 + g_{22}(d\theta)^2 + g_{33}(d\phi)^2 \\ &= -e^{\nu(r)}(cdt)^2 + e^{\lambda(r)}(dr)^2 + r^2((d\theta)^2 + \sin^2\theta(d\phi)^2) \end{aligned} \quad (4.30)$$

である。ここで球対称条件より $dt d\theta$, $dt d\phi$, $dr d\theta$, $dr d\phi$ についての項が消去される。また静的な条件より、計量が時間反転不変であるため $dt dr$, $dt d\theta$, $dt d\phi$ についての項が消去さ

れる。星内部が完全流体の条件とは、圧力が等方的であり、粘性や熱伝導もない状態を表す。このときのエネルギー・運動量テンソル T^μ_ν は以下のように書ける。

$$T^\mu_\nu = \begin{pmatrix} -\rho(r)c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P(r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P(r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P(r) \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

ここで $\rho(r)$ はエネルギー密度、 $P(r)$ は圧力を表す。これを用いて宇宙項を無視した時のアインシュタイン方程式を各成分ごとに記述すると、

$$(G^0_0 =) e^{-\lambda} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\lambda'}{r} \right) - \frac{1}{r^2} = \frac{8\pi G}{c^4} (-\rho(r)c^2) \quad (4.32)$$

$$(G^1_1 =) e^{-\lambda} \left(\frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) - \frac{1}{r^2} = \frac{8\pi G}{c^4} P(r) \quad (4.33)$$

$$(G^2_2 = G^3_3 =) \frac{1}{2} e^{-\lambda} \left(\nu'' + \frac{\nu'^2}{2} + \frac{\nu' - \lambda'}{r} - \frac{\nu' \lambda'}{2} \right) = \frac{8\pi G}{c^4} P(r) \quad (4.34)$$

と書ける。ここで関数 A に対して $A' \equiv \frac{\partial A}{\partial r}$, $A'' \equiv \frac{\partial^2 A}{\partial r^2}$ と表記する。これらを用いて $\rho(r), P(r)$ を求める。

はじめにアインシュタインテンソルの第 0 成分 (4.32) 式を用いて星の質量を求める。星の内部の計量が Schwarzschild 計量と一致するために

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} \quad (4.35)$$

とおく。これを (4.32) 式へ代入すると

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} \right) \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r} (e^{-\lambda})' - \frac{1}{r^2} = \frac{8\pi G}{c^4} (-\rho(r)c^2) \\ \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} \right) \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r} \left[-\frac{2G}{c^2} \left(\frac{dM(r)}{dr} \times \frac{1}{r} + M(r) \times \left(-\frac{1}{r^2} \right) \right) \right] - \frac{1}{r^2} &= \frac{8\pi G}{c^4} (-\rho(r)c^2) \\ \frac{1}{r^2} - \frac{2GM(r)}{c^2 r^3} - \frac{2G}{c^2 r^2} \frac{dM(r)}{dr} + \frac{2GM(r)}{c^2 r^3} - \frac{1}{r^2} &= \frac{8\pi G}{c^4} (-\rho(r)c^2) \\ & \frac{1}{r^2} \frac{dM(r)}{dr} = 4\pi\rho(r) \end{aligned}$$

と変形でき、最終的に

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (4.36)$$

となる。(4.36) 式と (4.25) 式は一致しているため、(4.36) 式は相対論的なときの式である。

次にアインシュタインテンソルの残りの成分 (4.33)、(4.34) 式を用いて星の圧力について求める。(4.33) 式を r で 1 階微分を実行すると、

$$e^{-\lambda} \frac{\nu''}{r} + e^{-\lambda} \left(-\frac{\lambda' \nu'}{r} - \frac{\lambda'}{r^2} - \frac{\nu'}{r^2} - \frac{2}{r^3} \right) + \frac{2}{r^3} = \frac{8\pi G}{c^4} \frac{dP(r)}{dr} \quad (4.37)$$

となる。ここで (4.34) 式を ν'' について変形すると、

$$\frac{e^{-\lambda}}{r} \nu'' = \frac{16\pi G}{c^4} \frac{P(r)}{r} - \frac{e^{-\lambda}}{r} \left(\frac{\nu'^2}{2} + \frac{\nu' - \lambda'}{r} - \frac{\nu' \lambda'}{2} \right) \quad (4.38)$$

となる。これを (4.37) 式へ代入して ν'' を消去すると、

$$e^{-\lambda} \left(-\frac{\lambda' \nu'}{2r} - \frac{2\nu'}{r^2} - \frac{\nu'^2}{2r} - \frac{2}{r^3} \right) + \frac{2}{r^3} = \frac{8\pi G}{c^4} \left(\frac{dP}{dr} - \frac{2P}{r} \right) \quad (4.39)$$

となる。ここで (4.32) 式より

$$-e^{-\lambda} \frac{\lambda'}{r} = -\frac{e^{-\lambda}}{r^2} + \frac{1}{r^2} - \frac{8\pi G}{c^2} \rho(r) \quad (4.40)$$

を (4.39) 式へ代入して λ' を消去すると

$$e^{-\lambda} \left[-\frac{\nu'}{2} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\nu'}{r} \right) - \frac{2}{r} \left(\frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \right] + \frac{\nu'}{2r^2} + \frac{2}{r^3} - \frac{8\pi G}{2c^2} \rho(r) \nu' = \frac{8\pi G}{c^4} \left(\frac{dP}{dr} - \frac{2P}{r} \right) \quad (4.41)$$

となる。ここで (4.33) 式より

$$e^{-\lambda} \left(\frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right) = \frac{8\pi G}{c^4} P(r) + \frac{1}{r^2}$$

であるので、(4.41) 式は

$$\begin{aligned} -\frac{\nu'}{2} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{8\pi G}{c^4} P(r) \right) - \frac{2}{r} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{8\pi G}{c^4} P(r) \right) + \frac{\nu'}{2r^2} + \frac{2}{r^3} - \frac{8\pi G}{2c^2} \rho(r) \nu' &= \frac{8\pi G}{c^4} \left(\frac{dP}{dr} - \frac{2P}{r} \right) \\ -\frac{\nu'}{2} \frac{8\pi G}{c^4} P(r) - \frac{8\pi G}{2c^2} \rho(r) \nu' &= \frac{8\pi G}{c^4} \frac{dP}{dr} \\ \frac{dP}{dr} &= -\frac{\rho(r)c^2 + P(r)}{2} \nu' \end{aligned} \quad (4.42)$$

となる。ここで最後に (4.33) 式を用いて ν' を消去すると、

$$\nu' = \frac{\frac{8\pi G}{c^4} P(r)r^3 + r - e^{-\lambda}r}{r^2 e^{-\lambda}} \quad (4.43)$$

であるので、

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho(r)c^2 + P(r)}{2} \left(\frac{\frac{8\pi G}{c^4} P(r)r^3 + r - e^{-\lambda}r}{r^2 e^{-\lambda}} \right) \quad (4.44)$$

と書ける。(4.35) 式を用いると

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dr} &= -\frac{\left(\rho(r) + \frac{P(r)}{c^2}\right) \left(\frac{4\pi G}{c^2} P(r)r^3 + \frac{c^2}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}\right)\right)\right) r}{r^2 \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}\right)} \\ &= -\frac{G \left(\rho(r) + \frac{P(r)}{c^2}\right) \left(4\pi r^3 \frac{P(r)}{c^2} + M(r)\right)}{r^2 \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}\right)} \end{aligned} \quad (4.45)$$

となる。この式が一般相対論的重力平衡の式になる。非相対論的の方の式 (4.28) 式と比較すると、相対論的な項がいくつも増えかなり複雑な形へと変わった。

(4.36) と (4.45) 式の 2 つをまとめて Tolmann-Oppenheimer-Volkoff (TOV) 方程式と呼び、Tolmann 氏、Oppenheimer 氏、Volkoff 氏の 3 名によって 1939 年に提唱された [78, 79]。これら 2 つの微分方程式を連立して解くことによって星の内部構造について決定ができる。

5 NJL 模型の拡張

この章では、一番簡単な 4-fermi 相互作用を 6-fermi 相互作用 [57] と 8-fermi 相互作用 [58] まで拡張させた模型のラグランジアンについて述べる。

今までの NJL についてのラグランジアン (3.43 式) に加え、新たに 6-fermi 相互作用についてのラグランジアン

$$\mathcal{L}_6 = -G_6 \det \left[\bar{q}_\alpha (1 - \gamma_5) q_\beta + \bar{q}_a (1 + \gamma_5) q_\beta \right], \quad (5.1)$$

と、8-fermi 相互作用についてのラグランジアン

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_8 &= G_8^{(ss)} (\mathcal{L}_s \mathcal{L}_s) - G_8^{(sv)} (\mathcal{L}_s \mathcal{L}_v) - G_8^{(vv)} (\mathcal{L}_v \mathcal{L}_v) \\ &\equiv \mathcal{L}_8^{(ss)} + \mathcal{L}_8^{(sv)} + \mathcal{L}_8^{(vv)} \end{aligned} \quad (5.2)$$

を加えた。ここで \mathcal{L}_s とは (3.43) 式の結合定数 G_π を除いたスカラー項、 \mathcal{L}_v とは (3.43) 式の結合定数 $-G_v$ を除いたベクトル項を表す。(5.1) 式と (5.2) 式より結合定数が新たに 4 つ増える。

5.1 節では 6-fermi 相互作用ラグランジアンを紹介した後に平均場を導入して物理的に見やすい形へ変形する。5.2 節では 6-fermi と同様に 8-fermi 相互作用ラグランジアンを紹介した後に平均場を導入して物理的に見やすい形へ変形する。最後に 5.3 節では前 2 節で議論した内容と 3.3 節で議論した最も簡単な 4-fermi 相互作用ラグランジアンを全て 1 つに加えた 4+6+8-fermi 相互作用ラグランジアンについて述べ、このときのエネルギー密度やその他の物理量の変化について述べる。

5.1 6-fermi 相互作用ラグランジアン

この節では、6-fermi 相互作用ラグランジアンのみに着目してその変形などについて述べる。(5.1) 式より、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_6 &= -G_6 \det \left[\bar{q}_\alpha (1 - \gamma_5) q_\beta + \bar{q}_a (1 + \gamma_5) q_\beta \right] \\ &= -G_6 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \left[(\bar{u}(1 - \gamma_5)\alpha)(\bar{d}(1 - \gamma_5)\beta)(\bar{s}(1 - \gamma_5)\gamma) + (\gamma_5 \rightarrow -\gamma_5) \right] \end{aligned} \quad (5.3)$$

となる。 $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ はエディントンのイプシロンであり、以下の性質を持つ。

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} = \begin{cases} 1 & ((\alpha, \beta, \gamma) = (1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2)) \\ -1 & ((\alpha, \beta, \gamma) = (1, 3, 2), (3, 2, 1), (2, 1, 3)) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

これを踏まえて展開すると、

$$\begin{aligned}
& G_6 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \left[(\bar{u}(1 - \gamma_5)\alpha)(\bar{d}(1 - \gamma_5)\beta)(\bar{s}(1 - \gamma_5)\gamma) + (\gamma_5 \rightarrow -\gamma_5) \right] \\
& = 2G_6(\bar{u}\alpha)[(\bar{d}\beta)(\bar{s}\gamma) - (\bar{d}\gamma)(\bar{s}\beta)] + 2G_6(\bar{u}\alpha)[(\bar{d}\gamma_5\beta)(\bar{s}\gamma_5\gamma) - (\bar{d}\gamma_5\gamma)(\bar{d}\gamma_5\beta)] \\
& + 2G_6(\bar{u}\gamma_5 u)[(\bar{d}\beta)(\bar{s}\gamma_5\gamma) - (\bar{d}\gamma)(\bar{s}\gamma_5\beta)] + 2G_6(\bar{u}\gamma_5 u)[(\bar{d}\gamma_5\beta)(\bar{s}\gamma) - (\bar{d}\gamma_5\gamma)(\bar{s}\beta)]
\end{aligned} \tag{5.4}$$

となる。本来であれば、 α, β, γ の全ての組み合わせ (但し $\alpha \neq \beta \neq \gamma$) について考える必要があるが、平均場近似では $(\alpha, \beta, \gamma) = (u, d, s)$ の組のみ寄与する。さらに、擬スカラーについての平均場を作れない事より関係のある項すべてを落とせる。よって残った項

$$\mathcal{L}_6 \sim -2G_6(\bar{u}u)(\bar{d}d)(\bar{s}s) \tag{5.5}$$

のみ考えればよい。さらに、3種類のクォーク bilinears について以下のようなハートリー近似を適用する。

$$\begin{aligned}
(\bar{q}\Gamma_1 q)(\bar{q}\Gamma_2 q)(\bar{q}\Gamma_3 q) & \rightarrow (\bar{q}\Gamma_1 q)\langle\bar{q}\Gamma_2 q\rangle\langle\bar{q}\Gamma_3 q\rangle + \langle\bar{q}\Gamma_1 q\rangle(\bar{q}\Gamma_2 q)\langle\bar{q}\Gamma_3 q\rangle \\
& + \langle\bar{q}\Gamma_1 q\rangle\langle\bar{q}\Gamma_2 q\rangle(\bar{q}\Gamma_3 q) - 2\langle\bar{q}\Gamma_1 q\rangle\langle\bar{q}\Gamma_2 q\rangle\langle\bar{q}\Gamma_3 q\rangle
\end{aligned} \tag{5.6}$$

これを γ_5 を含まない項について適用すると、

$$2(\bar{u}u)(\bar{d}d)(\bar{s}s) = 2\left(\langle\bar{u}u\rangle\langle\bar{d}d\rangle\langle\bar{s}s\rangle + \langle\bar{u}u\rangle(\bar{d}d)\langle\bar{s}s\rangle + \langle\bar{u}u\rangle\langle\bar{d}d\rangle(\bar{s}s) - 2\langle\bar{u}u\rangle\langle\bar{d}d\rangle\langle\bar{s}s\rangle\right) \tag{5.7}$$

となる。これに今までと同様に平均場近似、 $\sigma_\alpha = 4G_\pi \langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle$ を導入すると \mathcal{L}_6 は

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_6 & \sim -\bar{u}\left(\frac{2G_6}{(4G_\pi)^2}\sigma_d\sigma_s\right)u - \bar{d}\left(\frac{2G_6}{(4G_\pi)^2}\sigma_s\sigma_u\right)d - \bar{s}\left(\frac{2G_6}{(4G_\pi)^2}\sigma_u\sigma_d\right)s + \frac{4G_6}{(4G_\pi)^3}\sigma_u\sigma_d\sigma_s \\
& = -\bar{q}_\alpha\left[\frac{G_6}{8G_\pi^2}\sigma_\beta\sigma_\gamma\right]q_\alpha + \frac{G_6}{16G_\pi^3}\sigma_u\sigma_d\sigma_s
\end{aligned} \tag{5.8}$$

と書ける。ここで (5.8) 式の第2行の第1項で $(\alpha, \beta, \gamma) = (u, d, s), (d, s, u), (s, u, d)$ の3種類の和を取る。

5.2 8-fermi 相互作用ラグランジアン

この節では、8-fermi 相互作用ラグランジアンについて展開の方法などを述べる。(5.2) 式より 8-fermi ラグランジアンは3通りに場合分けをする必要があり、それぞれの項を $\mathcal{L}_8^{(ss)}$, $\mathcal{L}_8^{(sv)}$, $\mathcal{L}_8^{(vv)}$ と置く。次節よりそれぞれの定義と展開方法を述べる。

5.2.1 Scalar-Scalar ラグランジアン

ここでは結合定数 $G_8^{(ss)}$ の項のラグランジアンを展開を述べる。はじめに (5.2) 式より scalar-scalar ラグランジアン $\mathcal{L}_8^{(ss)}$ は

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_8^{(ss)} &\equiv G_8^{(ss)}(\mathcal{L}_s\mathcal{L}_s) \\ &= G_8^{(ss)}\left[(\bar{q}\lambda_a q)^2 - (\bar{q}\lambda_a\gamma_5 q)^2\right]\left[(\bar{q}\lambda_a q)^2 - (\bar{q}\lambda_a\gamma_5 q)^2\right]\end{aligned}\quad (5.9)$$

である。 $(\bar{q}\lambda_a q)^2$, $(\bar{q}\lambda_a\gamma_5 q)^2$ は 4-fermi のときの計算と同様の方法で展開できる。はじめに $(\bar{q}\lambda_a q)^2(\bar{q}\lambda_a q)^2$ を展開すると、

$$\begin{aligned}&\left[2\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle^2 + 4\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle(:\bar{q}_\alpha q_\alpha:) + (:\bar{q}\lambda_a q:)^2\right]\left[2\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle^2 + 4\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle(:\bar{q}_\beta q_\beta:) + (:\bar{q}\lambda_a q:)^2\right] \\ &= 4\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle^2\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle^2 + 8\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle^2\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle(:\bar{q}_\beta q_\beta:) + 2\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle^2(:q\lambda_a q:)^2 \\ &\quad + 8\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle^2(:\bar{q}_\alpha q_\alpha:) + 16\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle(:\bar{q}_\alpha q_\alpha:)(:\bar{q}_\beta q_\beta:) + 4\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle(:\bar{q}_\alpha q_\alpha:)(:q\lambda_a q:)^2 \\ &\quad + (:q\lambda_a q:)^2\left[2\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle^2 + 4\langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle(:\bar{q}_\beta q_\beta:) + (:q\lambda_a q:)^2\right]\end{aligned}\quad (5.10)$$

ここで (3.48) 式を用いて量子場についての 2 次未満の項を書き換え、さらに平均場 $\sigma_\alpha = 4G_\pi\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle$ を導入すると、

$$\begin{aligned}&\frac{4}{(4G_\pi)^4}\sigma_\alpha^2\sigma_\beta^2 + \frac{8}{(4G_\pi)^3}\sigma_\alpha^2\sigma_\beta\left[(\bar{q}_\beta q_\beta) - \langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle\right] + \frac{2}{(4G_\pi)^2}\sigma_\alpha^2(:\bar{q}\lambda_a q:)^2 \\ &\quad + \frac{8\sigma_\alpha\sigma_\beta^2}{(4G_\pi)^3}\left[(\bar{q}_\alpha q_\alpha) - \langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle\right] + \frac{\sigma_\alpha\sigma_\beta}{G_\pi^2}(:\bar{q}_\alpha q_\alpha:)(:\bar{q}_\beta q_\beta:) + \frac{4}{(4G_\pi)}\sigma_\alpha\left[(\bar{q}_\alpha q_\alpha) - \langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle\right](:\bar{q}\lambda_a q:)^2 \\ &\quad + \frac{2}{(4G_\pi)^2}\sigma_\beta^2(:\bar{q}\lambda_a q:)^2 + \frac{4}{(4G_\pi)}\sigma_\beta\left[(\bar{q}_\beta q_\beta) - \langle\bar{q}_\beta q_\beta\rangle\right](:\bar{q}\lambda_a q:)^2 + (:q\lambda_a q:)^4 \\ &= -\frac{3}{64G_\pi^4}\sigma_\alpha^2\sigma_\beta^2 + \bar{q}_\alpha\left[\frac{1}{4G_\pi^3}\sigma_\alpha\sigma_\beta^2\right]q_\alpha \\ &\quad + \left[\bar{q}_\alpha\left(\frac{2\sigma_\alpha}{G_\pi}\right)q_\alpha - \frac{1}{4G_\pi^2}\sigma_\alpha^2\right](:\bar{q}\lambda_a q:)^2 + \frac{\sigma_\alpha\sigma_\beta}{G_\pi^2}(:\bar{q}_\alpha q_\alpha:)(:\bar{q}_\beta q_\beta:) + (:q\lambda_a q:)^4\end{aligned}\quad (5.11)$$

となる。

次にスカラーと擬スカラーの積の項について述べる。これもスカラーとスカラーの積と同様に計算を行う。ただし擬スカラー場の平均場はないため、量子場のみの記述となる事に注意する。つまり、

$$\begin{aligned}&2\left[2\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle^2 + 4\langle\bar{q}_\alpha q_\alpha\rangle(:\bar{q}_\alpha q_\alpha:) + (:q\lambda_a q:)^2\right]\left[-(:q\lambda_a\gamma_5 q:)^2\right] \\ &= -2\left[-\frac{\sigma_\alpha^2}{8G_\pi^2} + \bar{q}_\alpha\frac{\sigma_\alpha}{G_\pi}q_\alpha + (:q\lambda_a q:)^2\right](:\bar{q}\lambda_a\gamma_5 q:)^2\end{aligned}\quad (5.12)$$

となる。

最後に擬スカラー同士の積は、

$$\left[- (\bar{q} \lambda_a \gamma_5 q) \right]^2 \left[- (\bar{q} \lambda_a \gamma_5 q) \right]^2 = (\bar{q} \lambda_a \gamma_5 q)^4 \quad (5.13)$$

となる。それぞれの積をまとめるとラグランジアン $\mathcal{L}_8^{(ss)}$ は

$$\mathcal{L}_8^{(ss)} = -\frac{3G_8^{(ss)}}{64G_\pi^4} \sigma_\alpha^2 \sigma_\beta^2 + \bar{q}_\alpha \left(\frac{G_8^{(ss)} \sigma_\alpha \sigma_\beta^2}{4G_\pi^3} \right) q_\alpha + \mathcal{L}_{I, \bar{q}q}^{4fermi(ss)} + \dots \quad (5.14)$$

となる。ここで 4-fermi の量子場の相互作用項のラグランジアン $\mathcal{L}_{I, \bar{q}q}^{4fermi(ss)}$ は

$$\mathcal{L}_{I, \bar{q}q}^{4fermi(ss)} = G_8^{(ss)} \left[\frac{\sigma_\alpha^2}{4G_\pi^2} \left((\bar{q} \lambda_a q)^2 - (\bar{q} \lambda_a \gamma_5 q)^2 \right) + \frac{\sigma_\alpha \sigma_\beta}{G_\pi^2} (\bar{q}_\alpha q_\alpha) (\bar{q}_\beta q_\beta) \right] \quad (5.15)$$

である。また 6-fermi、8-fermi の量子相互作用は本研究では一切考慮していないため省略した。

5.2.2 Scalar-Vector ラグランジアン

ここでは結合定数 $G_8^{(sv)}$ の項のラグランジアンの展開法を述べる。はじめに (5.2) 式より scalar-vector ラグランジアン $\mathcal{L}_8^{(sv)}$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_8^{(sv)} &= -G_8^{(sv)} (\mathcal{L}_s \mathcal{L}_v) \\ &= -G_8^{(sv)} \left[(\bar{q} \lambda_a q)^2 - (\bar{q} \lambda_a \gamma_5 q)^2 \right] \left[(\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q)^2 + (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu \gamma_5 q)^2 \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

である。はじめにスカラー項、ベクトル項の積を述べる。Scalar-Scalar の計算と同様にクォーク場 $\bar{q}_\alpha q_\alpha$ を古典場と量子場に分けてを計算する。

$$\begin{aligned} &(\bar{q} \lambda_a q)^2 (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q)^2 \\ &= \left[2 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle^2 + 4 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle (\bar{q} \lambda_a q) + (\bar{q} \lambda_a q)^2 \right] \\ &\quad \times \left[2 \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle^2 + 4 \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q) + (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q)^2 \right] \\ &= 4 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle^2 \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle^2 + 8 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle^2 \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q) + 2 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle^2 (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q)^2 \\ &\quad + 8 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle^2 (\bar{q}_\alpha q_\alpha) + 16 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle (\bar{q}_\alpha q_\alpha) (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q) \\ &\quad + 4 \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle (\bar{q}_\alpha q_\alpha) (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q)^2 \\ &\quad + (\bar{q} \lambda_a q)^2 \left[2 \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle^2 + 4 \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q) + (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q)^2 \right] \end{aligned} \quad (5.17)$$

ここで2次未満の量子場を書き換え、さらに平均場 $\sigma_\alpha = 4G_\pi \langle \bar{q}_\alpha q \rangle$, $\omega_\alpha = 4G_v \langle \bar{q} \gamma^\mu q \rangle$ を導入すると

$$\begin{aligned}
& \frac{4\sigma_\alpha^2 \omega_{\beta\mu}^2}{(4G_\pi)^2 (4G_v)^2} + \frac{8\sigma_\alpha^2 \omega_{\beta\mu}}{(4G_\pi)^2 (G_v)} \left[(\bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta) - \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle \right] + \frac{2\sigma_\alpha^2}{(4G_\pi)^2} (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \\
& + \frac{8\sigma_\alpha \omega_{\beta\mu}^2}{(4G_\pi)(4G_v)^2} \left[(\bar{q}_\alpha q_\alpha) - \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle \right] + \frac{16\sigma_\alpha \omega_{\beta\mu}}{(4G_\pi)(4G_v)} (: \bar{q}_\alpha q_\alpha :) (: \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta :) \\
& \quad + \frac{4\sigma_\alpha}{4G_\pi} \left[(\bar{q}_\alpha q_\alpha) - \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle \right] (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \\
& + \frac{2\omega_{\beta\mu}^2}{(4G_v)^2} (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 + \frac{4\omega_{\beta\mu}}{4G_v} \left[(\bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta) - \langle \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta \rangle \right] (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 + (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \\
& = -\frac{3\sigma_\alpha^2 \omega_{\beta\mu}^2}{64G_\pi^2 G_v^2} + \bar{q}_\alpha \left[\frac{\sigma_\alpha \omega_{\beta\mu}^2}{8G_\pi G_v^2} \right] q_\alpha + \bar{q}_\alpha \gamma^\mu \left[\frac{\sigma_\beta^2 \omega_{\alpha\mu}}{8G_\pi^2 G_v} \right] q_\alpha \\
& - \frac{2\omega_{\beta\mu}^2}{(4G_v)^2} (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 - \frac{2\sigma_\alpha^2}{(4G_\pi)^2} (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \\
& + \frac{\omega_{\beta\mu}}{G_v} (\bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta) (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 + \frac{\sigma_\alpha}{G_\pi} (\bar{q}_\alpha q_\alpha) (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \\
& + \frac{\sigma_\alpha \omega_{\beta\mu}}{G_\pi G_v} (: \bar{q}_\alpha q_\alpha :) (: \bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta :) + (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \tag{5.18}
\end{aligned}$$

となる。

次にスカラーと軸性ベクトルの項の積について述べる。軸性ベクトル場の平均場は作れないことに注意すると、

$$\begin{aligned}
& (\bar{q} \lambda_a q)^2 (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu \gamma_5 q)^2 \\
& = \left[2\langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle^2 + 4\langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle (: \bar{q} \lambda_a q :) + (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 \right] \left[(: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu \gamma_5 q :)^2 \right] \\
& = \left[\frac{4\sigma_\alpha}{4G_\pi} (\bar{q}_\alpha q_\alpha) - \frac{2\sigma_\alpha^2}{(4G_\pi)^2} + (: \bar{q} \lambda_a q :)^2 \right] (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu \gamma_5 q :)^2 \tag{5.19}
\end{aligned}$$

となる。次に擬スカラーとベクトルの項の積について述べる。擬スカラー項の平均場は作れないことに注意すると、

$$\begin{aligned}
& -(\bar{q} \lambda_a \gamma_5 q)^2 (\bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q)^2 \\
& = \left[-(: \bar{q} \lambda_a \gamma_5 q :)^2 \right] \left[2\langle \bar{q}_\alpha \gamma^\mu q_\alpha \rangle^2 + 4\langle \bar{q}_\alpha \gamma^\mu q_\alpha \rangle (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :) + (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \right] \\
& = -(: \bar{q} \lambda_a \gamma_5 q :)^2 \left[\frac{4\omega_{\beta\mu}}{4G_v} (\bar{q}_\beta \gamma^\mu q_\beta) - \frac{2\omega_{\beta\mu}^2}{(4G_v)^2} + (: \bar{q} \lambda_a \gamma^\mu q :)^2 \right] \tag{5.20}
\end{aligned}$$

となる。

最後に擬スカラー項と軸性ベクトル項の積について述べる。擬スカラーと軸性ベクトル項はともに平均場を作れないことに注意すると、

$$-(\bar{q}\lambda_a\gamma_5q)^2(\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q)^2 = -(:\bar{q}\lambda_a\gamma_5q:)^2(:\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q:)^2 \quad (5.21)$$

となる。

それぞれの積をまとめるとラグランジアン $\mathcal{L}_8^{(sv)}$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_8^{(sv)} = & \frac{3G_8^{(sv)}\sigma_\alpha^2\omega_\beta^2}{64G_\pi^2G_v^2} - \bar{q}_\alpha \left[\frac{G_8^{(sv)}\sigma_\alpha\omega_\beta^2}{8G_\pi G_v^2} \right] q_\alpha - \bar{q}_\alpha\gamma^\mu \left[\frac{G_8^{(sv)}\sigma_\beta^2\omega_\alpha}{8G_\pi^2G_v} \right] q_\alpha \\ & + \mathcal{L}_{Q,\bar{q}q}^{4fermi(sv)} + \dots \end{aligned} \quad (5.22)$$

ここで $\mathcal{L}_{Q,\bar{q}q}^{4fermi(sv)}$ は 4-fermi の量子相互作用についてのラグランジアンである。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Q,\bar{q}q}^{4fermi(sv)} = & \frac{G_8^{(sv)}\omega_{\alpha\mu}^2}{8G_v^2} \left((:\bar{q}\lambda_a q:)^2 - (:\bar{q}\lambda_a\gamma_5q:)^2 \right) + \frac{G_8^{(sv)}\sigma_\alpha^2}{8G_\pi^2} \left((:\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q:)^2 + (:\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q:)^2 \right) \\ & + \frac{G_8^{(sv)}\sigma_\alpha\omega_{\beta\mu}}{G_\pi G_v} (: \bar{q}_\alpha q_\alpha :)(: \bar{q}_\beta\gamma^\mu q_\beta :) \end{aligned} \quad (5.23)$$

5.2.3 Vector-Vector ラグランジアン

ここでは結合定数 $G_8^{(vv)}$ の項のラグランジアンの展開法を述べる。はじめに (5.2) 式より vector-vector ラグランジアン $\mathcal{L}_8^{(vv)}$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_8^{(vv)} = & -G_8^{(vv)}(\mathcal{L}_v\mathcal{L}_v) \\ = & -G_8^{(vv)} \left[(\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q)^2 + (\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q)^2 \right] \left[(\bar{q}\lambda_a\gamma^\nu q)^2 + (\bar{q}\lambda_a\gamma^\nu\gamma_5q)^2 \right] \end{aligned} \quad (5.24)$$

である。Scalar-scalar ラグランジアンと同様に展開する。はじめにベクトル同士の積は

$$\begin{aligned} & (\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q)^2(\bar{q}\lambda_a\gamma^\nu q)^2 \\ = & -\frac{3\omega_\alpha^2\omega_\beta^2}{64G_v} + \bar{q}_\alpha\gamma_\mu \left[\frac{\omega_\alpha^\mu\omega_\beta^2}{4G_v^3} \right] q_\alpha \\ & - \frac{\omega_\alpha^2}{4G_v^2} (: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q :)^2 + \frac{\omega_\alpha^\mu\omega_\beta^\nu}{G_v^2} (: \bar{q}_\alpha\gamma_\mu q_\alpha :)(: \bar{q}_\beta\gamma_\nu q_\beta :) \\ & + \frac{\omega_\alpha^\mu}{G_v} (\bar{q}_\alpha\gamma_\mu q_\alpha)(: \bar{q}\lambda_a\gamma^\nu q :)^2 + \frac{\omega_\beta^\nu}{G_v} (\bar{q}_\beta\gamma_\nu q_\beta)(: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q :)^2 + (: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q :)^2(: \bar{q}\lambda_a\gamma^\nu q :)^2 \end{aligned} \quad (5.25)$$

軸性ベクトル項とベクトル項の積は

$$\begin{aligned} & (\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q)^2(\bar{q}\lambda_a\gamma^\nu\gamma_5q)^2 \\ &= \left(-\frac{\omega_\alpha^2}{8G_v^2} + \frac{\omega_\alpha^\mu}{G_v}(\bar{q}_\alpha\gamma_\mu q_\alpha) + (: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q :)^2 \right) (: \bar{q}\lambda_a\gamma^\nu\gamma_5q :)^2 \end{aligned} \quad (5.26)$$

最後に軸性ベクトル同士の項の積は

$$(\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q)^2(\bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q)^2 = (: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q :)^2 (: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q :)^2 \quad (5.27)$$

それぞれの積をまとめるとラグランジアン $\mathcal{L}_8^{(vv)}$ は

$$\mathcal{L}_8^{(vv)} = \frac{3G_8^{(vv)}\omega_\alpha^2\omega_\beta^2}{64G_v^4} - \bar{q}_\alpha\gamma_\mu \left[\frac{G_8^{(vv)}\omega_\alpha^\mu\omega_\beta^2}{4G_v^3} \right] q_\alpha + \mathcal{L}_{I,\bar{q}q}^{4fermi(vv)} + \dots \quad (5.28)$$

ここで $\mathcal{L}_{I,\bar{q}q}^{4fermi(vv)}$ は 4-fermi の量子相互作用ラグランジアン、

$$\mathcal{L}_{I,\bar{q}q}^{4fermi(vv)} = -G_8^{(vv)} \left[\frac{\omega_\alpha^2}{4G_v^2} \left((: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu q :)^2 + (: \bar{q}\lambda_a\gamma^\mu\gamma_5q :)^2 \right) + \frac{\omega_\alpha^\mu\omega_\beta^\nu}{G_v^2} (: \bar{q}_\alpha\gamma_\mu q_\alpha :) (: \bar{q}_\beta\gamma_\nu q_\beta :) \right] \quad (5.29)$$

である。

5.3 4+6+8 fermi ラグランジアンとエネルギー密度

この節では前2節で議論した 6-fermi と 8-fermi を全て含んだ時のラグランジアンについて述べる。第3章で議論した 4-fermi とこの章で議論した 6-fermi、8-fermi がすべて含

またラグランジアン \mathcal{L}_{4+6+8} は

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{4+6+8} &= \mathcal{L}_4 + \mathcal{L}_6 + \mathcal{L}_8 \\
&= \sum_{\alpha=u,d,s} \bar{q} \left[i\cancel{\partial} - \hat{m} + \sigma_\alpha \left(1 + \frac{G_8^{(ss)}}{4G_\pi^3} \sigma_\beta^2 - \frac{G_8^{(sv)}}{8G_\pi G_v^2} \omega_\beta^2 \right) - \frac{G_6}{8G_\pi^2} \sigma_\beta \sigma_\gamma \right. \\
&\quad \left. - \gamma_\mu \omega_\alpha^\mu \left(1 + \frac{G_8^{(sv)}}{8G_\pi^2 G_v} \sigma_\beta^2 + \frac{G_8^{(vv)}}{4G_v^3} \omega_\beta^2 \right) \right] q \\
&\quad - \sum_{\alpha=u,d,s} \frac{\sigma_\alpha^2}{8G_\pi} + \sum_{\alpha=u,d,s} \frac{\omega_\alpha^2}{8G_v} \\
&\quad + \frac{G_6}{16G_\pi^2} \sigma_u \sigma_d \sigma_s - \frac{3G_8^{(ss)}}{64G_\pi^4} \sigma_\alpha^2 \sigma_\beta^2 + \frac{3G_8^{(sv)}}{64G_\pi^2 G_v^2} \sigma_\alpha^2 \omega_\beta^2 - \frac{3G_8^{(vv)}}{64G_v^4} \omega_\alpha^2 \omega_\beta^2 \\
&\quad + \mathcal{L}_{I,\bar{q}q} + \mathcal{L}_{I,qq} \\
&= \sum_{\alpha=u,d,s} \bar{q} \left[i\cancel{\partial} - M_\alpha - \gamma_\mu V^\mu \right] q \\
&\quad - \sum_{\alpha=u,d,s} \frac{\sigma_\alpha^2}{8G_\pi} + \sum_{\alpha=u,d,s} \frac{\omega_\alpha^2}{8G_v} \\
&\quad + \frac{G_6}{16G_\pi^2} \sigma_u \sigma_d \sigma_s - \frac{3G_8^{(ss)}}{64G_\pi^4} \sigma_\alpha^2 \sigma_\beta^2 + \frac{3G_8^{(sv)}}{64G_\pi^2 G_v^2} \sigma_\alpha^2 \omega_\beta^2 + \frac{3G_8^{(vv)}}{64G_v^4} \omega_\alpha^2 \omega_\beta^2 \\
&\quad + \mathcal{L}_{I,\bar{q}q} + \mathcal{L}_{I,qq} \tag{5.30}
\end{aligned}$$

となる。新しいクォークの構成質量 M_α とベクトル場 V_α^μ は

$$M_\alpha = m_\alpha - \sigma_\alpha \left(1 + \frac{G_8^{(ss)}}{4G_\pi^3} \sigma_\beta^2 - \frac{G_8^{(sv)}}{8G_\pi G_v^2} \omega_\beta^2 \right) + \frac{G_6}{8G_\pi^2} \sigma_\beta \sigma_\gamma \tag{5.31}$$

$$V_\alpha^\mu = \omega_\alpha^\mu \left(1 + \frac{G_8^{(sv)}}{8G_\pi^2 G_v} \sigma_\beta^2 + \frac{G_8^{(vv)}}{4G_v^3} \omega_\beta^2 \right) \tag{5.32}$$

と書ける。ギャップ方程式 (5.31) 式に新たに加わった 6-fermi と 8-fermi についてクォークの自己相互作用を表したファインマンダイアグラムを図 9 で表す。

ここで真空のときスカラー平均場が $\sigma_{u0} = \sigma_{d0}$ であり、ベクトル平均場が $\omega_{\alpha 0} = 0$ であることに注目すると、クォークの構成質量 $M_{\alpha 0}$ は

$$\begin{aligned}
M_{u0,d0} &= m_{u0,d0} - \sigma_{u0,d0} \left(1 + \frac{G_8^{(ss)}}{4G_\pi^3} \sigma_{\beta 0}^2 - \frac{G_6}{8G_\pi^2} \sigma_{s0} \right) \\
&= m_{u0,d0} - 4G_\pi \left(1 + \frac{G_8^{(ss)}}{4G_\pi^3} \sigma_{\beta 0}^2 - \frac{G_6}{8G_\pi^2} \sigma_{s0} \right) \langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle_0 \\
&\equiv m_{u0,d0} - 4\tilde{G}_\pi \langle \bar{q}_{u,d} q_{u,d} \rangle_0 \tag{5.33}
\end{aligned}$$

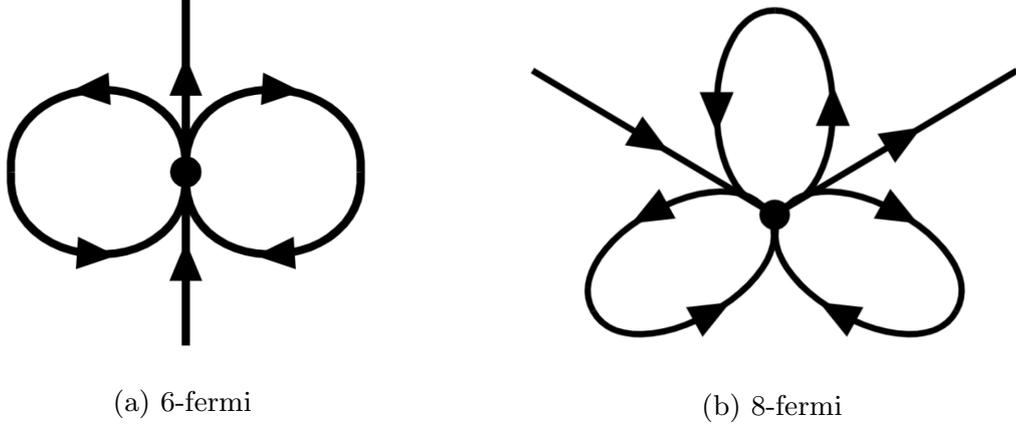


図9 新たなクォークの自己相互作用

と書ける。ここで新しい結合定数 \tilde{G}_π は、以下のように定義している。

$$\tilde{G}_\pi \equiv G_\pi + \frac{G_8^{(ss)}}{4G_\pi^2} \sigma_{\alpha 0}^2 - \frac{G_6}{8G_\pi} \sigma_{s0} = 19.04 \text{ GeV}^{-2} \quad (5.34)$$

新しいエネルギー密度 \mathcal{E} は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \mathcal{E}_{vac} - \frac{\omega_\alpha^2}{8G_v} + \rho_\alpha V_\alpha^0 + \tilde{E}_B - \frac{4G_6}{(4G_\pi)^3} (\sigma_u \sigma_d \sigma_s - \sigma_{u0} \sigma_{d0} \sigma_{s0}) \\ & + \frac{3G_8^{(ss)}}{64G_\pi^4} (\sigma_\alpha^2 \sigma_\beta^2 - \sigma_{\alpha 0}^2 \sigma_{\beta 0}^2) - \frac{3G_8^{(sv)}}{64G_\pi^2 G_v^2} \sigma_\alpha^2 \omega_\beta^2 - \frac{3G_8^{(vv)}}{64G_v^4} \omega_\alpha^2 \omega_\beta^2 + E_l \end{aligned} \quad (5.35)$$

新しい 6-fermi と 8-fermi についてのエネルギー密度 \mathcal{E}_6 , \mathcal{E}_8 は

$$\mathcal{E}_6 = -\frac{G_6}{16G_\pi^3} (\sigma_u \sigma_d \sigma_s - \sigma_{u0} \sigma_{d0} \sigma_{s0}) \quad (5.36)$$

$$\mathcal{E}_8 = \frac{3G_8^{(ss)}}{64G_\pi^4} (\sigma_\alpha^2 \sigma_\beta^2 - \sigma_{\alpha 0}^2 \sigma_{\beta 0}^2) - \frac{3G_8^{(sv)}}{64G_\pi^2 G_v^2} \sigma_\alpha^2 \omega_\beta^2 - \frac{3G_8^{(vv)}}{64G_v^4} \omega_\alpha^2 \omega_\beta^2 \quad (5.37)$$

である。ここでベクトル平均場 $\omega_\alpha^0 = 4G_v \rho_\alpha$ とベクトル場 (5.32) 式を利用してベクトル場の表記を消去すると、

$$\mathcal{E}_8 = \frac{3G_8^{(ss)}}{64G_\pi^4} (\sigma_\alpha^2 \sigma_\beta^2 - \sigma_{\alpha 0}^2 \sigma_{\beta 0}^2) - \frac{G_8^{(sv)}}{4G_\pi^2} \sigma_\alpha^2 \rho_\beta^2 + 4G_8^{(vv)} \rho_\alpha^2 \rho_\beta^2 \quad (5.38)$$

となる。中性子星物質では、化学平衡条件と電気的中性条件は変わらず存在するが、バリオンのエネルギー (4.5) 式はこの拡張模型で改良されたものを利用することに注意す

ると、

$$\begin{aligned}\varepsilon_b(k) &= E_b(k) + n_{\alpha/b} V_\alpha^0 \\ &= E_b(k) + n_{\alpha/b} \omega_\alpha^0 \left(1 + \frac{G_8^{(sv)}}{8G_\pi^2 G_v} \sigma_\beta^2 + \frac{G_8^{(vv)}}{4G_v^3} \omega_\beta^2 \right)\end{aligned}\quad (5.39)$$

と書ける。

また 6-fermi と 8-fermi 相互作用は 4-fermi 相互作用の量子場部分の繰り込みであることがわかる。4-fermi 相互作用の $\bar{q}q$ チャンネルの量子場の部分は本研究では π 中間子の質量と崩壊定数、擬スカラー中間子 η と η_0 と η_8 の混合 [80,81] による η' の質量差 $\eta - \eta'$ の再現である。それらのチャンネルでは、真空での 4-fermi 有効結合定数は

$$\tilde{G}_\pi = \left(G_\pi + \frac{G_8^{(ss)}}{4G_\pi^2} \sigma_{\alpha 0}^2 \right) - \frac{G_6}{8G_\pi} \sigma_{s0} \equiv 19.04 \text{ GeV}^{-2} \quad (5.40)$$

$$\tilde{G}_{00} = \left(G_\pi + \frac{G_8^{(ss)}}{\sigma_{\alpha 0}^2} \right) + \frac{G_6}{12G_\pi} (2\sigma_0 + \sigma_{s0}) \quad (5.41)$$

$$\tilde{G}_{08} = -\frac{\sqrt{2}G_6}{12G_\pi} (\sigma_0 - \sigma_{s0}) \quad (5.42)$$

$$\tilde{G}_{88} = \left(G_\pi + \frac{G_8^{(ss)}}{\sigma_{\alpha 0}^2} \right) - \frac{G_6}{24G_\pi} (4\sigma_0 - \sigma_{s0}) \quad (5.43)$$

と書ける。 \tilde{G}_π は 4-fermi のみの場合の観測された π 中間子の質量を再現する G_π と同じ値を取り、また G_6 は観測された質量差 $m_\eta - m_{\eta'} = 0.41 \text{ GeV}$ を再現できるような値を取る。ここで (5.40) 式を用いて以下のように表すとする。

$$\left(G_\pi + \frac{G_8^{(ss)}}{4G_\pi^2} \sigma_{\alpha 0}^2 \right) = \tilde{G}_\pi + \frac{G_6}{8G_\pi} \sigma_{s0}$$

これを (5.41) と (5.43) 式へ代入すると、 $\eta - \eta'$ の質量差を計算するために必要な (5.41) 式 ~ (5.43) 式の 3 つの結合定数は \tilde{G}_π と G_6 、それと真空でのクォーク凝縮 $\langle \bar{u}u \rangle_0 = \langle \bar{d}d \rangle_0 = \sigma_0 / (4G_\pi)$, $\langle \bar{s}s \rangle_0 = \sigma_{s0} / (4G_\pi)$ のみで表される。これらは表 2 で与えられている真空でのクォークの構成質量とカットオフのパラメーターによって決定される。よって $G_8^{(ss)}$ によらずに $\eta - \eta'$ 質量差を G_6 のみで決定が可能になる [82]。また u,d クォークのギャップ方程式が $M_0 = m - 4\tilde{G}_\pi \langle \bar{u}u \rangle_0$ で表すことができるので純粋な 4-fermi の場合と形式上では一致する。よって表 2 のカレントクォークの質量 m も不変である。参考文献 [82] の方法によって、 $\eta - \eta'$ の質量差の観測値を再現する値は $G_6 = 1260 \text{ GeV}^{-5}$ であることが判明した。

次に、8-fermi 結合定数について述べる。(5.31) 式から分かるように、 $G_8^{(ss)}$ は元の 4-fermi 結合定数 G_π と同じように引力の方向に影響され、 $G_8^{(sv)}$ が正の定数のときは斥力の方向に影響される。 $G_8^{(vv)}$ はギャップ方程式に依存しないが、(4.9) 式のベクトル平均場を消去すると斥力の方向への影響について簡単に確認が可能である。対称核物質でのエネルギー密度では

$$4G_8^{(vv)} \rho_\alpha^2 \rho_\beta^2 = 81G_8^{(vv)} \rho_B^2 \quad (5.44)$$

となり、また圧力は

$$12G_8^{(vv)} \rho_\alpha^2 \rho_\beta^2 = 243G_8^{(vv)} \rho_B^4 \quad (5.45)$$

となる。8-fermi についての結合定数は自由パラメーターとして扱っているが、isospin 対称核物質での飽和点が不変である事や、非圧縮性や対称エネルギーの値が大きくなるという条件のため取れる値は非常に限定される。本研究では引力の方向へ影響する (ss) 型の相互作用と斥力の方向へ影響する (vv) 型の相互作用の 2 つのパラメーターを操作して条件に合う値を調査した。 (sv) 型の相互作用は、 $G_8^{(sv)} < 0$ では引力の方向へ、 $G_8^{(sv)} > 0$ では斥力の方向へ影響する。引力の方向のときは核物質の状態方程式と対立し、斥力の方向のときは中性子星物質では (vv) 型の相互作用と比較して斥力の影響がかなり小さい。よって本研究では $G_8^{(sv)} = 0$ とする。

また対称核物質で決定された元の 4-fermi 結合定数での G_v の値を変化させても中性子星物質の状態方程式の計算にほぼ影響が見られなかった為、表 2 の値を使用している。

6 相互作用の強さ

この章では、平均場近似の有効性を裏付ける要素の1つとして有効バリオン相互作用について述べる。

6.1 有効バリオン相互作用

この節では、今まで議論してきた平均場近似についての有効性を裏付けるために有効バリオン相互作用を導入する。この理論はフェルミ液体論 [51, 54] とその相対論的な拡張に基づいて作成している [53]。ここでは平均化したスピンの有効バリオン・バリオン相互作用 $F_{bb'}(p, p')$ をあるバリオンのエネルギー $\varepsilon_b(p)$ を他のバリオンの分配関数として表している。また p, p' はそれぞれ独立の運動量を持っているという意味のノーテーションである。この相互作用の表示が中間子交換ポテンシャルの一般的な表現であると定義する。すなわちバリオンのエネルギー (4.5) 式は分配関数に依存せず、代わりに

$$F_{bb'} = \frac{\delta\varepsilon_b}{\delta n_{b'}} = \frac{\partial\varepsilon_b}{\partial\sigma_\alpha} \frac{\delta\sigma_\alpha}{\delta n_{b'}} + \frac{\partial\varepsilon_b}{\partial\omega_\alpha^\mu} \frac{\delta\omega_\alpha^\mu}{\delta n_{b'}} \quad (6.1)$$

に従うとする。ここで (4.8) 式がこの分配関数でも従うとすると、以下の関係式が書ける。

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta n_{b'}} \left(\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\sigma_\alpha} \right) &= 0 = \frac{\partial\varepsilon_{b'}}{\partial\sigma_\alpha} + \frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial\sigma_\alpha\partial\sigma_\beta} \frac{\delta\sigma_\beta}{\delta n_{b'}}, \\ \frac{\delta}{\delta n_{b'}} \left(\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\omega_\alpha^\mu} \right) &= 0 = \frac{\partial\varepsilon_{b'}}{\partial\omega_\alpha^\mu} + \frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial\omega_\alpha^\mu\partial\omega_\beta^\nu} \frac{\delta\omega_\beta^\nu}{\delta n_{b'}}, \end{aligned} \quad (6.2)$$

2つ目の等式は平均スカラー場とベクトル場の混合表現がないことから我々の模型のすべての系で従う。(6.1) に (6.2) 式を用いると以下のように変形できる。

$$F_{bb'} = -\frac{\partial\varepsilon_b}{\partial\sigma_\alpha} (S^{-1})_{\alpha\beta} \frac{\partial\varepsilon_{b'}}{\partial\sigma_\beta} - \frac{\partial\varepsilon_b}{\partial\omega_\alpha^\mu} (V^{-1})^{\mu\nu}_{\alpha\beta} \frac{\partial\varepsilon_{b'}}{\partial\omega_\beta^\nu}, \quad (6.3)$$

ここで上式の 3×3 行列である $S_{\alpha\beta}, V_{\alpha\beta}^{\mu\nu}$ は以下で定義する。

$$S_{\alpha\beta} \equiv \frac{\partial^2 E}{\partial\sigma_\alpha\partial\sigma_\beta} \quad (6.4)$$

$$V_{\alpha\beta}^{\mu\nu} \equiv \frac{\partial^2 E}{\partial\omega_\alpha^\mu\partial\omega_\beta^\nu} \quad (6.5)$$

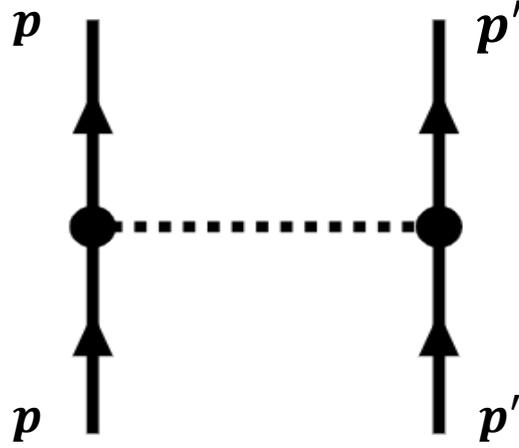


図 10 中間子交換ポテンシャルとして描いた有効バリオン相互作用

またベクトル項について時間成分と空間成分について分解すると、

$$\begin{aligned}
 F_{bb'} = & -\frac{M_b}{E_b(p)} \frac{M_{b'}}{E_{b'}(p')} \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_\alpha} (S^{-1})_{\alpha\beta} \frac{\partial M_{b'}}{\partial \sigma_\beta} - n_{\alpha/b} (V^{-1})_{\alpha\beta}^{00} n_{\beta/b'} \\
 & - \frac{p_i p'_j}{E_b(p) E_{b'}(p')} n_{\alpha/b} (V^{-1})_{\alpha\beta}^{ij} n_{\beta/b'}, \tag{6.6}
 \end{aligned}$$

となる。この有効相互作用の様子を図 10 で表した。実線はバリオン、点線は運動量ゼロで一般化されたスカラー中間子 (S^{-1}) またはベクトル中間子 (V^{-1}) のプロパゲーターを表している。またバーテックスは (6.6) 式のベクトルについてのプロパゲーターを挟んでいる左右の定数に相当する。

中性子星物質などの isospin 非対称なバリオン物質では、 $\bar{u}u, \bar{d}d, \bar{s}s$ などの交換される中間子はバリオンによるループ項 \mathcal{E}_B によって混ざりあう。そこであるバリオン数密度で S と V を対角化するために直交変換を実行し、バーテックスの線形的な組み合わせを得ることによってバリオン間で交換されたフレーバーの結合定数を知ることができる。本研究ではまず中性子星物質の場合 (Flavor SU(3)) ではなく、最も簡単な状態である flavor SU(2) で isospin 対称な核物質での物理的な性質について調査した。この場合での計算方法については次節で述べる。その後、中性子星物質の場合を考えたときの計算方法を述べる。

6.2 対称核物質の場合

この節では、flavor SU(2) で isospin 対称な核物質 (対称核物質) のときの有効相互作用の記述について述べる。ただし 4-fermi に限った計算とする。将来的には 6-fermi、8-fermi も入れる必要がある。6-fermi まで拡張させたときの式のみを付録 B で述べる。また式が長くなってしまったため、スカラー項とベクトル項に分けて述べる。

6.2.1 スカラー項

はじめに (6.6) 式のスカラー項について議論する。エネルギー密度 \mathcal{E} をスカラー平均場 σ_α で 1 階微分を行う。ただし \mathcal{E}_{vac} は (4.7) 式を正則化したものを利用すると、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \sigma_\alpha} &= \frac{\sigma_\alpha}{4G_\pi} - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial M_\alpha} = \frac{\sigma_\alpha}{4G_\pi} - \frac{\partial \mathcal{E}_{vac}}{\partial M_\alpha} - \frac{\partial \mathcal{E}_B}{\partial M_\alpha} \\
&= \frac{\sigma_\alpha}{4G_\pi} - \frac{\partial}{\partial M_\alpha} \left[\frac{3}{8\pi^2} \int_{1/\Lambda_{UV}^2}^{1/\Lambda_{IR}^2} \frac{e^{-\tau M_\alpha^2}}{\tau^3} d\tau \right] - \frac{\partial}{\partial M_\alpha} \left[2 \sum_b \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} E_b(k) \theta(p_b - k) \right] \\
&= \frac{\sigma_\alpha}{4G_\pi} + \frac{3M_\alpha}{4\pi^2} \int_{1/\Lambda_{UV}^2}^{1/\Lambda_{IR}^2} \frac{e^{-\tau M_\alpha^2}}{\tau^2} d\tau - 2 \sum_b \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{M_b}{E_b} \frac{\partial M_b}{\partial M_\alpha} \theta(p_b - k) \\
&= \frac{\sigma_\alpha}{4G_\pi} - f(M_\alpha) - \sum_b \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_\alpha} \rho_b^{(s)} \right) \tag{6.7}
\end{aligned}$$

となる。ここでバリオンの質量 $M_b(M_\alpha, M_\beta, M_\gamma)$ であることに注意する。積分がついている関数を以下で定義してまとめた。

$$f(M_\alpha) = -\frac{3M_\alpha}{4\pi^2} \int_{1/\Lambda_{UV}^2}^{1/\Lambda_{IR}^2} \frac{d\tau}{\tau^2} e^{-\tau M_\alpha^2}, \tag{6.8}$$

$$\rho_b^{(s)} = 2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{M_b}{E_b(k)} \theta(p_b - k), \tag{6.9}$$

ここで $\rho_b^{(s)}$ はバリオン b に対するスカラー密度という。物理的な意味は後程述べる。 $E_b(k) = \sqrt{M_b^2 + k^2}$ を用いて $\rho_b^{(s)}$ について積分を実行すると、

$$\begin{aligned}
\rho_b^{(s)} &= 2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{M_b}{E_b(k)} \theta(p_b - k) \\
&= \frac{M_b}{\pi^2} \int_0^{p_b} \frac{k^2}{\sqrt{M_b^2 + k^2}} dk \\
&= \frac{M_b}{2\pi^2} \left[p_b \sqrt{M_b^2 + p_b^2} - M_b^2 \log \left(\frac{p_b + \sqrt{M_b^2 + p_b^2}}{M_b} \right) \right] \tag{6.10}
\end{aligned}$$

となる。ここで p_b はバリオン b のフェルミ運動量を表す。

同様なやり方でスカラー平均場の 2 次微分を行うと $S_{\alpha\beta}$ は、

$$S_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 E}{\partial\sigma_\alpha\partial\sigma_\beta} = \delta_{\alpha\beta} \left(\frac{1}{4G_\pi} + g(M_\alpha) \right) + \frac{\partial^2 M_b}{\partial M_\alpha \partial M_\beta} \rho_b^{(s)} + \frac{\partial M_b}{\partial M_\alpha} \frac{\partial M_b}{\partial M_\beta} \phi_b \quad (6.11)$$

となる。上式の $g(M_\alpha)$ とは (6.8) 式の関数 $f(M_\alpha)$ の M_α についての微分である。つまり、

$$g(M_\alpha) = f'(M_\alpha) = \frac{3}{4\pi^2} \int_{1/\Lambda_{UV}^2}^{1/\Lambda_{IR}^2} \frac{d\tau}{\tau^2} e^{-\tau M_\alpha^2} (2\tau M_\alpha^2 - 1) \quad (6.12)$$

と表すことができる。また ϕ_b は以下のように定義されている。

$$\phi_b = 2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{k^2}{E_b(k)^3} \theta(p_b - k) \quad (6.13)$$

物理的な意味は後程述べる。 $\rho_b^{(s)}$ のときと同様に積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \phi_b &= 2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{k^2}{E_b(k)^3} \theta(p_b - k) \\ &= \frac{1}{\pi^2} \int_0^{p_b} \frac{k^4}{(\sqrt{M_b^2 + k^2})^3} dk \\ &= \frac{1}{2} p_b \sqrt{M_b^2 + p_b^2} + \frac{M_b^2 p_b}{\sqrt{M_b^2 + p_b^2}} - \frac{3}{2} M_b^2 \log\left(\frac{p_b + \sqrt{M_b^2 + p_b^2}}{M_b}\right) \end{aligned} \quad (6.14)$$

となる。

次に α, β の組み合わせ方を考える。ただし後の議論のために flavor SU(2) に限定する。つまり up と down クォークの 2 種類のみ考える。このときの α, β の組み合わせ方は $(\alpha, \beta) = (uu, ud, du, dd)$ の 4 種類であり、最終的に考える $S_{\alpha\beta}$ は以下のような 2×2 行列で表せる。

$$S_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} S_{uu} & S_{ud} \\ S_{du} & S_{dd} \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

ここからはそれぞれの行列要素について述べる。はじめに $\alpha = \beta$ のときの $S_{\alpha\beta}$ は

$$S_{uu} = \frac{1}{4G_\pi} + g(M_u) + \sum_{b=p,n} \frac{\partial^2 M_b}{\partial M_u^2} \rho_b^{(s)} + \sum_{b=p,n} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_u} \right)^2 \phi_b \quad (6.16)$$

$$S_{dd} = \frac{1}{4G_\pi} + g(M_d) + \sum_{b=p,n} \frac{\partial^2 M_b}{\partial M_d^2} \rho_b^{(s)} + \sum_{b=p,n} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_d} \right)^2 \phi_b \quad (6.17)$$

となる。さらに $\alpha \neq \beta$ のときの $S_{\alpha\beta}$ は

$$S_{ud} = S_{du} = \sum_{b=p,n} \frac{\partial^2 M_b}{\partial M_u \partial M_d} \rho_b^{(s)} + \sum_{b=p,n} \frac{\partial M_b}{\partial M_u} \frac{\partial M_b}{\partial M_d} \phi_b \quad (6.18)$$

となる。

特に対称核物質のとき、 M_u と M_d を以下のようにまとめて書くことにする。

$$M = \frac{1}{2}(M_u + M_d)$$

$$\Delta M = \frac{1}{2}(M_u - M_d)$$

これらの微分形式は、

$$\frac{\partial}{\partial M} = \frac{\partial}{\partial M_u} + \frac{\partial}{\partial M_d}$$

$$\frac{\partial}{\partial(\Delta M)} = \frac{\partial}{\partial M_u} - \frac{\partial}{\partial M_d}$$

である。これらの表示形式を用いてクォーク α の質量を微分形式で書くと

$$\frac{\partial}{\partial M_\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial M} \pm \frac{\partial}{\partial(\Delta M)} \right)$$

となる。これを用いて陽子と中性子の質量 M_p, M_n をクォーク α の質量 M_α を微分すると

$$\frac{\partial M_p}{\partial M_\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \pm M'_p \right), \quad \frac{\partial M_n}{\partial M_\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \mp M'_p \right)$$

$$\frac{\partial^2 M_p}{\partial M_\alpha^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2} \pm 2 \frac{\partial M'_p}{\partial M} + M''_p \right), \quad \frac{\partial^2 M_n}{\partial M_\alpha^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2} \mp 2 \frac{\partial M'_p}{\partial M} + M''_p \right)$$

$$\frac{\partial^2 M_p}{\partial M_u \partial M_d} = \frac{\partial^2 M_n}{\partial M_u \partial M_d} = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2} - M''_p \right) \quad (6.19)$$

のような関係式が求まる。ここで $\alpha = u(\alpha = d)$ のとき上側(下側)の符号を使用する。また M'_p, M''_p の定義は

$$M'_p \equiv \frac{\partial M_p}{\partial(\Delta M)},$$

$$M''_p \equiv \frac{\partial^2 M_p}{\partial(\Delta M)^2}$$

である。今は対称核物質について議論しているため $\Delta M = 0$ で微分をする。陽子と中性子のフェルミ運動量が等しい ($p_p = p_n$) ので $\rho_p^{(s)} = \rho_n^{(s)} = 1/2\rho_N^{(s)}$ 、 $\phi_p = \phi_n = 1/2\phi_N$ と書ける。よって (6.16)、(6.17)、(6.18) 式を書き換えると、

$$S_{uu} = S_{dd} = \frac{1}{4G_\pi} + g(M) + \frac{\rho_N^{(s)}}{4} \left(\frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2} + M_p'' \right) + \frac{\phi_N}{4} \left(\left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \right)^2 + (M_p')^2 \right), \quad (6.20)$$

$$S_{ud} = S_{du} = \frac{\rho_N^{(s)}}{4} \left(\frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2} - M_p'' \right) + \frac{\phi_N}{4} \left(\left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \right)^2 - (M_p')^2 \right), \quad (6.21)$$

となる。ここからは $S_{\alpha\beta}$ の逆行列について述べる。簡単に説明するために $S_{uu} = S_{dd} = a$, $S_{ud} = S_{du} = b$ とおく。このときの逆行列 $(S^{-1})_{\alpha\beta}$ は

$$(S^{-1})_{\alpha\beta} = \frac{1}{a^2 - b^2} \begin{pmatrix} a & -b \\ -b & a \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

となる。(6.22) 式を (6.6) 式へ代入し、 $F_{bb'}$ のスカラー部分のみを計算すると、

$$\begin{aligned} F_{s,bb'} &= -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_{b'}}{E_{b'}} \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_\alpha} (S^{-1})_{\alpha\beta} \frac{\partial M_{b'}}{\partial \sigma_\beta} \\ &= -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_{b'}}{E_{b'}} \left[\frac{\partial M_b}{\partial M_u} (S^{-1})_{uu} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_u} + \frac{\partial M_b}{\partial M_u} (S^{-1})_{ud} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_d} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial M_b}{\partial M_d} (S^{-1})_{du} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_u} + \frac{\partial M_b}{\partial M_d} (S^{-1})_{dd} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_d} \right] \\ &= -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_{b'}}{E_{b'}} \left[\frac{\partial M_b}{\partial M_u} \frac{a}{a^2 - b^2} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_u} + \frac{\partial M_b}{\partial M_u} \frac{-b}{a^2 - b^2} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_d} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial M_b}{\partial M_d} \frac{-b}{a^2 - b^2} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_u} + \frac{\partial M_b}{\partial M_d} \frac{a}{a^2 - b^2} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_d} \right] \\ &= -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_{b'}}{E_{b'}} \left[\frac{a}{a^2 - b^2} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_u} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_u} + \frac{\partial M_b}{\partial M_d} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_d} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{-b}{a^2 - b^2} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_u} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_d} + \frac{\partial M_b}{\partial M_d} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_u} \right) \right] \quad (6.23) \end{aligned}$$

となる。

6.2.2 ベクトル項

次に (6.6) 式のベクトル項について議論する。エネルギー密度 \mathcal{E} をベクトル平均場 ω_α^μ について時間成分と空間成分に分けて 1 階微分を実行すると、

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \omega_\alpha^0} = -\frac{\omega_\alpha^0}{4G_v} \quad (6.24)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \omega_\alpha^i} = -\frac{\omega_\alpha^i}{4G_v} - 2 \sum_b n_{\alpha/b} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} n_b(k) \frac{k_b^i}{\sqrt{k_b^2 + M_b^2}} \quad (6.25)$$

となる。またここでの i は空間成分 ($i = 1, 2, 3$)、 $n_b(k)$ はフェルミ分布関数、 \mathbf{k}_b は移動する系でのバリオンの運動量 $\mathbf{k}_b = \mathbf{k}_b - n_{\alpha/b} \boldsymbol{\omega}_\alpha$ を表す。これらを用いて 2 階微分を実行すると、

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial \omega_{\alpha 0} \partial \omega_{\beta 0}} = -\frac{1}{4G_v} \delta_{\alpha\beta} \quad (6.26)$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial \omega_{\alpha i} \partial \omega_{\beta j}} = \frac{1}{4G_v} \delta_{ij} \left(\delta_{\alpha\beta} + 4G_v \sum_b n_{\alpha/b} n_{\beta/b} \frac{\rho_b}{E_b(p_b)} \right) \quad (6.27)$$

となる。これらの逆数から、(6.6) 式のベクトル項は

$$\begin{aligned} -n_{\alpha/b} (V^{-1})_{\alpha\beta}^{00} n_{\beta/b'} &= 4G_v \delta_{\alpha\beta} n_{\alpha/b} n_{\beta/b'} \quad (6.28) \\ -\frac{p_i p_j}{E_b E_{b'}} n_{\alpha/b} (V^{-1})_{\alpha\beta}^{ij} n_{\beta/b'} &= -4G_v \delta_{ij} \frac{p_i p_j}{E_b E_{b'}} \\ &\quad \times n_{\alpha/b} \left(\delta_{\alpha\beta} + 4G_v \sum_{b_1} (n_{\alpha/b_1} n_{\beta/b_1}) \frac{\rho_{b_1}}{E_{b_1}(p_{b_1})} \right)_{\alpha\beta}^{-1} n_{\beta/b'} \quad (6.29) \end{aligned}$$

となる。最後に $n_{\alpha/b} n_{\beta/b'}$ の値は (b, b') によって値が変化する。クロネッカーデルタの定義、

$$\delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & (\alpha = \beta) \\ 0 & (\alpha \neq \beta) \end{cases}$$

に注意してベクトル項の時間成分 $F_{(v0),bb'}$ は

$$F_{(v0),bb'} = 4G_v (n_{\alpha/b} n_{\alpha/b'}) \quad (6.30)$$

となる。

空間成分については単純にはいかない。スカラー項のときと同様にクォークの組み合わせで考えなければならない。つまり

$$\left(\delta_{\alpha\beta} + 4G_v \sum_{b=p,n} (n_{\alpha/b} n_{\beta/b}) \frac{\rho_b}{E_b} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} uu & ud \\ du & dd \end{pmatrix}^{-1} \quad (6.31)$$

であり、それぞれの行列要素は

$$\begin{aligned}
uu &= 1 + 4G_v \left(\frac{4\rho_p}{E_p} + \frac{\rho_n}{E_n} \right) = 1 + \frac{10G_v\rho_B}{E_N} = 1 + 5x \\
ud &= 4G_v \left(\frac{2\rho_p}{E_p} + \frac{2\rho_n}{E_n} \right) = \frac{8G_v\rho_B}{E_N} = 4x \\
du &= ud \\
dd &= 1 + 4G_v \left(\frac{\rho_p}{E_p} + \frac{4\rho_n}{E_n} \right) = 1 + \frac{10G_v\rho_B}{E_N} = 1 + 5x
\end{aligned}$$

で表すことができる。ここで対称核物質であるので $\rho_p = \rho_n = 1/2\rho_B$, $E_p = E_n = E_N$ を利用し、また $x = \frac{2G_v\rho_B}{E_N}$ とおいた。よって (6.31) 式は

$$\begin{pmatrix} uu & ud \\ du & dd \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1+5x & 4x \\ 4x & 1+5x \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{(1+9x)(1+x)} \begin{pmatrix} 1+5x & -4x \\ -4x & 1+5x \end{pmatrix} \quad (6.32)$$

となる。これを利用してベクトル項の空間成分 $F_{(vi),bb'}$ は

$$F_{(vi),bb'} = -4G_v \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}'}{E_b E_{b'}} \frac{n_{\alpha/b} n_{\beta/b'}}{(1+9x)(1+x)} \begin{pmatrix} 1+5x & -4x \\ -4x & 1+5x \end{pmatrix} \quad (6.33)$$

と書ける。

最終的に (6.6) 式に則ってスカラー項 (6.23) 式とベクトル項の時間成分 (6.30) 式と空間成分 (6.33) 式の和について計算をする。本研究では対称核物質とハイペロンの相互作用について調査するために $b' = N$ とした。次節で詳しく述べる。

6.2.3 有効中間子の交換の相互作用

Isoscalar 中間子 σ の交換と isovector 中間子 δ の交換について記述するために (6.6) 式 (但し $b' = N$) を以下の組み合わせで記述すると定義する。

$$f_{bN} \equiv \frac{1}{2}(F_{bp} + F_{bn}), \quad f'_{bN} = \frac{1}{2}(F_{bp} - F_{bn}). \quad (6.34)$$

ここでのバリオン b は所属している isospin multiplet の粒子の 1 つである。 f_{bN} は isoscalar を表しており、multiplet 内で等しい。つまり、 $f_{NN} \equiv f_{pN} = f_{nN}$, $f_{\Sigma N} \equiv f_{\Sigma^+ N} = f_{\Sigma^0 N} = f_{\Sigma^- N}$, $f_{\Lambda N}$, $f_{\Xi N} \equiv f_{\Xi^0 N} = f_{\Xi^- N}$ と書ける。 f'_{bN} は isovector を表しており、バリオン b の isospin z-成分 (t_b) に比例する粒子の multiplet 内で符号が逆転する。つまり、 $f'_{NN} \equiv f'_{pN} = -f'_{nN}$, $f'_{\Sigma N} \equiv f'_{\Sigma^+ N} = -f'_{\Sigma^- N}$, $f'_{\Xi N} \equiv f'_{\Xi^0 N} = -f'_{\Xi^- N}$ と書ける。よって isoscalar と isovector の形式に従って f_{bN}, f'_{bN} を書き下すと以下のよう

になる。

$$f_{bN}(p, p') = -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_N}{E_N} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M} \right) \left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \right) \frac{1}{2(a+b)} + 6G_v(n_{u/b} + n_{d/b}) - 2G_v \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}'}{E_b E_N} \frac{3(n_{u/b} + n_{d/b})}{1+9x} \quad (6.35)$$

$$f'_{bN}(p, p') = -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_N}{E_N} \left(\frac{\partial M_b}{\partial(\Delta M)} \right) \left(\frac{\partial M_p}{\partial(\Delta M)} \right) \frac{1}{2(a-b)} + 2G_v(n_{u/b} - n_{d/b}) - 2G_v \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}'}{E_b E_N} \frac{n_{u/b} - n_{d/b}}{1+x} \quad (6.36)$$

a, b, x の内容を含めると、最終的に

$$f_{bN}(p, p') = -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_N}{E_N} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M} \right) \left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \right) \times \left(\frac{1}{2G_\pi} + 2g(M) + \rho_N^{(s)} \frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2} + \phi_N \left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \right)^2 \right)^{-1} + \frac{6(1 + \frac{y_b}{2})}{1/(2G_v)} - 6 \left(1 + \frac{y_b}{2} \right) \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}'}{E_b E_N} \left(\frac{1}{2G_v} + \frac{9\rho_B}{E_N} \right)^{-1}, \quad (6.37)$$

$$f'_{bN}(p, p') = -\frac{M_b}{E_b} \frac{M_N}{E_N} \left(\frac{\partial M_b}{\partial(\Delta M)} \right) \left(\frac{\partial M_p}{\partial(\Delta M)} \right) \times \left(\frac{1}{2G_\pi} + 2g(M) + \rho_N^{(s)} \frac{\partial^2 M_p}{\partial(\Delta M)^2} + \phi_N \left(\frac{\partial M_p}{\partial(\Delta M)} \right)^2 \right)^{-1} + \frac{2t_b}{1/(2G_v)} - 2t_b \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}'}{E_b E_N} \left(\frac{1}{2G_v} + \frac{\rho_B}{E_N} \right)^{-1}, \quad (6.38)$$

となる。(6.37)、(6.38) 式で $E_b \equiv E_b(p)$, $E_N \equiv E_N(p')$ 、また、

$$n_{u/b} + n_{d/b} = 2 \left(1 + \frac{y_b}{2} \right) \quad (6.39)$$

$$n_{u/b} - n_{d/b} = 2t_b \quad (6.40)$$

という関係式を用いた。ここでの y_b, t_b はバリオン b のハイパーチャージと isospin の第 3 成分を表す。 $b = N$ のときの図 10 で描かれている中間子の交換の過程を書いた (6.37) 式の解釈は参考文献 [37] で詳細に書いてある。(6.37) 式のはじめの 2 行は isoscalar 中間子 σ について、第 3 行は isoscalar 中間子 ω について描かれている。また (6.38) 式のはじめの 2 行は isovector 中間子 δ について、第 3 行は isovector 中間子 ρ について描かれている。バリオン b に対しての lorentz scalar 中間子 σ や δ の結合定数はバリオンの質量

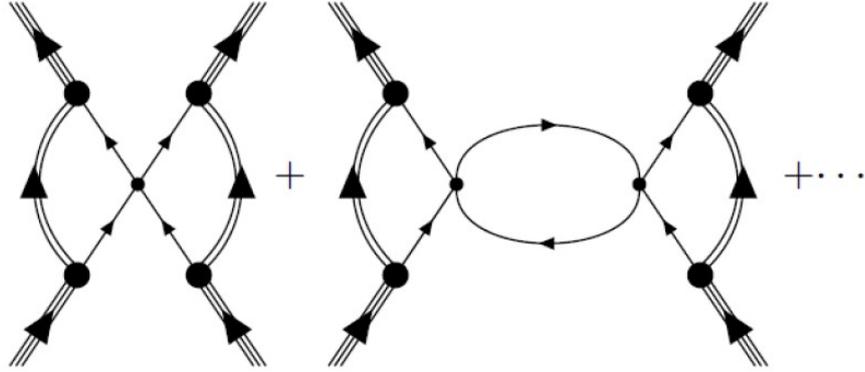


図 11 Quark-diquark 模型に沿ったバリオンの中間子の交換相互作用

M_b を M や ΔM の偏微分で決定する。それに対して lorentz vector 中間子 ω , ρ の結合定数はバリオンに含まれるクォークの数の isoscalar や isovector の組み合わせで決定する。(6.37)、(6.38) 式の分母にある関数 $g(M)$ は (6.12) 式と同じ物であり、真空でのスカラー中間子のクォークによる 1-ループの自己エネルギーを表す。スカラー密度 $\rho_b^{(s)}$ ((6.9) 式) に比例する項は scalar-isoscalar、scalar-isovector の分極率 $\frac{\partial^2 M}{\partial M^2}$, $\frac{\partial^2 M}{\partial (\Delta M)^2}$ から誘発される有効 $\sigma\sigma NN$ や $\delta\delta NN$ の contact な相互作用のフェルミ平均である [83–85]。 ϕ_N に比例する項は”Z-graph”のフェルミ平均を表す [86, 87]。

次に baryon-nucleon 有効相互作用を中間子の交換として記述した場合について述べる。このときのバリオン同士の相互作用の様子を図 11 で表す。はじめに $l = 0$ 相互作用のときの σ 中間子について述べる。(6.37) 式の第 1 行と第 2 行より、分子と分母に σ -quark の結合定数 $g_\sigma^{(q)2}$ ($q = u, d$) を掛ける。まず分子では (6.37) 式の第 1 行と等しくなるために $\sigma - N$ の結合定数 $g_\sigma^{(N)}$ と $\sigma - b$ の結合定数 $g_\sigma^{(b)}$ を以下のように定義する。

$$g_\sigma^{(N)} = g_\sigma^{(q)} \left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \right) \quad (6.41)$$

$$g_\sigma^{(b)} = g_\sigma^{(q)} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M} \right) \quad (6.42)$$

さらに quark-meson 結合定数 $g_\sigma^{(q)2}$ は以下である。

$$g_\sigma^{(q)2} = \frac{-1}{\Pi'_s(q^2 = 0)} \quad (6.43)$$

また Π'_s は $\bar{q}q$ スカラーチャンネルについてのバブルダイアグラム $\Pi_s(q^2)$ 、

$$\begin{aligned}\Pi_s(q^2) &= 6i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}_D[S_F(k)S_F(q+k)] \\ &= 12i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\frac{-2}{k^2 - M^2} + (q^2 - 4M^2) \int_0^1 dx \frac{1}{(k^2 - M^2 + q^2x(1-x))^2} \right]\end{aligned}\quad (6.44)$$

を q^2 について 1 階微分を実行したものである。この関数について正則化した結果については付録 A にて述べる。

次に (6.37) 式の第 2 行を $M_\sigma^2 + \delta M_\sigma^2$ と置く。 M_σ は σ 中間子の質量、 δM_σ^2 はクォークの運動量移行が $q = 0$ の場合の核子についてのループ項を表す。これらの間には以下のような関係が成り立つ。

$$M_\sigma^2 = g_\sigma^{(q)2} \left(\frac{1}{2G_\pi} + \Pi_s(q^2 = 0) + \delta M_\sigma^2 \right) \quad (6.45)$$

$$\delta M_\sigma^2 = \rho_N^{(s)} \left(\frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2} \right) + \phi_N \left(\frac{\partial M_N}{\partial M} \right)^2 \quad (6.46)$$

次に第 3 行のベクトル項にベクトル中間子 ω -quark の結合定数 $g_\omega^{(q)2}$ ($q = u, d$) を分子と分母の両方に掛けると、分子は $g_\omega^{(N)} g_\omega^{(b)}$ と等しくなり、さらに分母は M_ω^2 となる。ここで $g_\omega^{(b)}$ はバリオン b と ω 中間子との結合定数、 M_ω は ω 中間子の質量を表す。また $l = 0$ を考えているので ω 中間子についてのループ項は存在しない。これらの間には以下のような関係が成り立つ。

$$g_\omega^{(N)} = 3g_\omega^{(q)} \quad (6.47)$$

$$g_\omega^{(b)} = g_\omega^{(q)} (n_{u/b} + n_{d/b}) = g_\omega^{(q)} 2 \left(1 + \frac{y_b}{2} \right) \quad (6.48)$$

ここで $y_b = 1 + S_b$ はバリオン b のハイパーチャージである。さらに quark-meson 結合定数 $g_\omega^{(q)2}$ は以下である。

$$g_\omega^{(q)2} = \frac{-1}{\Pi'_v(q^2 = 0)} \quad (6.49)$$

また Π'_v は $\bar{q}q$ ベクトルチャンネルについてのバブルダイアグラム $\Pi_v(q^2)$ 、

$$\Pi_v(q^2) = 48iq^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \frac{x(1-x)}{(k^2 - M^2 + q^2x(1-x))^2} \quad (6.50)$$

を q^2 について 1 階微分を実行したものである。媒質中での運動量がゼロのときの ω 中間子の質量は

$$M_\omega^2 = \frac{g_\omega^{(q)2}}{2G_v} \quad (6.51)$$

と書ける。

次に isovector $l = 0$ の組み合わせ (6.38) 式から考えられる中間子について述べる。はじめに (6.38) 式の第 1 行と第 2 行より分子と分母に δ -quark の結合定数 $g_\delta^{(q)2}$ を掛ける。まず分子では (6.38) 式の第 1 行と等しくなるために $\delta - p$ の結合定数 $g_\delta^{(p)}$ と $\delta - b$ の結合定数 $g_\delta^{(b)}$ を以下のように定義する。

$$g_\delta^{(p)} = g_\delta^{(q)} \left(\frac{\partial M_p}{\partial(\Delta M)} \right) \quad (6.52)$$

$$g_\delta^{(b)} = g_\delta^{(q)} \left(\frac{\partial M_b}{\partial(\Delta M)} \right) \quad (6.53)$$

本研究では $g_\delta^{(q)} = g_\sigma^{(q)}$ であるため計算方法も $g_\sigma^{(q)}$ と同じである。

次に (6.38) 式の第 2 行を $M_\delta^2 + \delta M_\delta^2$ と置く。 M_δ は δ 中間子の質量、 δM_δ^2 はクォークの運動量移行が $q^2 = 0$ の場合の核子についてのループ項を表す。これらの間には以下のような関係が成り立つ。

$$M_\delta^2 = M_\sigma^2 = g_\delta^{(q)2} \left(\frac{1}{2G_\pi} + \Pi_s(q^2 = 0) + \delta M_\delta^2 \right) \quad (6.54)$$

$$\delta M_\delta^2 = \rho_N^{(s)} \left(\frac{\partial^2 M_p}{\partial(\Delta M)^2} \right) + \phi_N \left(\frac{\partial M_p}{\partial(\Delta M)} \right)^2 \quad (6.55)$$

最後に第 3 行のベクトル項にベクトル中間子 ρ -quark の結合定数 $g_\rho^{(q)} (q = u, d) = g_\omega^{(q)}$ を分子と分母の両方に掛けると、分子は $g_\rho^{(p)} g_\rho^{(b)}$ と等しくなり、さらに分母は M_ρ^2 となる。ここで $g_\rho^{(b)}$ はバリオン b と ρ 中間子との結合定数、 M_ρ は ρ 中間子の質量を表す。これらの間には以下のような関係が成り立つ。

$$g_\rho^{(p)} = g_\omega^{(q)} \quad (6.56)$$

$$g_\rho^{(b)} = g_\rho^{(q)} (n_{u/b} - n_{d/b}) = g_\rho^{(q)} 2t_b \quad (6.57)$$

ここで t_b はバリオン b の isospin 第 3 成分を表す。媒質中での運動量がゼロのときの ρ 中間子の質量は

$$M_\rho^2 = M_\omega^2 = \frac{g_\rho^{(q)2}}{2G_v} \quad (6.58)$$

で表される。

ここまでの quark-meson 結合定数を用いて (6.37)、(6.38) 式を変形すると、

$$f_{0,BN} = -\frac{M_b M_N}{E_b E_N} \frac{g_\sigma^{(b)} g_\sigma^{(N)}}{M_\sigma^2} + \frac{g_\omega^{(b)} g_\omega^{(N)}}{M_\omega^2} \quad (6.59)$$

$$f'_{0,BN} = -\frac{M_b M_N}{E_b E_N} \frac{g_\delta^{(b)} g_\delta^{(p)}}{M_\delta^2} + \frac{g_\rho^{(b)} g_\rho^{(p)}}{M_\rho^2} \quad (6.60)$$

と書ける。

6.2.4 相互作用の物理的な意味

この節では、有効中間子相互作用 (6.37) と (6.38) 式の f_{bN} , f'_{bN} についていくつかの物理的な意味について説明する。その前に、まずフェルミ液体論を核子を媒体としたときの 8 重項バリオンへ拡張する。ここからの議論では f_{bN} , f'_{bN} ではなく f_{BN} , f'_{BN} という表現に変える。 f_{BN} は $B = N, \Sigma, \Lambda, \Xi$ の 4 つの独立な isoscalar baryon-nucleon 相互作用、 f'_{BN} は $B = N, \Sigma, \Xi$ の 3 つの独立な isovector baryon-nucleon 相互作用を表す。またバリオン間の軌道角運動量の流れについての $\propto \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}'$ の項 ($l = 1$) をそれ以外の軌道角運動量の流れがない項 ($l = 0$) と分離する。

$$f_{bN} = f_{0,bN} + \cos\theta f_{1,bN}, \quad f'_{bN} = f'_{0,bN} + \cos\theta f'_{1,bN} \quad (6.61)$$

これと同様に f_{BN} , f'_{BN} , F_{bp} , F_{bn} も 2 つに分離させる。また θ は \mathbf{p} と \mathbf{p}' との間の角度である。この表記の仕方は Landau-Migdal parameter の f_l , f'_l と似た形式である。

$l = 0$ の baryon-nucleon 相互作用 $f_{0,bN}$, $f'_{0,bN}$ は背景にある核子のフェルミ運動量によるバリオンのエネルギー ε_b の変化を表す。核子の密度の変化を $\delta\rho_\tau$ ($\tau = p, n$) とおくと、ファーストオーダーまで記述した分布関数の変化は $\delta n_\tau(k) = \frac{\pi^2}{p_\tau^2} (\delta\rho_\tau) \delta(k - p_\tau)$ で書ける。一般的な定義式 (6.1) の一つ目の等式より、核物質内のバリオン b のエネルギーの変化は

$$\delta\varepsilon_b(p) = 2 \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \sum_{\tau=p,n} F_{0,b\tau}(p, p_N) \delta n_\tau(p') = F_{0,b\tau} \delta\rho_\tau \quad (6.62)$$

で書ける。この式から isoscalar と isovector へと分離させると一般的な関係式

$$\frac{\partial\varepsilon_b(k)}{\partial\rho_B} = f_{0,bN}(k, p_N), \quad \frac{\partial\varepsilon_b(k)}{\partial\rho_{(3)}} = f'_{0,bN}(k, p_N), \quad (6.63)$$

を得る。また $\rho_{(3)} = \rho_p - \rho_n$ であり、isospin 対称な核物質で極限を取ると確かに $\rho_{(3)} \rightarrow 0$ となることがわかる。特に $b = N$ とおいたとき、運動量 $k = p_N$ のときのパラメーター

$f_{0,NN}$, $f'_{0,NN}$ は非圧縮率 (K) と対称エネルギー (a_s) と

$$K = 9\rho_B \left(\frac{\pi^2}{2p_N E_N} + f_{0,NN} \right) \quad (6.64)$$

$$a_s = \frac{\rho_B}{2} \left(\frac{\pi^2}{2p_N E_N} + f'_{0,NN} \right) \quad (6.65)$$

のような関係式を持つ。静止系でのバリオンのエネルギーを関係式 (6.39) を利用して記述すると、

$$\varepsilon_b(p) = E_b(p) + 12G_v \rho_B \left(1 + \frac{y_b}{2} \right) + 4G_v \rho_{(3)} t_b, \quad (6.66)$$

となる。これを (6.63) 式へ代入すると、 $l = 0$ の baryon-nucleon 相互作用は

$$f_{0,bN}(k, p_N) = \frac{M_b}{E_b(k)} \frac{\partial M_b}{\partial \rho_B} + 12G_v \left(1 + \frac{y_b}{2} \right), \quad (6.67)$$

$$f'_{0,bN}(k, p_N) = \frac{M_b}{E_b(k)} \frac{\partial M_b}{\partial \rho_{(3)}} + 4G_v t_b. \quad (6.68)$$

と書け、バリオンの有効質量に密度で依存することがわかる。特に b が核子であるとき、 $f_{0,NN}$ に $9\rho_B$ を掛けることによって非圧縮率に σ 中間子と ω 中間子の交換についての項が含まれる。同様に $f'_{0,NN}$ に $\frac{\rho_B}{2}$ を掛けることによって対称エネルギーに δ 中間子と ρ 中間子の交換についての項が含まれる。

次にローレンツ不変性について述べる。はじめにローレンツ不変性の必要条件を2点述べる。1点目の必要条件は核子の分布関数はローレンツ不変である。

$$n'_\tau(k') = n_\tau(k)$$

ここでのプライムは静止系から見て速度 \mathbf{u} で移動している系の事を指す。運動量の変換は $k' = \mathbf{\Lambda}_\mathbf{u} k$ であり、また $\mathbf{\Lambda}_\mathbf{u}$ はローレンツ行列である。ローレンツ変換を実行することによって一定な運動量についての分布関数の変化は参考文献 [53] のように

$$\delta n_\tau(k) \equiv n'_\tau(k) - n_\tau(k) = -\varepsilon_\tau(k) \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{k}} \delta(k - p_\tau)$$

となる。2点目に対称核物質の密度の変化についての関係式をバリオンのエネルギーに適用させた

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon_b(k) &= 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} F_{b\tau}(k, p) \delta n_\tau(p) \\ &= -\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{k}} \frac{2p_N^2 \varepsilon_N}{3\pi^2} f_{1,bN}(k, p_N) \end{aligned} \quad (6.69)$$

は、バリオンのエネルギーを直接ローレンツ変換させたもの

$$\delta\varepsilon_b(k) \equiv \varepsilon'_b(k) - \varepsilon_b(k) = -\mathbf{u} \cdot \mathbf{k} + \varepsilon_b(k)\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_b(k)$$

と同等である必要がある。ここで $\mathbf{v}_b(k) = \nabla_k \varepsilon_b(k)$ はバリオンの速度である。これらの必要条件を用いると以下の関係式が成り立つ。

$$\frac{k}{\varepsilon_b(k)} = v_b(k) + \frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_b(k)} \frac{2p_N^2}{3\pi^2} f_{1,bN}(k, p_N) \quad (6.70)$$

(6.69) 式、(6.70) 式と今までの関係式の中にある $\varepsilon_N \equiv \varepsilon_N(p_n)$ は対称核物質の中の核子のフェルミエネルギーである。 $b = N$ の場合、(6.70) 式は Landau 有効質量の相対論的な式と一致する [53]。ガリレイ変換の下で不変である非相対論的な系では、この係数 $\frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_b(k)}$ は自由核子とバリオン b の質量の比を表す $\frac{M_{N0}}{M_{b0}}$ となる。

必要条件 (6.70) 式が本研究で使用しているモデルで実際に満足しているのかの確認は簡単である。対称核物質でのバリオンのエネルギーは (6.66) 式より運動量 k 、核子のフェルミエネルギー ε_N 、 $\rho_{(3)} = 0$ を利用すると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_b(k) &= E_b(k) + 12G_v \rho_B \left(1 + \frac{y_b}{2}\right) \\ \varepsilon_N &= E_N + 18G_v \rho_B \end{aligned} \quad (6.71)$$

となる。また ω 中間子の交換に寄与する $f_{1,bN}$ は係数 $\cos\theta$ はないが (6.37) 式の最終項と与えられている。これらの結果より、一般的な関係式 (6.70) 式は本研究のモデルでも適していることが結論づけられる。

最後に、バリオンによって運ばれるカレントについて述べる。ローレンツ不変性の必要条件 (6.70) 式は isoscalar $l = 1$ フェルミ液体パラメーターである $f_{1,bN}$ に関係がある。Isovector の部分に関係してくることを示すために、外場からバリオンへ運動量移行がないという条件で、運動量 k で核物質の中で移動しているバリオン b のカレントを議論する。ゲージ不変性とバーテックス関数を書いている積分の方程式より、フェルミ液体論では以下のような結果になる [88]。

$$\mathbf{j}_b^{(X)}(k) = \mathbf{v}_b(k) Q_b^{(X)} + 2 \sum_{\tau=p,n} p_\tau^2 Q_\tau^{(X)} \int \frac{d\Omega_p}{(2\pi)^3} \hat{\mathbf{p}} F_{b\tau}(k, p) \quad (6.72)$$

X はカレントの種類を示している。例えばバリオンカレント $X = B$ 、isospin カレント $X = I$ 、電気カレント $X = E$ 、バリオン b の bare な電荷 $Q_b^{(X)}$ を示している。また bare な電荷にも種類があり、 $Q_b^{(B)} = 1$ 、 $Q_b^{(I)} = t_b$ 、 $Q_b^{(E)} = q_b$ である。上式の第 2 項は核子媒

体の backflow カレントを表す [54]。(6.72) 式で角度積分を実行すると

$$\begin{aligned}
j_b^{(X)} &= v_b Q_b^{(X)} + \frac{p_N^2}{3\pi^2} \left(F_{1,bp}(k, p_N) Q_p^{(X)} + F_{1,bn}(k, p_N) Q_n^{(X)} \right) \\
&= v_b Q_b^{(X)} + \frac{p_N^2}{3\pi^2} \left[\frac{1}{2} \left(F_{1,bp}(k, p_N) + F_{1,bn}(k, p_N) \right) \left(Q_p^{(X)} + Q_n^{(X)} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \left(F_{1,bp}(k, p_N) - F_{1,bn}(k, p_N) \right) \left(Q_p^{(X)} - Q_n^{(X)} \right) \right] \\
&= v_b Q_b^{(X)} + \frac{2p_N^2}{3\pi^2} \left(f_{1,bN}(k, p_N) Q_N^{(X)} + f'_{1,bN}(k, p_N) Q_N^{\prime(X)} \right) \quad (6.73)
\end{aligned}$$

となる。ここでは対称核物質で考えているので $p_p = p_n \equiv p_N$ 、bare な電荷を isoscalar と isovector についての項 $Q_N^{(X)} = \frac{1}{2}(Q_p^{(X)} + Q_n^{(X)})$, $Q_N^{\prime(X)} = \frac{1}{2}(Q_p^{(X)} - Q_n^{(X)})$ に分けた。また核子の場合での 3 種類のカレントは

$$Q_N^{(B)} = 1, \quad Q_N^{\prime(B)} = 0, \quad Q_N^{(I)} = 0, \quad Q_N^{\prime(I)} = \frac{1}{2}, \quad Q_N^{(E)} = Q_N^{\prime(E)} = \frac{1}{2}$$

である。この関係式とローレンツ不変性 (6.70) 式を用いると (6.73) 式は

$$j_b^{(X)}(k) = v_b(k) Q_b^{(X)} + \left(\frac{k}{\varepsilon_N} - \frac{\varepsilon_b(k)}{\varepsilon_N} v_b(k) \right) Q_N^{(X)} + \frac{2p_N^2}{3\pi^2} f'_{1,bN}(k, p_N) Q_N^{\prime(X)} \quad (6.74)$$

となる。バリオンのカレント $j_b^{(B)}$ は

$$j_b^{(B)}(k) = \frac{k}{\varepsilon_N} - v_b(k) \left(\frac{\varepsilon_b(k)}{\varepsilon_N} - 1 \right) \quad (6.75)$$

である。フェルミ表面の核子の場合、(6.75) 式は $j_N^{(B)}(k = p_N) = \frac{p_N}{\varepsilon_N}$ という結果になる。非相対論的な極限では自由カレント $\frac{p_N}{M_{N0}}$ となる。

電気カレント $j_b^{(E)}$ は (6.73) 式より

$$j_b^{(E)} = v_b q_b + \frac{p_N^2}{3\pi^2} \left(f_{1,bN}(k, p_N) + f'_{1,bN}(k, p_N) \right) \quad (6.76)$$

である。この結果を用いてバリオンの有効角運動量の g-factor、 $g_{l,b}$ は

$$j_b^{(E)}(k \rightarrow 0) \equiv \frac{k}{M_{N0}} g_{l,b} \quad (6.77)$$

で定義される。 $g_{l,b}$ を相互作用 $f_{1,bN}$, $f'_{1,bN}$ を利用しないで表す。 $v_b = \frac{k}{E_b(k)}$ と (6.35)

式の $l = 1$ に該当する部分を利用すると、

$$\begin{aligned}
j_b^{(E)}(k) &= \frac{k}{E_b(k)} \left(q_b - \frac{3G_v \rho_B}{E_N} \frac{1}{1+9x} (n_{u/b} + n_{d/b}) - \frac{G_v \rho_B}{E_N} \frac{1}{1+x} (n_{u/b} - n_{d/b}) \right) \\
&= \frac{k}{E_b(k)} \left(q_b - \frac{3x}{2} \frac{1}{1+9x} 2 \left(1 + \frac{y_b}{2} \right) - \frac{x}{2} \frac{1}{1+x} 2t_b \right) \\
&= \frac{k}{E_b(k)} \left(q_b - \frac{3x}{1+9x} \left(1 + \frac{y_b}{2} \right) - \frac{x}{1+x} t_b \right)
\end{aligned} \tag{6.78}$$

(6.77) 式を適用すると、バリオン b の軌道角運動量の g-factor $g_{l,b}$ は

$$g_{l,b} = \frac{M_{N0}}{M_b} \left(q_b - \frac{3x}{1+9x} \left(1 + \frac{y_b}{2} \right) - \frac{x}{1+x} t_b \right) \tag{6.79}$$

となる。ここで $x = \frac{2G_v \rho_B}{E_N} = \frac{1}{9} \left(\frac{\varepsilon_N}{E_N} - 1 \right)$ であり、これはベクトル相互作用の強さを表す。(6.79) 式の中でバリオン数密度に依存するのはバリオンの有効質量 M_b と x のみである。

6.3 中性子星物質の場合

この節では中性子星物質、つまり flavor SU(3) で isospin 非対称な核物質のときの有効相互作用の求め方を述べる。前節と同様に、式が長くなってしまうためスカラー項とベクトル項に分けて議論をする。

6.3.1 スカラー項

はじめにスカラー項について議論する。考え方は対称核物質のときと同様であるが、違う点としてクォーク $\alpha = u, d, s$ である。エネルギー密度 \mathcal{E} をスカラー平均場 σ で 2 階微分を実行すると $S_{\alpha\beta}$ は

$$S_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_\alpha \partial \sigma_\beta} = \delta_{\alpha\beta} \left(\frac{1}{4G_\pi} + g(M_\alpha) \right) + \frac{\partial^2 M_b}{\partial M_\alpha \partial M_\beta} \rho_b^{(s)} + \frac{\partial M_b}{\partial M_\alpha} \frac{\partial M_b}{\partial M_\beta} \phi_b \tag{6.80}$$

である。今回の $S_{\alpha\beta}$ は 3×3 行列であることに注意すると、

$$S_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} S_{uu} & S_{ud} & S_{us} \\ S_{du} & S_{dd} & S_{ds} \\ S_{su} & S_{sd} & S_{ss} \end{pmatrix} \tag{6.81}$$

となる。つまり逆行列 S^{-1} は

$$S^{-1} \equiv \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det S} \begin{pmatrix} df - e^2 & ce - bf & be - cd \\ ce - bf & af - c^2 & bc - ae \\ be - cd & bc - ae & ad - b^2 \end{pmatrix} \tag{6.82}$$

と書ける。ここでそれぞれの行列要素を対応するアルファベットに代用している。これを要素ごとにすべて書き下すことは非常に大変なため、 $(S^{-1})_{\alpha\beta}$ については数値的に求める。

6.3.2 ベクトル項

ベクトル項についても同様な方法で計算する。ベクトル項を時間成分と空間成分に分けたものは (6.28, 6.29) 式を用いる。今回の場合では strange クォークまで考え、さらに取り扱う粒子も増えるため組み合わせごとで $\delta_{\alpha\beta}n_{\alpha/b}n_{\beta/b'}$ も変化する。時間成分は 8×8 行列で表される。

$$-n_{\alpha/b}(V^{-1})_{\alpha\beta}^{00}n_{\beta/b'} = \begin{pmatrix} 20 & & & & & & & \\ 16 & 20 & & & & & & \\ 16 & 8 & 20 & & & & & \\ 12 & 12 & 12 & 12 & & & & \\ 8 & 16 & 4 & 12 & 20 & & & \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & & \\ 8 & 4 & 16 & 12 & 8 & 12 & 20 & \\ 4 & 8 & 8 & 12 & 16 & 12 & 16 & 20 \end{pmatrix} G_v \quad (6.83)$$

ここで一番左上が $(b, b') = (p, p)$ についての時間成分の係数を表し、縦横 1 つずれると $n, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Lambda, \Xi^-, \Xi^0$ と変化していく。また対角線で数値が対称になるためもう半分の数値は省略している。

7 数値計算結果

この章では、第4章から第6章まで議論してきた事、4-fermi 相互作用の対称核物質と中性子星物質の状態方程式と中性子星の内部構造、6-fermi と 8-fermi 相互作用まで拡張した時の中性子星物質の状態方程式と中性子星の内部構造の数値計算の結果について述べる。

数値計算について述べる前に、今回の計算で使用した模型に使用されたパラメーターと値の取り方について述べる。Flavor SU(3) NJL 模型のラグランジアン ((3.43) 式) の最終項以外には、結合定数 G_π と G_ω 、ギャップ方程式 (3.55) 式によるクォークの真空での構成質量 M_0, M_{s0} によって決められたカレントクォーク質量 m, m_s がある。また後程説明する proper-time 正則化 [74, 89] を実行するために必要な赤外カットオフ Λ_{IR} と紫外カットオフ Λ_{UV} を導入する。この方法では、紫外カットオフは積分の発散を抑え、また赤外カットオフは物理的ではないハドロンのクォークへの崩壊を防ぐための閾値である。

はじめに赤外カットオフは QCD での赤外カットオフ Λ_{QCD} と同じ値、 $\Lambda_{IR} = 0.24 \text{ GeV}$ を取る。次に Λ_{UV}, m, G_π は真空でのクォークの構成質量を $M_0 = 0.4 \text{ GeV}$ 、 π 中間子の崩壊定数 $f_\pi = 0.93 \text{ GeV}$ と質量 $m_\pi = 0.14 \text{ GeV}$ を再現できるようにとる。これは π 中間子についての $\bar{q}q$ チャンネルの中の Bethe-Salpeter 方程式によって導かれる [35, 90]。 m_s は strange クォークの真空での構成質量が $M_{s0} = 0.562 \text{ GeV}$ を再現できるように取った。これはクォーク・ダイクォーク束縛された状態の方程式によって求められた Ω バリオンの質量の観測値 $M_\Omega = 1.67 \text{ GeV}$ を再現できるように取っている。ベクトル項についての結合定数 G_v は対称核物質の飽和密度が $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$ で核子当たりの束縛エネルギーが $E_B/A = -16 \text{ MeV}$ を再現するように取る。現在の Flavor SU(3) NJL 模型では、質量公式の対称性エネルギー項の係数 a_s の経験的な値 $a_s = 32 \text{ [MeV]}$ を再現するためのパラメーターは採用していない。これは (3.43) 式のベクトル項の isoscalar と isovector $\bar{q}q$ チャンネルについてカイラル対称性を考慮しているため、参考文献 [75] のように対称エネルギーを再現するためのパラメーター G_ρ は使用せずに G_ω と統一して G_v としているからである。ここまでのカットオフ、 $\bar{q}q$ チャンネルの結合定数、クォークの質量の値を表 2 にまとめる。 m_s は参考文献 [75] で必要なかったため記載されていないが、それ以外は同じ値を使用している。また (3.44) 式より、スカラー、軸性ベクトル qq チャンネルの結合定数の2つのパラメーター G_S, G_A が追加される。これは核子と Δ 粒子の真空での質量、 $M_{N0} = 0.94 \text{ GeV}$ 、 $M_{\Delta0} = 1.23 \text{ GeV}$ を再現できるように値を決めた。また同じ手法を使用して計算した各種バリオンの真空での質量を観測値と一緒に表 3 にまとめた。

表 2 各種パラメーターの値. (単位：正則化パラメーター、クォークの構成質量、カレントクォークは GeV, 結合定数は GeV^{-2})

Λ_{IR}	Λ_{UV}	G_π	G_v	M_0	M_{s0}	m	m_s
0.240	0.645	19.04	6.03	0.40	0.562	0.016	0.273

表 3 バリオンの真空での質量 (単位:GeV). このとき核子と Δ 粒子の真空の質量を再現するようにスカラー・軸性ベクトルダイクォークチャンネルの結合定数 $G_S = 8.76 \text{ GeV}^{-2}$ 、 $G_A = 7.36 \text{ GeV}^{-2}$ を使用.

	M_{N0}	$M_{\Lambda 0}$	$M_{\Sigma 0}$	$M_{\Xi 0}$
calc.	0.94	1.12	1.17	1.32
obs.	0.94	1.12	1.19	1.32

次に正則化の方法について述べる。NJL 模型は基本的に正則化されずに記述されているため、以下のような発散する積分を計算するには正則化を実行しなければならない。

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} F(k, q)$$

正則化にはいろいろな方法があるが、本研究では proper-time の方法で正則化を行う。方針として、まず以下のファインマンパラメータ、

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 \frac{1}{(Ax + B(1-x))^2} dx$$

を導入する。さらにウィック回転を実行し、4次元球面座標系を導入すると、

$$\int d^4 k f(k^2) = 2\pi^2 i \int_0^\infty k_E^3 dk_E f(-k_E^2) \quad (7.1)$$

となる。ここで $k_E = \sqrt{k_0^2 + \mathbf{k}^2}$ はユークリッド長である。次に以下の関係式を導入する。

$$\ln \frac{D}{D_0} = - \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau} \left(e^{-\tau D} - e^{-\tau D_0} \right) \quad (7.2)$$

$$\frac{1}{D^n} = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^\infty d\tau \tau^{n-1} e^{-\tau D} \quad (7.3)$$

ここで D は k_E が含まれた関数である。Proper-time 正則化では、これらの定積分の上
 限値を赤外カットオフ $1/\Lambda_{IR}^2$ 、下限値を紫外カットオフ $1/\Lambda_{UV}^2$ に置き換える。実際に
 proper-time の方法で正則化が必要な様々な関数の変形を付録 A に示す。

7.1 対称核物質

この節では第 4 章で議論した核子の飽和性が成り立つことから導かれる物理量を調査す
 るために対称核物質の状態方程式を計算した結果について記す。

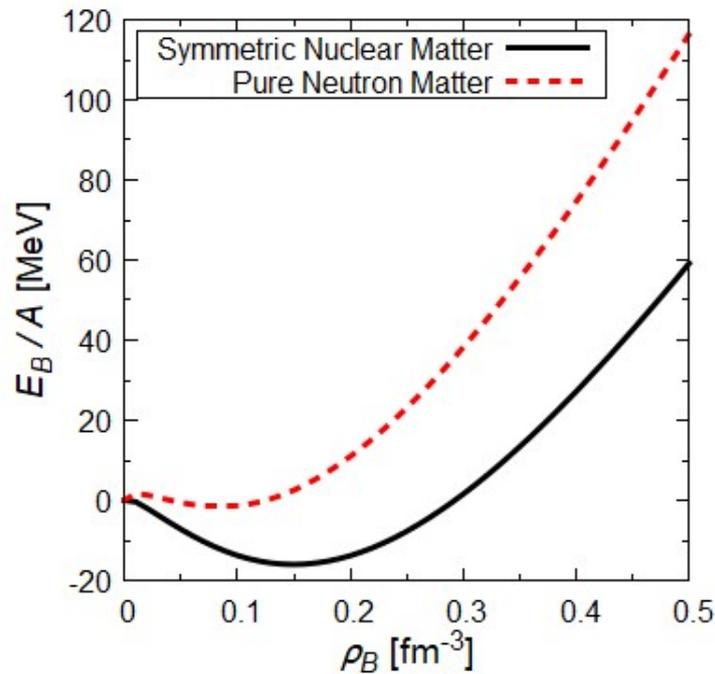


図 12 核子あたりの束縛エネルギー

図 12 はバリオン数密度と核子あたりの束縛エネルギー ($\mathcal{E}/\rho_B - M_{N0}$) の関係を表す。
 横軸はバリオン数密度、縦軸は核子あたりの束縛エネルギーである。実線は対称核物質
 (SNM) の場合、点線は中性子のみで構成されている物質 (PNM) である。飽和密度で束
 縛エネルギーを調整するパラメーターが 1 つ (G_v) しかないが、結果的に束縛エネルギー
 を経験的な値に合わせることができた。ただし自由に調整可能なパラメーターが 1 つしか
 ない影響で、非圧縮率と対称エネルギーが経験的な値より大きく計算されてしまう。また対
 称エネルギーが小さいため、PNM で数密度 0.1 fm^{-3} 付近で少し値が小さくなる。

PNM で有効クォークと核子の質量の isospin の破れの影響を確かめるために、4 つの数

表 4 対称核物質 (SNM) と中性子物質 (PNM) で 4 つの数密度のクォークと核子の有効質量 (単位: 数密度は fm^{-3} , 質量は GeV)

case	ρ_B	M_u	M_d	M_p	M_n
SNM	0	0.4	0.4	0.94	0.94
	0.15	0.325	0.325	0.765	0.756
	0.3	0.284	0.284	0.683	0.683
	0.5	0.257	0.257	0.648	0.648
PNM	0	0.4	0.4	0.94	0.94
	0.15	0.340	0.314	0.768	0.755
	0.3	0.301	0.275	0.695	0.686
	0.5	0.271	0.251	0.656	0.651

密度を選び SNM と PNM 別に質量を表 4 で表す。ここでは何点か特徴が見える。1 点目として、ギャップ方程式 (3.55) 式より、d クォークが過剰である系では平均スカラー場 σ_d の大きさは σ_u の大きさよりも密度によってより早く値が小さくなる。つまり $M_u > M_d$ である。またこの事より、より多くの u クォークが含まれている isospin 多重項のバリオンの質量が重くなる。2 点目は詳細は後程説明するが、バリオンの scalar isovector の分極率が理由でクォークよりもバリオンの方が isospin splitting が一般的には小さい。

図 13 は SNM のときのバリオン数密度とバリオンのエネルギーの関係を表す。横軸はバリオン数密度、縦軸はバリオンのエネルギーである。各バリオンのエネルギーは (4.5) 式を用いて次のように計算している。

$$\varepsilon_N = \sqrt{p_N^2 + M_N^2} + 3\omega_\alpha^0 \equiv E_N(p_N) + 3\rho_B \quad (7.4)$$

$$\varepsilon_\Sigma = M_\Sigma + 2\omega_\alpha^0 = M_\Sigma + 12\rho_B \quad (7.5)$$

$$\varepsilon_\Lambda = M_\Lambda + 2\omega_\alpha^0 = M_\Lambda + 12\rho_B \quad (7.6)$$

$$\varepsilon_\Xi = M_\Xi + \omega_\alpha^0 = M_\Xi + 6\rho_B \quad (7.7)$$

ここで ε_N のみにフェルミ運動量に依存し、他のバリオンの運動量はゼロとした。これは今核物質に含まれている物質を核子のみで考慮しているからである。 ε_N で数密度 0.1 fm^{-3} 以下ではエネルギーが下がっていることから不安定であることがわかる。また飽和密度で 924 MeV となり、真空のエネルギー 940 MeV との差を取ると 16 MeV とな

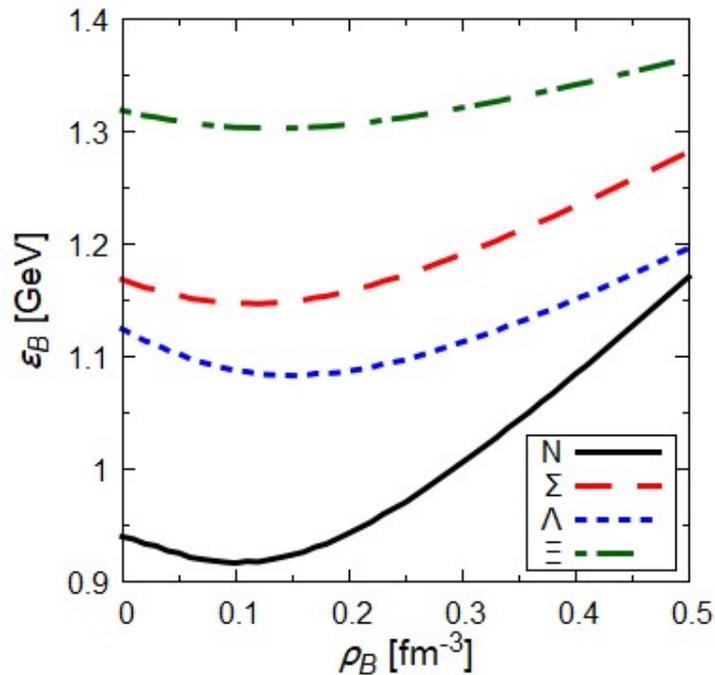


図 13 バリオンのエネルギー

り、確かに飽和密度で束縛エネルギーの値になることが確認できた。ここには載せていないが、数密度を上げていくと Λ 粒子の有効質量は核子よりゆっくり下がっていくが飽和密度付近ではより大きく束縛することも明らかになっている。これは、核子のエネルギーはフェルミ面の由来だが、 Λ のエネルギーは運動量によらないため有限原子核の低エネルギー軌道由来だからである。さらに SNM での Λ の斥力についてのベクトル項 ($12G_v\rho_B$) が核子より小さい ($18G_v\rho_b$) ことも原因である。

また Λ と Σ のエネルギー曲線は少し違う挙動をする。斥力についてのベクトル項が等しいにも関わらず 2 つのエネルギー差が数密度の上昇によって大きくなるのは、それぞれの有効質量の取り方が違うからである。結果として、飽和密度付近で Λ は Σ より 22 MeV 大きく束縛する。これは参考文献 [46] で指摘している点と確かに一致する。この理由としてそれぞれの粒子の内部構造の違いにある。 Λ や核子には引力の源である (u, d) によるスカラーダイクォークから構成されているのに対して Σ には含まれていない。この内部構成の違いから、表 3 で示されている通り自由な Σ と Λ の質量に違いが生じる。このことは構成クォーク模型から知られている [91]。数密度が大きくなると Σ の質量のほうが Λ の質量より大きくなる。この理由として、スカラーダイクォークの質量が軸性ベクトルダイクォークの質量よりも早く小さくなるからである。(u,d) で構成されている

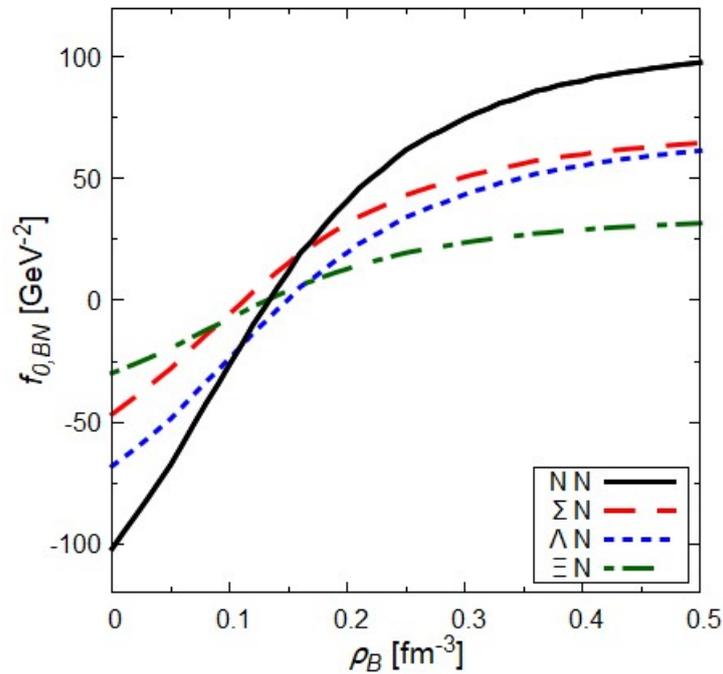


図 14 isoscalar バリオン・核子相互作用 ($l=0$)

相対的に強いスカラーダイクォークと弱い軸性ベクトルダイクォークの性質の相違点が、グルーオン交換のときの color magnetic spin-spin 相互作用に類似している。本研究ではこの性質を用いて自由空間での $\Delta - N$ の質量差を再現している。 Ξ のエネルギーはほとんど変化しない。これは SNM の核子同士の相互作用に 4-fermi 相互作用の範囲内では strange クォークは効かないからである。

バリオンの内部構造の違いにより $\Sigma - \Lambda$ の質量差が大きくなるにも関わらず、我々の平均場モデルでは Σ バリオンはまだ束縛する。最近の研究では Σ バリオンは核子媒体では束縛しないとされており [13]、実験分野でもこの結果を裏付けている [16]。我々の今後の課題としてバリオンとクォークの両方のレベルで交換項を持つ非対称化の効果を入れることである。実際には、経路積分形式の NJL 模型の hadronization ではクォーク交換についての効果は自然と出てくる [92, 93]。クォークレベルでのパウリの排他原理による効果について ΣN の斥力効果に寄与することが最近判明した [9, 16]。本研究の目的は多体バリオン系での平均場近似で書かれたバリオンの内部構造のクォークの効果についての調査であることから、この興味深い結果についての調査は今後の課題として残しておく。

図 14 はバリオン数密度と $l=0$ のときの isoscalar baryon-nucleon 相互作用の強さ ((6.37) 式) の関係を表す。横軸がバリオン数密度、縦軸は isoscalar baryon-nucleon 相

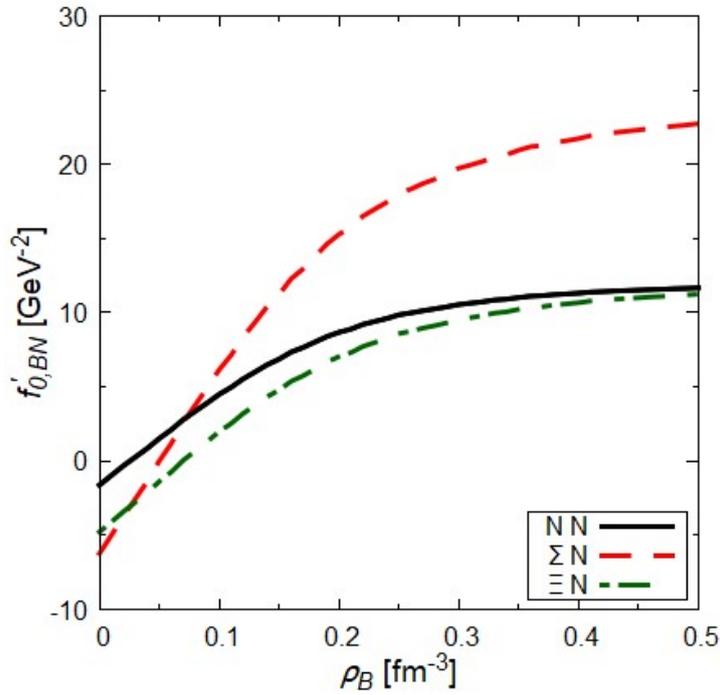


図 15 isovector バリオン・核子相互作用 ($l=0$)

相互作用の強さを表す。また図 15 はバリオン数密度と $l = 0$ のときの isovector baryon-nucleon 相互作用の強さ ((6.38) 式) の関係を表す。横軸がバリオン数密度、縦軸は isovector baryon-nucleon 相互作用の強さを表す。この 2 つの計算でも核子 N の運動量はフェルミ運動量で、他のバリオンの運動量はゼロとした。これらの図では、低密度では引力のためスカラー中間子の交換、また高密度では斥力のためベクトル中間子の交換を表している。(6.37)、(6.38) 式の第 1 項のバリオンのスカラー中間子についての結合定数の大きさは数密度が増加すると小さくなる。それに対して第 2 項の分母についての値は少し大きくなる。これは引力を表しているクォークループ項と斥力を表しているバリオンループ項が打ち消しあうためである。よって、スカラー中間子交換による引力効果は数密度の増加に対して簡潔に記述されたハドロンの場合よりも値が速く小さくなる。ここで (6.37)、(6.38) 式に出てくる中間子・バリオン結合定数と中間子の質量について任意の数密度ごとに表 5 でまとめた。表 5 の D は (6.37) 式と (6.38) 式の第 2 行である。

図 14 のそれぞれの曲線は (6.63) 式の 1 つの目の式によってバリオンのエネルギーに関連していることがわかる。これによって $NN \rightarrow \Lambda N \rightarrow \Sigma N \rightarrow \Xi N$ の順番で $f_{0,BN}$ の平均値が小さくなるは自然である。特に密度によって M_Σ より M_Λ が速く質量の値が下

表 5 $l = 0$ の有効相互作用のときの meson-baryon 結合定数と中間子の質量. (単位: 数密度は fm^{-3} 、分極率は GeV^{-1} 、D は GeV^{-2})

ρ_B	$\frac{\partial M_N}{\partial M}$	$\frac{\partial M_\Lambda}{\partial M}$	$\frac{\partial M_\Sigma}{\partial M}$	$\frac{\partial M_\Xi}{\partial M}$	$\frac{\partial^2 M_N}{\partial M^2}$	D
0	2.74	1.83	1.55	0.86	5.90	0.0357
0.15	2.07	1.45	1.15	0.65	12.6	0.0398
0.3	1.49	1.14	0.86	0.49	15.9	0.0532
0.5	1.04	0.89	0.63	0.37	17.2	0.0737
ρ_B	$\frac{\partial M_p}{\partial(\Delta M)}$	$\frac{\partial M_{\Sigma^+}}{\partial(\Delta M)}$	$\frac{\partial M_{\Xi^0}}{\partial(\Delta M)}$	$\frac{\partial^2 M_p}{\partial(\Delta M)^2}$	D	
0	0.70	1.55	0.86	9.35	0.0357	
0.15	0.49	1.15	0.65	14.7	0.0418	
0.3	0.33	0.86	0.49	18.1	0.0572	
0.5	0.21	0.63	0.37	19.8	0.0819	

がることから、(6.67) 式の第 1 項はより低密度領域での ΛN による引力は ΣN による引力よりも強い。飽和密度付近では、 ΛN と isoscalar ΞN の相互作用は似ていてさらに小さい。それに対して、isoscalar NN と ΣN の相互作用はどちらも斥力の効果を持っている。特に NN の場合、(6.64) 式を利用して飽和密度での incompressibility K を計算すると $K = \frac{3\rho_N^2}{E_N} + 9\rho_B \frac{M_N}{E_N} \frac{\partial M_N}{\partial \rho_B} + 162G_v\rho_B = (0.253 - 1.014 + 1.124)\text{GeV} = 0.363\text{ GeV}$ となる。第 1 項は $E_N = 0.8\text{ GeV}$ を持つ相互作用していない準粒子、第 2 項は σ 中間子の交換、第 3 項は ω 中間子の交換を表している。経験的な値である $K \simeq 0.25\text{ GeV}$ を再現するためには、飽和密度付近で $f_{0,bN} \simeq 0$ である必要がある。

図 15 より低密度での δ 中間子の交換による引力的効果と高密度での ρ 中間子による斥力的効果がわかる。Isovector ΣN による斥力効果が他の相互作用よりも強いのは (6.68) 式より isospin 定数 t_b によるものである。これは Σ^\pm が isovector 核子密度に対してのエネルギーの変化が一番大きいからである。ただし Isovector 相互作用の全体的な大きさは isoscalar のと比較すると小さい。特に NN 相互作用の場合は、(6.68) 式を利用して対称エネルギーを $a_s = \frac{\rho_N^2}{6E_N} + \frac{\rho_B}{2} \frac{M_N}{E_N} \frac{\partial M_p}{\partial \rho_{(3)}} + G_v\rho_B = (14 - 3 + 7)\text{MeV} = 18\text{ MeV}$ と計算できる。ここで第 1 項は相互作用していない準粒子、第 2 項は δ 中間子の交換、第 3 項は ρ 中間子の交換を示している。点粒子としての核子の場合 [94] では、我々の模型では影響は小さいが、 δ 中間子の交換は対称エネルギーがあまり望まれない結果になると言われている。我々の模型では経験的な値である $a_s \simeq 32\text{ MeV}$ より小さい。これはフレーバーや

カイラル対称性が理由でラグランジアン (3.43) 式に vector-isovector チャンネルに独立のベクトル結合が許されないからである。

ここからは図 14、15 について 2 点のコメントを述べる。まず 1 点目として isospin 非対称物質での isospin splitting についてである。我々の計算では $f'_{0,BN}$ が低密度では負であることから、 $b = p, \Sigma^+, \Xi^0$ としたとき (6.68) 式の第 1 項が負であることがわかる。中性子の比率が大きい系 ($\rho_{(3)} < 0$) では、媒質中での isospin splitting で並べられるバリオンの順番が up クォークの数が多いバリオンはより質量が大きくなる。これは表 4 より中性子過剰物質では $M_p > M_n$ や $M_u > M_d$ であることから自明である。さらに表 5 よりバリオン数密度によって isovector 結合定数 $\partial M_b / \partial(\Delta M)$ が小さくなることによって、バリオンの mass splitting がクォークのよりも小さい。別の言い方で表現すると、核子の scalar と isovector の分極率 ($\frac{\partial^2 M_p}{\partial(\Delta M)^2}$) が数密度によって大きくなる。

2 点目は、2 体相互作用の質量や結合定数にある密度依存性が 3 体有効相互作用にも含まれていることである。例として (6.37) 式の $l = 0$ の部分で議論する。点粒子としての核子の場合、密度に依存するのは定数 $\frac{M_N}{E_N}$ と分母にある関数 ϕ_N のみである。結合定数が小さくなることや、核子の scalar isoscalar 分極率による中間子の質量の増加によって、3 体相互作用ではさらなる斥力の効果を受ける [95]。密度による bN の引力効果の急激な低下は 3 体有効相互作用では急激な斥力効果となるが、図 13 では Σ と核子の斥力効果が生み出されるには不十分である。

最後に 6.2.3 章にて議論した quark-meson 結合定数について、対称核物質での $\sigma, \omega, \delta, \rho$ 中間子の有効結合定数とその質量を表 6 にまとめた。表より $g_\sigma^{(\Lambda)} > g_\sigma^{(\Sigma)}$ であるので、 Λ と Σ の quark-diquark 内部構造の違いによる影響が反映されていることがわかる。

表 6 対称核物質での $\sigma, \omega, \delta, \rho$ 中間子の有効結合定数と質量。(単位: 結合定数は無次元量、質量は GeV)

density	$g_\sigma^{(q)}$	$g_\sigma^{(N)}$	$g_\sigma^{(\Lambda)}$	$g_\sigma^{(\Sigma)}$	$g_\sigma^{(\Xi)}$	M_σ
0	6.63	18.21	12.13	10.28	5.70	1.25
0.15	4.85	10.06	7.05	5.59	3.15	0.96
0.3	4.20	6.25	4.80	3.59	2.06	0.97
0.5	3.85	4.01	3.45	2.44	1.43	1.05
density	$g_\omega^{(q)}$	$g_\omega^{(N)}$	$g_\omega^{(\Lambda)}$	$g_\omega^{(\Sigma)}$	$g_\omega^{(\Xi)}$	M_ω
0	5.27	15.80	10.54	10.54	5.27	1.52
0.15	4.51	13.53	9.02	9.02	4.51	1.30
0.3	4.18	12.53	8.35	8.35	4.18	1.20
0.5	3.99	11.96	7.97	7.97	3.99	1.15
density	$g_\delta^{(q)}$	$g_\delta^{(p)}$	$g_\delta^{(\Lambda)}$	$g_\delta^{(\Sigma^+)}$	$g_\delta^{(\Xi^0)}$	M_δ
0	6.63	4.64	0	10.28	5.70	1.25
0.15	4.85	2.38	0	5.59	3.15	0.99
0.3	4.20	1.38	0	3.59	2.06	1.00
0.5	3.85	0.81	0	2.44	1.43	1.10
density	$g_\rho^{(q)}$	$g_\rho^{(p)}$	$g_\rho^{(\Lambda)}$	$g_\rho^{(\Sigma^+)}$	$g_\rho^{(\Xi^0)}$	M_ρ
0	5.27	5.27	0	10.54	5.27	1.52
0.15	4.51	4.51	0	9.02	4.51	1.30
0.3	4.18	4.18	0	8.35	4.18	1.20
0.5	3.99	3.99	0	7.97	3.99	1.15

図 16 は (6.79) 式で与えられている軌道角運動量のくりこみを表す g -factors の関係を表す。横軸がバリオン密度、縦軸が軌道角運動量のくりこみによる g -factor を表す。6.2.4 章ではフェルミ液体論の内容が中心であったが、核子で埋まっているフェルミ海と 1 つの核子 [96, 97] や 1 つのハイペロン [98, 99] との反応を利用することによって相対論的な meson-nucleon の理論でも同様な結果を得ることができる。これは仮想的な $N\bar{N}$ の励起からくる RPA 型のバーテックスの関係から来ており、相対論的な理論での磁気モーメントを求める妥当な方法として知られている [100, 101]。この例として、正に荷電されたバリオン、陽子と Σ^+ 、また中性な電荷を持つバリオン、中性子と Λ について調査した結

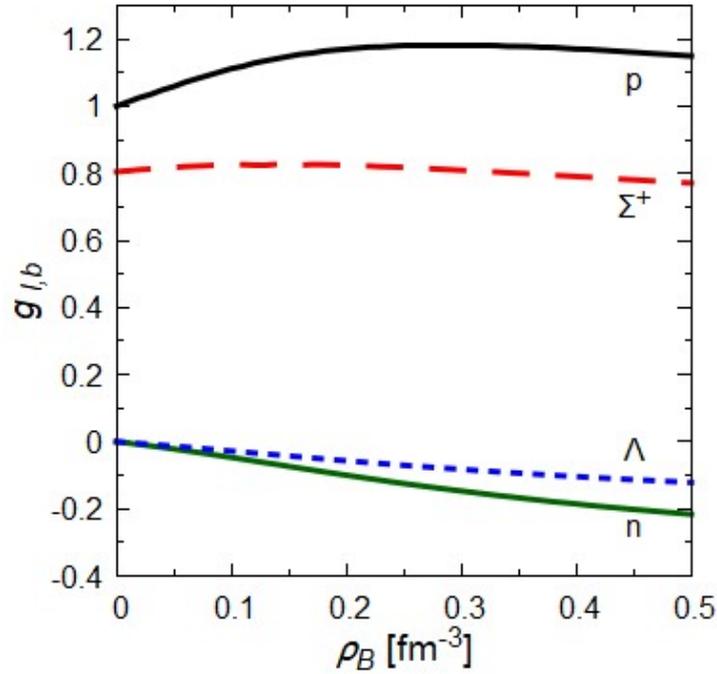


図 16 角運動量の定数 g

果を図 16 に示した。Isoscalar な組み合わせ $g_{l,p} + g_{l,n}$ を見るとこの効果は、飽和密度付近で $\frac{M_{N0}}{M_N} \simeq 1.24$ から、補正のファクター $\frac{E_N}{\varepsilon_N} = 0.87$ を受ける。これに対して isovector な組み合わせ $g_{l,p} - g_{l,n}$ ではほぼ変化がない。これは (6.79) 式の最終項が非常に小さくなってしまったためである。結果として、自由な値と比較して陽子の g_l は大きくなり、また中性子の g_l は小さくなる。 Σ^+ の場合、質量変化による g_l の増加が陽子の半分ほどだったこともあり、backflow の効果を入れてから g_l は少し下がる。 Λ は中性子と同じような反応をするが、有効質量の落ち方がゆっくりで g_l も密度によってゆっくり下がる。ここではこれ以上追求しないが、参考文献 [99] でハイパー核についてより詳しい議論をしている。

7.2 中性子星物質

この節では、第 4 章で議論した中性子星物質の状態方程式の計算結果について記す。ここでの中性子星物質とは 8 重項バリオン ($p, n, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Lambda, \Xi^0, \Xi^-$) とレプトン (e, μ) をすべて含めた核物質のことを指す。

図 17 はバリオン数密度と 3 種類の条件での中性子星物質の状態方程式の関係を表す。

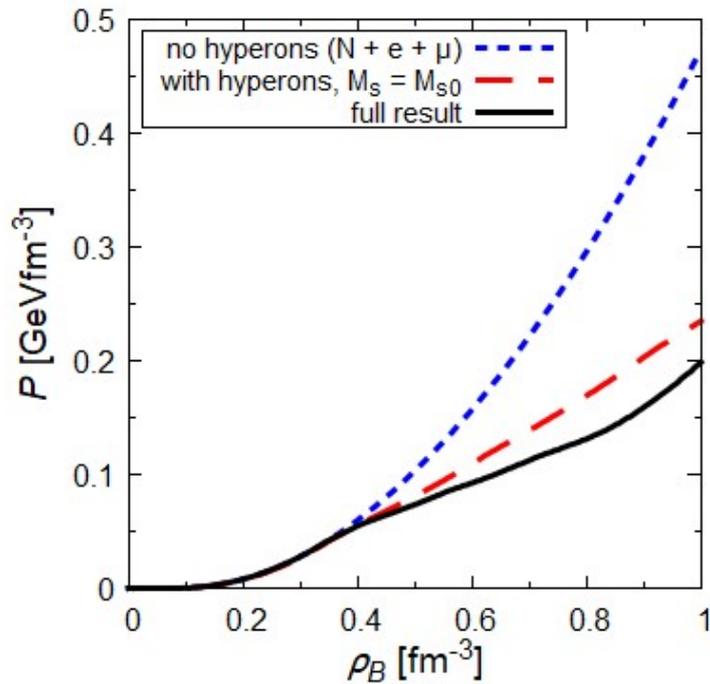


図 17 中性子星物質の状態方程式

横軸がバリオン数密度、縦軸が核物質の圧力を表す。ここで計算に採用した3種類の状態方程式の条件について紹介する。1つ目は、ハイペロンを一切考慮していない中性子星物質 (proton, neutron, electron, muon の4種類のみ) を点線で描いた。2つ目は、ハイペロンはすべて考慮しているが、バリオンの質量を決定するための変数の1つであるストレンジクォークの構成質量を真空の値 $M_s = 562 \text{ MeV}$ に固定させたときの中性子星物質を破線で描いた。3つ目は、ハイペロンをすべて考慮しつつストレンジクォークの構成質量も変化するような中性子星物質を実線で描いた。数密度 0.35 fm^{-3} 付近まではすべての場合で同じ圧力の値を取った。これはこの数密度付近までハイペロンが存在することが可能かの判断材料であるフェルミ運動量の閾値に達していないため、全ての場合においてこの数密度までの中性子星物質の構成は点線の条件と同じとしたためである。これ以降の数密度では1種類以上のハイペロンが閾値を上回るため圧力が変化する。数密度によって具体的にどのバリオンが存在可能なかは後で紹介する。また状態方程式にハイペロンの項を組み込んだ場合、組み込んでいないときと比較すると高密度領域での圧力が大きく下がる。この点は参考文献 [18, 19] でも指摘されており、我々のモデルで計算しても同様な現象が確認できた。これらの違いが中性子星の構造の決定のどのような違いが生じるかはこ

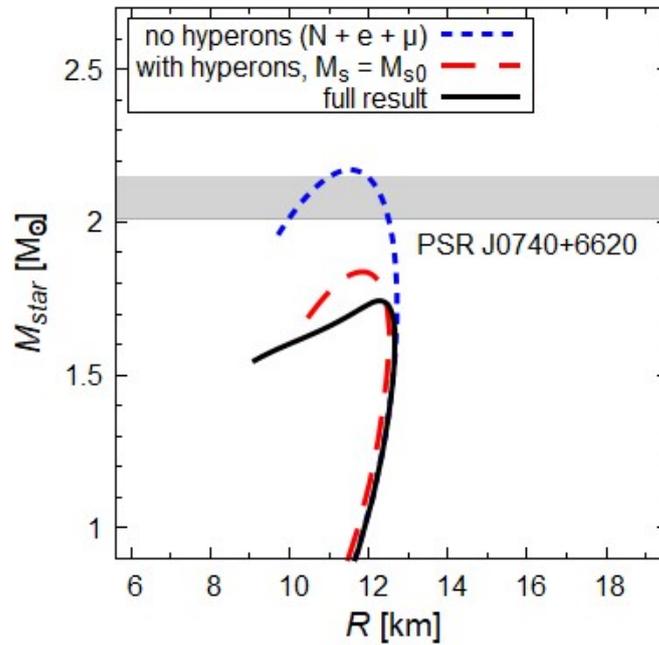


図 18 中性子星の半径と質量の関係

のあと述べる。

図 18 は中性子星の半径と質量の関係を表す。横軸が中性子星の半径、縦軸が星の質量を表す。ここで縦軸の単位の M_{\odot} は太陽の質量である。星が許容できる最大質量のときの星の半径と中心密度 ($M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0)$) は、点線のときは、

$$(M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0)) = (2.17 M_{\odot}, 11.7 \text{ km}, 0.9 \text{ fm}^{-3})$$

となり、破線のときは、

$$(M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0)) = (1.83 M_{\odot}, 11.8 \text{ km}, 0.85 \text{ fm}^{-3})$$

となり、実線のときは

$$(M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0)) = (1.73 M_{\odot}, 12.3 \text{ km}, 0.72 \text{ fm}^{-3})$$

となった。図 18 より点線のときの許される最大質量が、太陽質量の 2 倍を超える観測された中性子星 PSR J0740+6620 の推定される質量 $2.08_{-0.07}^{+0.07} M_{\odot}$ に達するため、点線の時のモデルはこの中性子星では許される [62]。一方破線と実線は最大質量が質量領域に達しないため、これらのモデルはこの中性子星では許されない。特に実線は許容できる星の質量が $2.17 M_{\odot}$ から $1.73 M_{\odot}$ まで下がり、「ハイペロンパズル」が鮮明に出ていることがわかる。

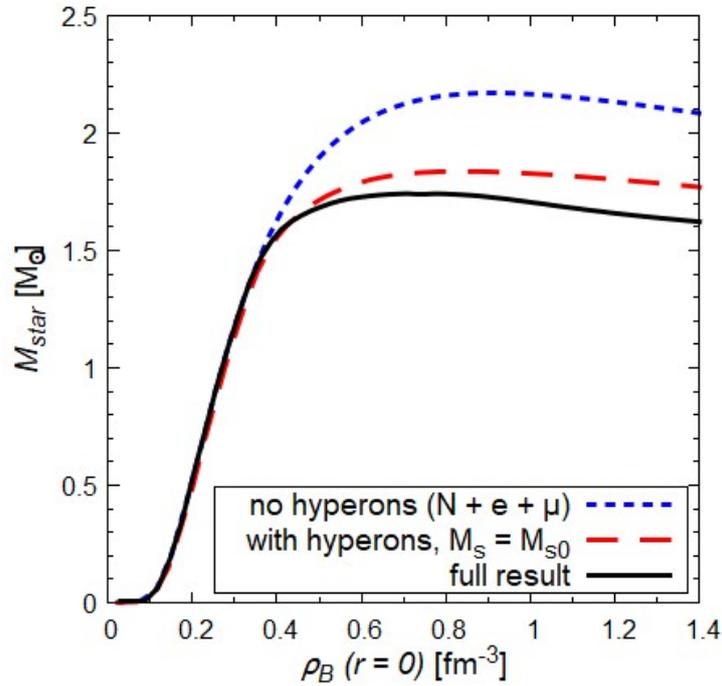


図 19 中性子星の中心密度と質量の関係

図 19 は中性子星の中心密度と質量の関係を表す。横軸が中性子星の中心密度、縦軸が星の質量を表す。星の中心密度 0.35 fm^{-3} 付近までは全ての場合において星の質量は (ほぼ) 一致している。これは全ての場合においての中性子星物質の状態方程式の圧力がこの密度まで一致しているからである。これ以上の密度では圧力が変化するため TOV 方程式の計算結果にも影響される。さらに最大質量を取るときの星の中心密度は点線が高く、他の 2 つのケースと比較してより高密度まで安定である。

ここからは図 17 の”full result”の物理的な性質についての計算結果について記す。

図 20 はバリオンの存在率を数密度の関数で表したものである。横軸がバリオン数密度、縦軸がバリオンの存在率を表す。ここで p, n は実線、 $\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ は破線、 Λ は点線、 Ξ^-, Ξ^0 は点・破線、レプトンは二重点・破線で表している。全ての粒子にはフェルミ運動量の閾値が存在し、それは各粒子の化学平衡条件とエネルギーより導くことができる。例えば Λ の閾値について考える。 Λ の化学平衡条件 (4.18) 式とエネルギー (4.14) 式は

$$\mu_{\Lambda} = \mu_n$$

$$\varepsilon_{\Lambda}(p_{\Lambda}) = \sqrt{M_{\Lambda}^2 + p_{\Lambda}^2} + \omega_u^0 + \omega_d^0 + \omega_s^0, \quad \varepsilon_n(p_n) = \sqrt{M_n^2 + p_n^2} + \omega_u^0 + 2\omega_d^0$$

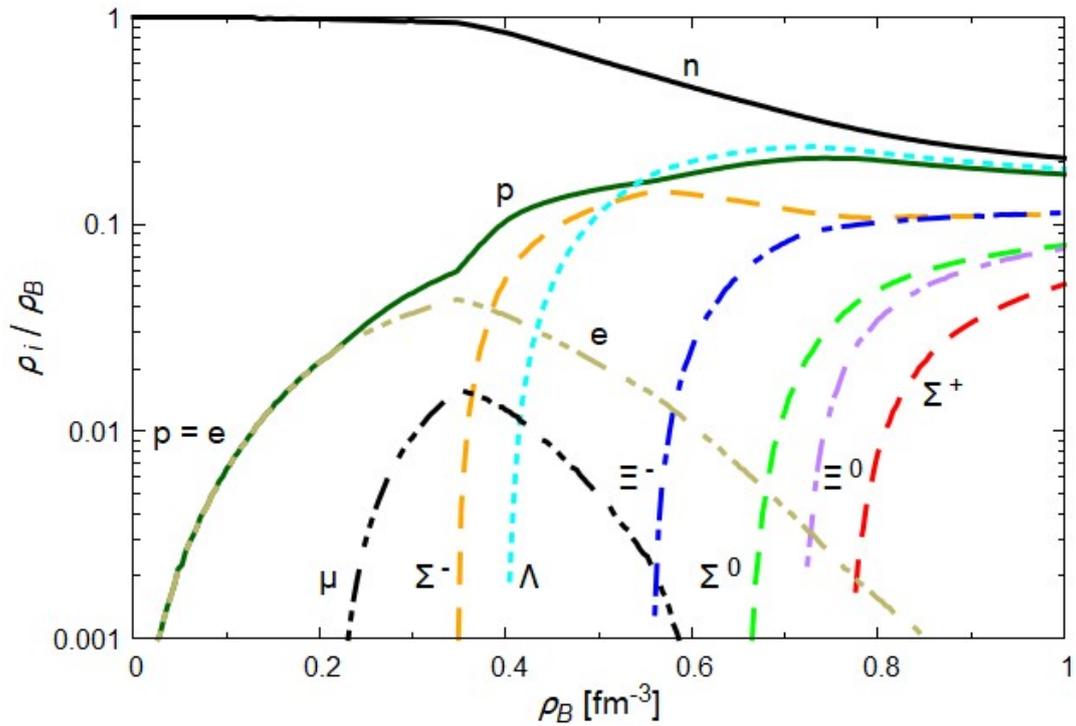


図 20 数密度とバリオンの存在率の関係

である。バリオンのエネルギーを化学平衡の式へ代入すると、

$$\begin{aligned} \sqrt{M_\Lambda^2 + p_\Lambda^2} + \omega_u^0 + \omega_d^0 + \omega_s^0 &= \sqrt{M_n^2 + p_n^2} + \omega_u^0 + 2\omega_d^0 \\ \sqrt{M_\Lambda^2 + p_\Lambda^2} &= \sqrt{M_n^2 + p_n^2} + \omega_d^0 - \omega_s^0 \end{aligned}$$

両辺 2 乗して Λ の運動量の 2 乗の形へ変形すると、

$$\begin{aligned} M_\Lambda^2 + p_\Lambda^2 &= (\sqrt{M_n^2 + p_n^2} + \omega_d^0 - \omega_s^0)^2 \\ p_\Lambda^2 &= (\sqrt{M_n^2 + p_n^2} + \omega_d^0 - \omega_s^0)^2 - M_\Lambda^2 \end{aligned}$$

となる。ここでフェルミ運動量は $p_\Lambda \geq 0$ であることを用いると、上式の右辺もゼロ以上である必要がある。つまり右辺がゼロである値がそのバリオンの閾値である。同様な方法を用いて残りのバリオンとレプトンの閾値も求める。ただし電子の質量は他の粒子と比較すると十分に小さいため、電子の質量はゼロとする。

低密度では陽子、中性子、電子の 3 種類の粒子のみが、中性子星の内部構造として存在することを許された。数密度が 0.22 fm^{-3} に到達するとミューオンも許せると同

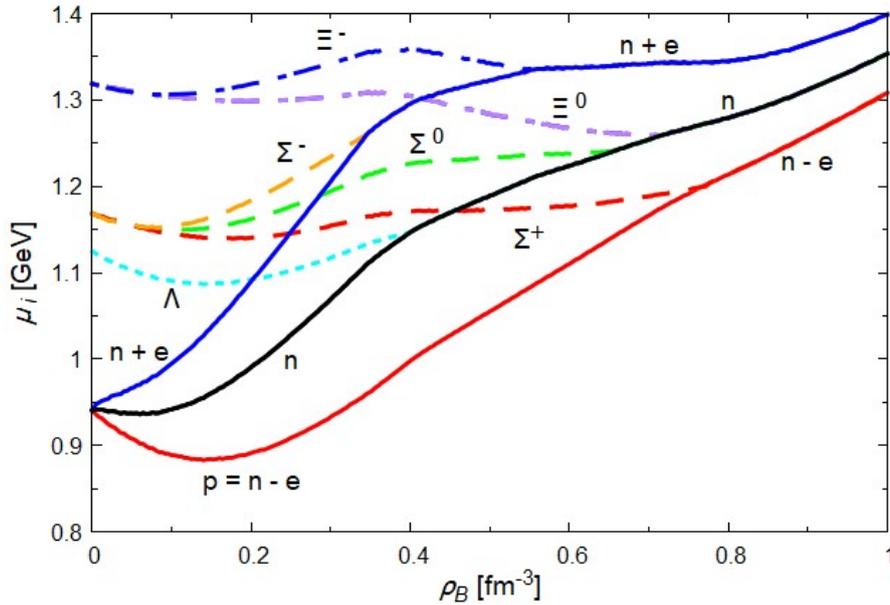


図 21 数密度とバリオンの化学ポテンシャルの関係

時に陽子と電子の密度は同等ではなくなった。これはミューオンが現れると電気的中性条件が $\rho_p - \rho_e = 0$ から $\rho_p - \rho_e - \rho_\mu = 0$ へと密度の取り方が変化する。数密度が 0.35 fm^{-3} に到達すると初めてハイペロン Σ^- が許される。この地点で電気的中性条件が $\rho_p - \rho_e - \rho_\mu = 0$ から $\rho_p - \rho_{\Sigma^-} - \rho_e - \rho_\mu = 0$ へと変化するため、既存の粒子の密度の値の取り方がさらに変化する。数密度をさらに上げるとハイペロンが $\Lambda, \Xi^-, \Sigma^0, \Xi^0, \Sigma^+$ の順に中性子星の内部構造として存在することを許される。ハイペロンが現れるたびに電気的中性条件も変化し、最終的に

$$\rho_p - \rho_{\Sigma^-} - \rho_{\Xi^-} + \rho_{\Sigma^+} - \rho_e - \rho_\mu = 0$$

となる。

図 21 はバリオン数密度と化学ポテンシャルの関係を表したものである。横軸がバリオン数密度、縦軸が化学ポテンシャルを表す。ここで化学ポテンシャルとバリオンのフェルミエネルギーは同等であると考えているため (4.12)~(4.15) 式を用いている。それぞれの実線は上から $\mu_n + \mu_e, \mu_n, \mu_p = \mu_n - \mu_e$ を表している。ハイペロンについて線が実線と接した後に消えているように見えるのは、接したときの密度以上では化学平衡条件が成り立っているからである。(つまり $\mu_\Lambda = \mu_n, \mu_{\Sigma^-} = \mu_n + \mu_e, \dots$ が成り立っている。) これらの密度以下ではハイペロンの化学ポテンシャルはゼロ運動量でのバリオンのエネルギーである。また低密度でハイペロンが束縛しており、図 13 と同様なふるまいをし

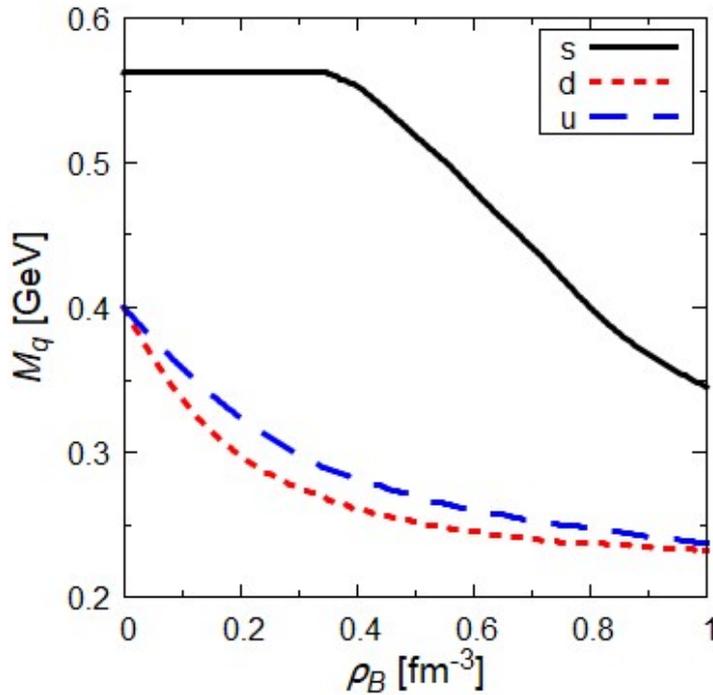


図 22 数密度と構成クォーク質量の関係

ていることが推察できる。今回の場合は数密度 0.3 fm^{-3} のときの Σ^+ と Σ^- の質量差は 20 MeV であり、また p と n の質量差は 10 MeV である。しかしベクトルポテンシャルから生じるエネルギーの差は質量差と逆符号である。 $V_\alpha = \omega_\alpha^0 = 4G_v \rho_\alpha$ であることを用いると Σ^+ と Σ^- のエネルギーのベクトル項の部分は $4G_v(2\rho_u + \rho_s)$, $4G_v(2\rho_d + \rho_s)$ である。数密度 0.3 fm^{-3} 時点で中性子星物質の大半を中性子が占めているために $\rho_d > \rho_u$ であるので $\mu_{\Sigma^-} > \mu_{\Sigma^+}$ となる。この時のエネルギー差のベクトル項は $8G_v(\rho_u - \rho_d)$ である。これに対して p と n のエネルギーのベクトル項の部分は $4G_v(2\rho_u + \rho_d)$, $4G_v(\rho_u + 2\rho_d)$ であり、同様に数密度 0.3 fm^{-3} のとき $\rho_d > \rho_u$ なので $\mu_n > \mu_p$ であろうと推測できる。この時のエネルギー差のベクトル項は $4G_v(\rho_u - \rho_d)$ である。よって $\Sigma^+ - \Sigma^-$ のエネルギー差は $p - n$ の 2 倍程度である。実際の計算でも $p - n$ の 2 倍の値になることを確認した。

図 22 はバリオン数密度と構成クォーク質量の関係を示している。横軸がバリオン数密度、縦軸が構成クォーク質量を表す。数密度 0.35 fm^{-3} までストレンジクォークの構成質量が変化しないのは、中性子星物質中にハイペロンが現れてなくストレンジクォークについてのループ項が効かないからである。逆に初めてハイペロンが現れ始めたときから $\partial\mathcal{E}/\partial\sigma_s = 0$ が効き始めるのでストレンジクォークの真空項も効き始める。また中性子星

物質の isospin 非対称性より up クォークの質量が down クォークの質量より大きくなり、特に数密度 0.3 fm^{-3} では up クォークと down クォーク質量差が 25 MeV となる。

表 7 追加の結合定数。単位は G_6 が GeV^{-5} 、 $G_8^{(ss)}$ 、 $G_8^{(vv)}$ が GeV^{-8} である。また全ての case で $G_8^{(sv)} = 0$ としている。

case	G_6	$G_8^{(ss)}$	$G_8^{(vv)}$
1	0	0	0
2	1260	0	0
3	1260	2330	1220

7.3 6-fermi, 8-fermi 相互作用

この節では、今までの 4-fermi 相互作用に 6-fermi と 8-fermi 相互作用も考慮した時の計算の結果について述べる。ここでも中性子星物質、8 重項バリオンとレプトンすべて含まれている中性子星物質を考える。

図 23 は 6,8-fermi 相互作用まで含んだ中性子星物質の状態方程式を示す。横軸がバリオン数密度、縦軸が圧力である。実線で描かれている case 1 とは、図 17 の実線部分、”full result” と全く同じ計算の結果である。つまり 4-fermi のみを含んだ状態方程式である。点線で描かれている case 2 とは、4 fermi と 6 fermi の両方を含んだ時の状態方程式である。破線で描かれている case 3 とは、4 fermi、6 fermi、8 fermi のすべてが含まれている時の状態方程式である。またそれぞれの case で使用されている新たな結合定数は表 7 を使用している。

Case 2 の低密度領域と高密度領域の圧力は case 1 とほぼ一致するが、 $\rho_B = 0.35 \sim 0.8 \text{ fm}^{-3}$ の中密度領域にて圧力が若干下がる。この圧力の違いが星の構造決定にどのような影響するのか後ほど述べる。Case 3 は高密度領域で圧力が大きくなり、かつこの時の対称核物質を考えた時の核物質の飽和性が保たれるように設定したものである。この case 3 でも $\rho_B = 0.35 \text{ fm}^{-3}$ から圧力が若干下がった。

図 24 は 6,8 fermi まで含んだ状態方程式のときの星の半径と質量の関係を表す。横軸が中性子星の半径、縦軸が質量を表す。星が許容できる最大質量のときの星の半径と中心密度 $(M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0))$ は、case 1 のときは

$$(M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0)) = (1.73 M_{\odot}, 12.3 \text{ km}, 0.72 \text{ fm}^{-3})$$

となり、case 2 のときは

$$(M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0)) = (1.62 M_{\odot}, 11.9 \text{ km}, 0.8 \text{ fm}^{-3})$$

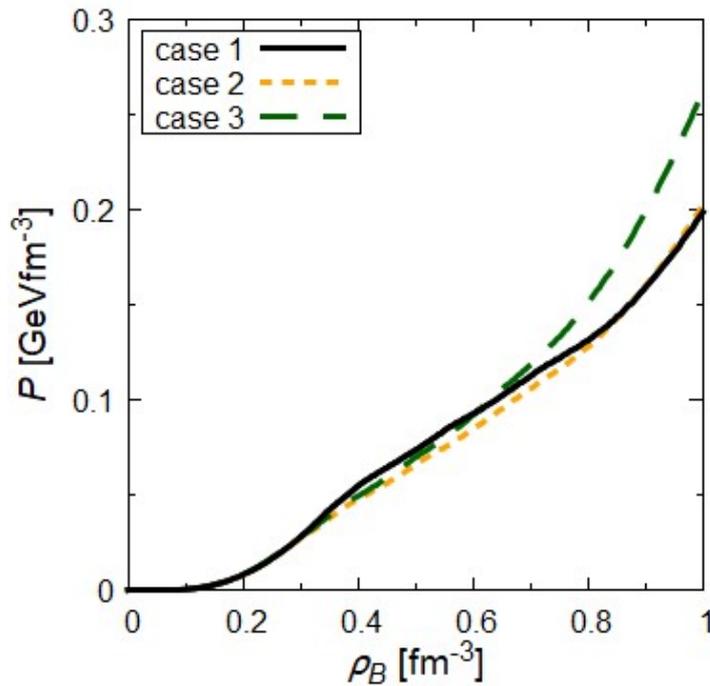


図 23 6,8-fermi 相互作用まで含んだ中性子星物質の状態方程式

となり、case 3 のときは

$$(M_{star}^{Max}, R, \rho_B(r=0)) = (1.72 M_{\odot}, 9.8 \text{ km}, 1.4 \text{ fm}^{-3})$$

となった。Case 2 は図 23 より、case 1 との違いが中密度領域のみだったのにも関わらず星の最大質量が $0.1 M_{\odot}$ 程下がった。さらに全ての case にて中性子星 PSR J0740+6620 の推定される質量に達しないため、「ハイペロンパズル」が存在することが判明した。

図 25 は 6,8 fermi まで含んだ状態方程式のときの中性子星の中心密度と質量の関係を表す。横軸が中性子星の中心密度、縦軸が質量である。Case 3 は、最大質量を取るときの中心密度が他の case と比較すると高く、さらに広範囲の密度で質量が維持されるため高密度まで安定な星であると言える。ただし我々が期待していた結果 (中性子星の最大質量が $2.0 M_{\odot}$ 程度) は得られなかった。またこの計算より、許容される星の最大質量と、中密度領域での中性子星物質の圧力に相関があることが分かった。今回我々が使用した 8 fermi の結合定数、 $G_8^{(ss)}, G_8^{(sv)}, G_8^{(vv)}$ は一例であるため、核物質の飽和性と非圧縮性が守られる限りいろいろな組み合わせの値を取ることができるため、引き続き調査が必要である。

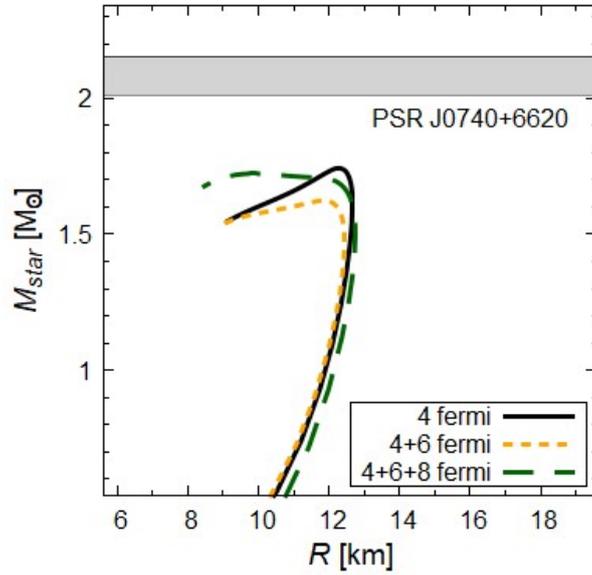


図 24 6,8-fermi 相互作用まで含んだ状態方程式による星の半径と質量の関係

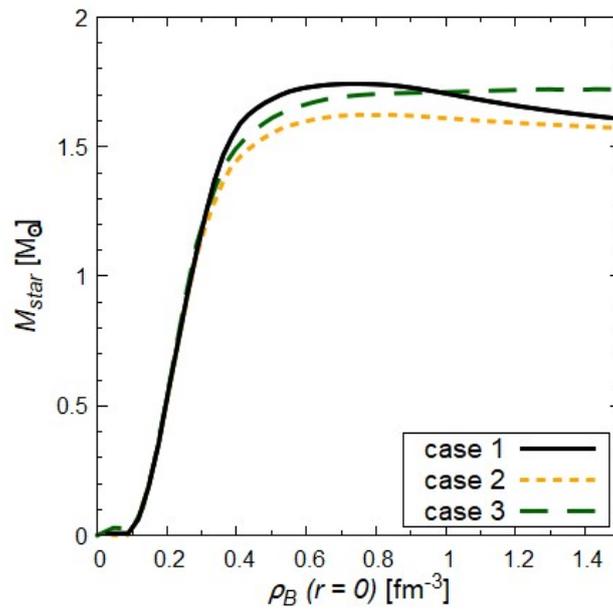


図 25 6,8-fermi 相互作用まで含んだ状態方程式による星の中心密度と質量の関係

8 まとめと展望

本研究では QCD のクォーク有効理論である 3-flavor NJL 模型を用いて 8 重項バリオンを quark-diquark の束縛状態で記述し、さらにクォークの自由度による相対論的な平均場近似を利用して核物質と中性子星物質の状態方程式について議論した。本研究の基本的な方針は、相互作用ラグランジアンフレーバーとカイラル対称性を保つことである。別の言葉で言い換えると、パラメーターの変化によって対称性が陽に破れるのではなくカレントクォークの質量が原因で対称性が陽に破れることである。第 1 章では本研究の 4 つの目的について述べた。それらの結論を順序通りにまとめる。

1 点目では、quark-diquark を内部構造として持つバリオンは核物質中では引力的効果を持つ相互作用の影響を大きく下げたため、meson-baryon 結合定数と中間子の質量が密度に依存することが明らかになった。この影響の原因として考えられるのは、クォークの構成質量を変数として持つハドロンの質量を表す関数が非線形的な振る舞いをするからである。例外なく核物質中の Σ と Λ も引力的効果は両者密度に依存するが、 Λ の方がより大きく変化することから、 Σ と Λ の質量差が密度が大きくなると核子媒質中でも大きくなること明らかになった。この効果は両者の quark-diquark 構造の違いから来ているのは確かだが、通常の核物質の領域内では Σ が物質内に束縛されたままである。

2 点目では、我々は核子媒質中の 8 重項バリオンとの中間子交換の有効相互作用について議論するために相対論的なフェルミ液体論を用いて、さらにランダウの関係式でバリオンのエネルギーとその相互作用に寄与する中間子の関係が明らかになった。さらにこれらを用いてバリオンによって運ばれるカレントについてのくりこみと、核子が媒体である物質中のハイペロンのエネルギーについての密度変化による影響も明らかになった。計算結果について議論はしたが比較のための文献が数多くはなかったため、この結果が将来の研究に役に立つことを期待する。

3 点目では、模型の基本的な対称性とその破れについての影響が鮮明に見えるような平均場近似を設定方法が明らかになった。その影響で実験データ等のいくつかの経験的な値の再現されない。再現できない経験的な値として本研究では対称エネルギーが挙げられる。この点について補足するために対称エネルギーが経験的な値と一致するように無理矢理新しい物理量を導入する。仮にフレーバーとカイラル対称性を破るものとし、 G_ρ のような本研究では使用していない結合定数を以下の (3.43) 式の isovector の項に適用する。

$$G_\rho \left[(\bar{q} \lambda_i \gamma^\mu q)^2 + (\bar{q} \lambda_i \gamma^\mu \gamma_5 q)^2 \right]$$

ここで $i = 1, 2, 3$ である。新たな結合定数を $G_\rho \simeq 3G_v \simeq 18 \text{ GeV}^{-2}$ に設定すると、対称

エネルギーの経験的な値 $a_s = 32 \text{ MeV}$ を再現できる。このとき図 12 の中性子物質で現れていた少し束縛するような形は消え、核子とレプトンでできた中性子星の質量はより重くなる。さらに Σ^- のフェルミ運動量の閾値がさらに高い密度へ移動するかまた消滅する可能性がある。これは図 21 のエネルギーが vector isovector ポテンシャルの影響で中性子の 2 倍程度正の方向へ移動するからである。これにより中性子星物質での M_s の減少を遅くする (図 22) ことができ、それによってハイペロンの出現を妨げる事ができるため星の質量を上げる方向に持っていける。このような方法が現象論的に正当であるのか疑問であるが、さらに思い切った修正も考えられる。例えば s クォークに働くベクトル平均場 (3.52) 式の結合定数を増加させる事や、高密度領域で漸近的にエネルギー密度が大きくなるような現象論に沿った何かしらの斥力効果を導入させることも可能である。これらを導入すれば結果は改善される可能性はあるが、そこから何か学ぶことは難しいであろう。

4 点目に、平均場近似で書かれた 8 重項複合バリオンでの NJL 模型やその 6-fermi や、通常の核物質がもつ飽和についての性質を壊さないような結合定数を選んだ 8-fermi 相互作用を追加してもハイペロンパズルの解決に至らないことが明らかになった。良い点として、4-fermi の組み合わせで表されている 8-fermi 相互作用による影響で、星の中心密度が大きくても最大質量 $1.7 M_\odot$ を取る事が明らかになった。中性子星のような極限に密度が高い領域では、1 つのハドロン内のクォークのみならず 2 つ以上、または全体のハドロン内のクォークについての自由度についても議論することがハイペロンパズルの解決する方法であると信じている。この議論をすることによって核物質に限らず、クーパー対や超流動を含めた 3-flavor クォーク物質への相転移も議論する必要があるが出てくる。

付録 A 積分の正則化

発散する積分を正則化する proper-time の方法を示す。

A.1 クォークの自己相互作用についての寄与

クォークの自己相互作用 (3.56) 式の計算方法を示す。(3.56) 式は、

$$\sigma_\alpha = -48G_\pi M_\alpha \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - M_\alpha^2} \quad (\text{A.1})$$

である。ウィック回転と 4 次元球面座標系 (7.1) 式を適用し、 $t = k_E^2$ とおくと、

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{6G_\pi M_\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty k_E^3 dk_E \frac{1}{k_E^2 + M_\alpha^2} \\ &= \frac{6G_\pi M_\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{t}{2} dt \frac{1}{t^2 + M_\alpha^2} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

となる。ここで関係式

$$\frac{1}{D^n} = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^\infty d\tau \tau^{n-1} e^{-\tau D} \quad (\text{A.3})$$

を上式の分数部分に利用すると、

$$\sigma_\alpha = \frac{3G_\pi M_\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty t dt \int_0^\infty e^{-\tau(t^2 + M_\alpha^2)} d\tau \quad (\text{A.4})$$

となる。次に $te^{-\tau t^2}$ の部分で t について部分積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \frac{3G_\pi M_\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty dt \int_0^\infty d\tau t e^{-\tau(t^2 + M_\alpha^2)} &= \frac{3G_\pi M_\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty d\tau \left(e^{-\tau M_\alpha^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau t}}{\tau} dt \right) \\ &= \frac{3G_\pi M_\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty d\tau \frac{e^{-\tau M_\alpha^2}}{\tau^2} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

となる。最後に定積分の上限値と下限値を $1/\Lambda_{IR}^2$ と $1/\Lambda_{UV}^2$ へと置換するとクォークの自己相互作用 σ_α は

$$\sigma_\alpha = -\frac{3G_\pi M_\alpha}{\pi^2} \int_{1/\Lambda_{IR}^2}^{1/\Lambda_{UV}^2} \frac{d\tau}{\tau^2} e^{-\tau M_\alpha^2} \quad (\text{A.6})$$

となる。この式を数値的に求めてクォークの構成質量を求める。

A.2 真空についての寄与

真空の寄与 (4.7) 式の計算方法を述べる。計算の方針は前節と同じである。(4.7) 式の積分部分は

$$\mathcal{E}_{vac} = 6i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \ln \frac{k^2 - M_\alpha^2}{k^2 - M_{\alpha 0}^2} \quad (\text{A.7})$$

である。はじめにウィック回転と 4 次元球面座標系を適用させると、

$$6i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \ln \frac{k^2 - M_\alpha^2}{k^2 - M_{\alpha 0}^2} = -\frac{3}{4\pi^2} \int_0^\infty k_E^3 dk_E \ln \frac{k_E^2 + M_\alpha^2}{k_E^2 + M_{\alpha 0}^2} \quad (\text{A.8})$$

となる。次に関係式

$$\ln \frac{D}{D_0} = - \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau} (e^{-\tau D} - e^{-\tau D_0}) \quad (\text{A.9})$$

を適用し、また $t = k_E^2$ において部分積分を実行すると、

$$\begin{aligned} -\frac{3}{4\pi^2} \int_0^\infty k_E^3 dk_E \ln \frac{k_E^2 + M_\alpha^2}{k_E^2 + M_{\alpha 0}^2} &= \frac{3}{8\pi^2} \int_0^\infty t e^{-\tau t} dt \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau} (e^{-\tau M_\alpha^2} - e^{-\tau M_{\alpha 0}^2}) \\ &= \frac{3}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau t}}{\tau} dt \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau} (e^{-\tau M_\alpha^2} - e^{-\tau M_{\alpha 0}^2}) \\ &= \frac{3}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau^3} (e^{-\tau M_\alpha^2} - e^{-\tau M_{\alpha 0}^2}) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

となる。最後に定積分の上限値と下限値を $1/\Lambda_{IR}^2$ と $1/\Lambda_{UV}^2$ へと置換すると真空についての寄与 \mathcal{E}_{vac} は

$$\mathcal{E}_{vac} = \frac{3}{8\pi^2} \int_{1/\Lambda_{IR}^2}^{1/\Lambda_{UV}^2} \frac{d\tau}{\tau^3} \sum_{\alpha=u,d,s} (e^{-\tau M_\alpha^2} - e^{-\tau M_{\alpha 0}^2}) + \sum_{\alpha=u,d,s} \left(\frac{\sigma_\alpha^2 - \sigma_{\alpha 0}^2}{8G_\pi} \right) \quad (\text{A.11})$$

となる。この式を数値的に求める。

A.3 $\bar{q}q$ スカラーチャンネルのバブルダイアグラムについての寄与

(6.43) 式の分母の $\bar{q}q$ スカラーチャンネルのバブルダイアグラム $\Pi_s(q^2 = 0)$ を q^2 について 1 次微分したものの寄与の計算方法を述べる。スカラーチャンネルのバブルダイアグラム $\Pi_s(q^2)$ は

$$\Pi_s(q^2) = 12i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\frac{-2}{k^2 - M^2} + (q^2 - 4M^2) \int_0^1 dx \frac{1}{(k^2 - M^2 + q^2 x(1-x))^2} \right] \quad (\text{A.12})$$

である。ここでは既にファインマンパラメータを適用している。はじめにウィック回転と4次元球面座標系を適用し、さらに $t = k_E^2$ とおくと、

$$\Pi_s(q^2) = -\frac{3}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{t}{2} dt \left[\frac{-2}{t+M^2} + (q^2 - 4M^2) \int_0^1 dx \frac{1}{[t+M^2+q^2x(1-x)]^2} \right] \quad (\text{A.13})$$

となる。後に q^2 について微分をするため第2項のみ考える。第2項に (A.3) 式を適用すると、

$$\begin{aligned} & -\frac{3}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{t}{2} dt \int_0^1 dx \frac{1}{[t+M^2+q^2x(1-x)]^2} \\ & = -\frac{3}{4\pi^2} (q^2 - 4M^2) \int_0^\infty d\tau \int_0^1 dx \frac{1}{\tau} e^{-\tau(M^2+q^2x(1-x))} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

となる。これを q^2 について微分して $q^2 = 0$ とすると、

$$\frac{\partial \Pi_s(q^2=0)}{\partial q^2} = -\frac{3}{4\pi^2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 dx \frac{e^{-\tau M^2}}{\tau} (1 + 4M^2\tau x(1-x)) \quad (\text{A.15})$$

となる。最後に定積分の上限値と下限値を $1/\Lambda_{IR}^2$ と $1/\Lambda_{UV}^2$ へと置換すると (6.43) 式の分母は

$$\Pi'_s(q^2=0) = -\frac{3}{4\pi^2} \int_{1/\Lambda_{IR}^2}^{1/\Lambda_{UV}^2} d\tau \int_0^1 dx \frac{e^{-\tau M^2}}{\tau} (1 + 4M^2\tau x(1-x)) \quad (\text{A.16})$$

となる。この式を数値的に求める。

A.4 $\bar{q}q$ ベクトルチャンネルのバブルダイアグラムについての寄与

(6.49) 式の分母の $\bar{q}q$ スカラーチャンネルのバブルダイアグラム $\Pi_v(q^2=0)$ を q^2 について1次微分したものの寄与の計算方法を述べる。ベクトルチャンネルのバブルダイアグラム $\Pi_v(q^2)$ は

$$\Pi_v(q^2) = 48iq^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \frac{x(1-x)}{(k^2 - M^2 + q^2x(1-x))^2} \quad (\text{A.17})$$

である。ここでは既にファインマンパラメータを適用している。はじめにウィック回転と4次元球面座標系を適用し、さらに $t = k_E^2$ とおくと、

$$\begin{aligned} \Pi_v(q^2) & = -\frac{6q^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{t}{2} dt \int_0^1 dx \frac{x(1-x)}{(t+M^2+q^2x(1-x))^2} \\ & = -\frac{3}{\pi^2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 dx q^2 x(1-x) \frac{e^{-\tau(M^2+q^2x(1-x))}}{\tau} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

となる。これについて q^2 で微分をして $q^2 = 0$ を代入すると、

$$\frac{\partial \Pi_v(q^2 = 0)}{\partial q^2} = -\frac{3}{\pi^2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 dx \frac{e^{-\tau M^2}}{\tau} x(1-x) \quad (\text{A.19})$$

となる。最後に定積分の上限値と下限値を $1/\Lambda_{IR}^2$ と $1/\Lambda_{UV}^2$ へと置換すると (6.49) 式の分母は

$$\Pi'_v(q^2 = 0) = -\frac{3}{\pi^2} \int_{1/\Lambda_{IR}^2}^{1/\Lambda_{UV}^2} d\tau \int_0^1 dx \frac{e^{-\tau M^2}}{\tau} x(1-x) \quad (\text{A.20})$$

となる。これを数値的に求める。

付録 B 有効相互作用 (4+6 fermi)

この章では、4+6-fermi 相互作用のときの baryon-baryon 相互作用の計算方法を述べる。計算の手順は基本的に 4-fermi のときと同じであるが、6-fermi 独自の項の導入により 4-fermi のものよりは複雑である。さらに 8-fermi についても同様に求めることができるが、4+6 fermi よりも複雑になる。今後の課題である。

はじめにバーテックス関数 $\frac{\partial M_b}{\partial \sigma_\alpha}$ に注目する。6-fermi 相互作用にはフレーバー混合も含まれていることに注意すると、バーテックス関数は

$$\frac{\partial M_b}{\partial \sigma_\alpha} = \frac{\partial M_b}{\partial M_\gamma} \frac{\partial M_\gamma}{\partial \sigma_\alpha} \quad (\text{B.1})$$

$\frac{\partial M_\gamma}{\partial \sigma_\alpha}$ は 4+6 fermi 相互作用のギャップ方程式、

$$M_\alpha = m_\alpha - \sigma_\alpha + \frac{G_6}{(4G_\pi)^2} s_{\alpha\beta\gamma} \sigma_\beta \sigma_\gamma \quad (\text{B.2})$$

を用いて計算すると、

$$\frac{\partial M_\gamma}{\partial \sigma_\alpha} = -\delta_{\gamma\alpha} + \frac{2G_6}{(4G_\pi)^2} s_{\alpha\gamma\rho} \sigma_\rho \quad (\text{B.3})$$

となる。ここで $s_{\alpha\beta\gamma}$ は完全対称を表す表記で、 $(\alpha\beta\gamma)$ の組み合わせがすべて別の物のとき $s_{\alpha\beta\gamma} = 1$ となり、これ以外の場合は $s_{\alpha\beta\gamma} = 0$ となる。これを (B.1) 式へ代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_\alpha} &= -\frac{\partial M_b}{\partial M_\alpha} + \frac{2G_6}{(4G_\pi)^2} s_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial M_b}{\partial M_\beta} \sigma_\gamma \\ &= -\frac{\partial M_b}{\partial M_\alpha} + \frac{2G_6}{4G_\pi} s_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial M_b}{\partial M_\beta} E_\gamma \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

となる。ここでスカラー場についての平均場近似 $\sigma_\alpha = 4G_\pi \frac{\partial E}{\partial M_\alpha} \equiv 4G_\pi E_\alpha$ を用いた。 E_α はさらに変形すると、

$$E_\alpha \equiv \frac{\partial E}{\partial M_\alpha} = f(M_\alpha) + \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_\alpha} \rho_{b'}^{(s)} \quad (\text{B.5})$$

となる。ここでの b' は核物質に含まれる全てのバリオンについての和である。

次にフレーバー行列 $S_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_\alpha \partial \sigma_\beta}$ について述べる。エネルギー密度 E はクォークの構成質量が理由でスカラー場 σ_α に依存する。この σ_α は真空項と 6-fermi で新たに出てくる項に現れ、

$$-\frac{4G_6}{(4G_\pi)^2} \sigma_u \sigma_d \sigma_s = -\frac{2}{3} \frac{G_6}{(4G_\pi)^3} s_{\alpha\beta\gamma} \sigma_\alpha \sigma_\beta \sigma_\gamma \quad (\text{B.6})$$

と表される。この方法を用いてエネルギー密度をスカラー場で1階微分を実行すると、

$$\frac{\partial E}{\partial \sigma_\alpha} = \frac{\sigma_\alpha}{4G_\pi} - \frac{2G_6}{(4G_\pi)^3} s_{\alpha\beta\gamma} \sigma_\alpha \sigma_\beta \sigma_\gamma + \frac{\partial E}{\partial M_\gamma} \frac{\partial M_\gamma}{\partial \sigma_\alpha} \quad (\text{B.7})$$

となる。これに関係式 (B.3) と定義式 (B.5) を上式に代入すると、

$$\frac{\partial E}{\partial \sigma_\alpha} = \frac{\sigma_\alpha}{4G_\pi} - E_\alpha - \frac{2G_6}{(4G_\pi)^3} s_{\alpha\beta\gamma} \sigma_\beta \sigma_\gamma + \frac{2G_6}{(4G_\pi)^2} s_{\alpha\beta\gamma} E_\beta \sigma_\gamma \quad (\text{B.8})$$

となる。これをさらにスカラー場 σ_β で微分する。さらに微分したものにスカラー場についての関係式 $\sigma_\alpha = 4G_\pi E_\alpha$ を適用する。また、エネルギー密度をスカラー場で2階微分実行した結果を以下のように定義する。

$$E_{\alpha\beta} \equiv \frac{\partial^2 E}{\partial M_\alpha \partial M_\beta} = \delta_{\alpha\beta} g(M_\alpha) + \frac{\partial^2 M_{b'}}{\partial M_\alpha \partial M_\beta} \rho_{b'}^{(s)} + \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_\alpha} \frac{\partial M_{b'}}{\partial M_\beta} \phi_{b'} \quad (\text{B.9})$$

これまでの関係式を (B.9) 式へ適用すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_\alpha \partial \sigma_\beta} &= \frac{\delta_{\alpha\beta}}{4G_\pi} + E_{\alpha\beta} - \frac{2G_6}{(4G_\pi)^2} s_{\alpha\beta\gamma} E_\gamma - \frac{2G_6}{4G_\pi} (s_{\alpha\rho\gamma} E_{\beta\rho} E_\gamma + s_{\beta\rho\gamma} E_{\alpha\rho} E_\gamma) \\ &\quad + \frac{4G_6^2}{(4G_\pi)^2} s_{\alpha\rho\gamma} s_{\beta\lambda\delta} E_{\rho\lambda} E_\gamma E_\delta \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

となる。最終的にバーテックス関数 (B.4) 式とフレーバー行列 (B.10) 式をスカラー相互作用、

$$f_{bb'}^{(S)} = \frac{M_b}{E_b(p)} \frac{M_{b'}}{E_{b'}(p)} \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_\alpha} (S^{-1})_{\alpha\beta} \frac{\partial M_{b'}}{\partial \sigma_\beta} \quad (\text{B.11})$$

へ代入する。

それぞれのフレーバーについてのバーテックス関数 (B.4) 式とフレーバー行列 (B.10) 式を以下にまとめる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_u} &= -\frac{\partial M_b}{\partial M_u} + \frac{G_6}{(2G_\pi)} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_d} E_s + \frac{\partial M_b}{\partial M_s} E_d \right) \\ \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_d} &= -\frac{\partial M_b}{\partial M_d} + \frac{G_6}{(2G_\pi)} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_s} E_u + \frac{\partial M_b}{\partial M_u} E_s \right) \\ \frac{\partial M_b}{\partial \sigma_s} &= -\frac{\partial M_b}{\partial M_s} + \frac{G_6}{(2G_\pi)} \left(\frac{\partial M_b}{\partial M_u} E_d + \frac{\partial M_b}{\partial M_d} E_u \right) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_u \partial \sigma_u} &= \frac{1}{4G_\pi} + E_{uu} - \frac{G_6}{G_\pi} (E_{ud}E_s + E_{us}E_d) \\
&\quad + \frac{G_6^2}{4G_\pi^2} (E_{dd}E_s^2 + E_{ss}E_d^2 + 2E_{ds}E_sE_d) \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_u \partial \sigma_d} &= E_{ud} - \frac{G_6}{8G_\pi^2} E_s - \frac{G_6}{2G_\pi} (E_{dd}E_s + E_{ds}E_d + E_{uu}E_s + E_{us}E_u) \\
&\quad + \frac{G_6^2}{4G_\pi^2} (E_{ds}E_sE_u + E_{du}E_s^2 + E_{ss}E_dE_u + E_{su}E_dE_s) \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_u \partial \sigma_s} &= E_{us} - \frac{G_6}{8G_\pi^2} E_d - \frac{G_6}{2G_\pi} (E_{sd}E_s + E_{ss}E_d + E_{uu}E_d + E_{ud}E_u) \\
&\quad + \frac{G_6^2}{4G_\pi^2} (E_{du}E_sE_d + E_{dd}E_sE_u + E_{su}E_d^2 + E_{sd}E_dE_u) \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_d \partial \sigma_u} &= \frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_u \partial \sigma_d} \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_d \partial \sigma_d} &= \frac{1}{4G_\pi} + E_{dd} - \frac{G_6}{G_\pi} (E_{ds}E_u + E_{du}E_s) \\
&\quad + \frac{G_6^2}{4G_\pi^2} (E_{ss}E_u^2 + E_{uu}E_s^2 + 2E_{su}E_uE_s) \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_d \partial \sigma_s} &= E_{ds} - \frac{G_6}{8G_\pi^2} E_u - \frac{G_6}{2G_\pi} (E_{su}E_s + E_{ss}E_u + E_{du}E_d + E_{dd}E_u) \\
&\quad + \frac{G_6^2}{4G_\pi^2} (E_{uu}E_sE_d + E_{ud}E_sE_u + E_{su}E_uE_d + E_{sd}E_u^2) \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_s \partial \sigma_u} &= \frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_u \partial \sigma_s} \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_s \partial \sigma_d} &= \frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_d \partial \sigma_s} \\
\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_s \partial \sigma_s} &= \frac{1}{4G_\pi} + E_{ss} - \frac{G_6}{G_\pi} (E_{su}E_d + E_{sd}E_u) \\
&\quad + \frac{G_6^2}{4G_\pi^2} (E_{uu}E_d^2 + E_{dd}E_u^2 + 2E_{ud}E_uE_d)
\end{aligned} \tag{B.13}$$

特に対称核物質の場合ハイペロンが核物質に存在しないため、 $\frac{\partial M'_b}{\partial M_s} = 0$ であることを注意すると、

$$E_s = f(M_s), \quad E_{qs} = 0, \quad E_{ss} = g(M_s) \tag{B.14}$$

となる。ここで $q = u, d$ である。この関係式を利用してもすべての $\frac{\partial^2 E}{\partial \sigma_\alpha \partial \sigma_\beta}$ 行列は簡単な形に書き直すことができない。よって対称核物質でもバーテックス関数 $\frac{\partial M_b}{\partial \sigma_\alpha}$ とプロパゲーター $(S^{-1})_{\alpha\beta}$ のすべての要素について数値計算する必要がある。

謝辞

本稿の作成にあたって、私の修士課程と博士課程の5年間に渡り懇切丁寧な指導をしてくださったベンツ・ヴォルフガング教授に、厚く御礼を申し上げさせていただきます。博士二年次に参加させて頂いたJLabでの国際会議は、初めての会議参加であった事もありまして、最も印象に残っています。不肖な学生であった私が、それ以降の会議で研究成果をあげる事が出来たのも、先生のご指導の賜物であると思っています。重ねて御礼を申し上げます。

博士課程の3年間に渡り研究者としての指導をしてくださった北林照幸教授にも、厚く御礼を申し上げさせていただきます。先生にはベンツ先生の退官の関係で博士課程の3年間に指導教員として担う事ができないところ、研究室の所属人数が多いにも関わらず代わりに引き受けて頂きました。当時の提案がなければ今こうして本稿の作成に取り掛かっていなかったかもしれません。また先生には研究者としてのあるべき姿について幾度も指導をいただきました。そのような不出来な私に大変な苦勞をお掛けしていたにも関わらず、寛容に接して下さり、重ねて感謝申し上げます。

林博貴先生、新屋敷直木先生、櫛田淳子先生には学位申請の際、お忙しいにも関わらず勞を尽くして下さいました事に心から感謝申し上げます。

林博貴先生、新屋敷直木先生、櫛田淳子先生、山口滋先生、佐々木海渡先生、遠藤雅守先生には学部生向けの授業の運営方法やアドバイスを頂きました事に感謝申し上げます。博士三年次に私は特定助手として東海大学の教員になり、学部生向けの授業を担当しました。このときの経験を将来一人で授業を担当する際に役に立てば良いと思います。

同じ道を志す研究室の後輩たちには議論や我儘に付き合ってくれた事に感謝申し上げます。厳しい意見が飛び交うような議論になったりと苦しい場面もありましたが、そのような事を忘れて楽しい雑談をしたのも良い思い出になりました。本当にありがとうございました。

最後に経済面的や精神面的に支えて頂いた両親に感謝申し上げます。博士課程への進学に際して修士課程より引き続き経済面的な支援を頂きまして感謝申し上げます。また新型コロナウイルスが流行中は大学に行くこともできず、2年間自室で数値計算のプログラムを制作していた頃は大変苦痛でした。そのとき研究とは全く関係のない話の相手をして頂いて精神面的なケアに感謝申し上げます。

参考文献

- [1] J. Haidenbauer and Ulf-G. Meissner. The Julich hyperon-nucleon model revisited. *Phys. Rev. C*, 72:044005, 2005.
- [2] Th. A. Rijken and Y. Yamamoto. Extended-soft-core baryon-baryon model. II. Hyperon-nucleon interaction. *Phys. Rev. C*, 73:044008, 2006.
- [3] S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, and A. Schwenk. From low-momentum interactions to nuclear structure. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 65:94–147, 2010.
- [4] S. Petschauer, J. Haidenbauer, N. Kaiser, Ulf-G. Meißner, and W. Weise. Hyperon-nuclear interactions from SU(3) chiral effective field theory. *Front. in Phys.*, 8:12, 2020.
- [5] D. Lonardoni, F. Pederiva, and S. Gandolfi. Accurate determination of the interaction between Λ hyperons and nucleons from auxiliary field diffusion Monte Carlo calculations. *Phys. Rev. C*, 89(1):014314, 2014.
- [6] A. Faessler, F. Fernandez, G. Lubeck, and K. Shimizu. The Quark Model and the Nature of the Repulsive Core of the Nucleon Nucleon Interaction. *Phys. Lett. B*, 112:201–205, 1982.
- [7] M. Oka, K. Shimizu, and K. Yazaki. Hyperon - Nucleon and Hyperon-hyperon Interaction in a Quark Model. *Nucl. Phys. A*, 464:700–716, 1987.
- [8] Y. Fujiwara, Y. Suzuki, and C. Nakamoto. Baryon-baryon interactions in the SU(6) quark model and their applications to light nuclear systems. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 58:439–520, 2007.
- [9] M. Oka. Spin-Flavor SU(6) Symmetry for Baryon-Baryon Interactions. 1 2023.
- [10] T. Inoue, N. Ishii, S. Aoki, T. Doi, T. Hatsuda, Y. Ikeda, K. Murano, H. Nemura, and K. Sasaki. Baryon-Baryon Interactions in the Flavor SU(3) Limit from Full QCD Simulations on the Lattice. *Prog. Theor. Phys.*, 124:591–603, 2010.
- [11] T. Hyodo and M. Niiyama. QCD and the strange baryon spectrum. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 120:103868, 2021.
- [12] B. F. Gibson, K. Imai, T. Motoba, T. Nagae, and A. Ohnishi, editors. *Proceedings, 10th International Conference on Hypernuclear and strange particle physics (HYP 2009): Tokai, Japan, September 14-18, 2009*, volume 835, 2010.
- [13] A. Gal, E. V. Hungerford, and D. J. Millener. Strangeness in nuclear physics. *Rev. Mod. Phys.*, 88(3):035004, 2016.

- [14] E. Hiyama and K. Nakazawa. Structure of $S = -2$ Hypernuclei and Hyperon–Hyperon Interactions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 68:131–159, 2018.
- [15] K. Miwa et al. Recent progress and future prospects of hyperon nucleon scattering experiment. *EPJ Web Conf.*, 271:04001, 2022.
- [16] T. Nanamura et al. Measurement of differential cross sections for Σ +p elastic scattering in the momentum range 0.44–0.80 GeV/c. *PTEP*, 2022(9):093D01, 2022.
- [17] P. Demorest, T. Pennucci, S. Ransom, M. Roberts, and J. Hessels. Shapiro Delay Measurement of A Two Solar Mass Neutron Star. *Nature*, 467:1081–1083, 2010.
- [18] N.K. Glendenning. *Compact Stars: Nuclear physics, particle physics, and general relativity*. A A Library. Springer-Verlag, New York, second edition, 2000.
- [19] I. Bombaci. The Hyperon Puzzle in Neutron Stars. *JPS Conf. Proc.*, 17:101002, 2017.
- [20] D. Chatterjee and I. Vidaña. Do hyperons exist in the interior of neutron stars? *Eur. Phys. J. A*, 52(2):29, 2016.
- [21] G. F. Burgio, H. J. Schulze, I. Vidana, and J. B. Wei. Neutron stars and the nuclear equation of state. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 120:103879, 2021.
- [22] S. Weissenborn, D. Chatterjee, and J. Schaffner-Bielich. Hyperons and massive neutron stars: vector repulsion and SU(3) symmetry. *Phys. Rev. C*, 85(6):065802, 2012. [Erratum: Phys.Rev.C 90, 019904 (2014)].
- [23] W. M. Spinella and F. Weber. Hyperonic Neutron Star Matter in Light of GW170817. *Astron. Nachr.*, 340(1-3):145–150, 2019.
- [24] Y. Yamamoto, T. Furumoto, N. Yasutake, and TH. A. Rijken. Multi-pomeron repulsion and the Neutron-star mass. *Phys. Rev. C*, 88(2):022801, 2013.
- [25] M. Kohno. Single-particle potential of the Λ hyperon in nuclear matter with chiral effective field theory NLO interactions including effects of YNN three-baryon interactions. *Phys. Rev. C*, 97(3):035206, 2018.
- [26] D. Logoteta, I. Vidana, and I. Bombaci. Impact of chiral hyperonic three-body forces on neutron stars. *Eur. Phys. J. A*, 55(11):207, 2019.
- [27] J. Haidenbauer, U. G. Meißner, N. Kaiser, and W. Weise. Lambda-nuclear interactions and hyperon puzzle in neutron stars. *Eur. Phys. J. A*, 53(6):121, 2017.
- [28] G. A. Contrera, D. Blaschke, J. P. Carlomagno, A. G. Grunfeld, and S. Liebing.

- Quark-nuclear hybrid equation of state for neutron stars under modern observational constraints. *Phys. Rev. C*, 105(4):045808, 2022.
- [29] M. Buballa. NJL model analysis of quark matter at large density. *Phys. Rept.*, 407:205–376, 2005.
- [30] M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal, and T. Schäfer. Color superconductivity in dense quark matter. *Rev. Mod. Phys.*, 80:1455–1515, 2008.
- [31] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, Charles B. Thorn, and V. F. Weisskopf. A New Extended Model of Hadrons. *Phys. Rev. D*, 9:3471–3495, 1974.
- [32] N. Ishii, W. Bentz, and K. Yazaki. Baryons in the NJL model as solutions of the relativistic Faddeev equation. *Nucl. Phys. A*, 587:617–656, 1995.
- [33] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio. Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. 1. *Phys. Rev.*, 122:345–358, 1961.
- [34] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. II. *Phys. Rev.*, 124:246–254, 1961.
- [35] U. Vogl and W. Weise. The Nambu and Jona Lasinio model: Its implications for hadrons and nuclei. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 27:195–272, 1991.
- [36] P. A. M. Guichon. A Possible Quark Mechanism for the Saturation of Nuclear Matter. *Phys. Lett. B*, 200:235–240, 1988.
- [37] W. Bentz and A. W. Thomas. The Stability of nuclear matter in the Nambu-Jona-Lasinio model. *Nucl. Phys. A*, 696:138–172, 2001.
- [38] D. F. Geesaman, K. Saito, and A. W. Thomas. The nuclear EMC effect. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 45:337–390, 1995.
- [39] Ding-Hui Lu, A. W. Thomas, K. Tsushima, A. G. Williams, and K. Saito. In-medium electron - nucleon scattering. *Phys. Lett. B*, 417:217–223, 1998.
- [40] J. R. Stone, P. A. M. Guichon, P. G. Reinhard, and A. W. Thomas. Finite Nuclei in the Quark-Meson Coupling Model. *Phys. Rev. Lett.*, 116(9):092501, 2016.
- [41] I. C. Cloët, W. Bentz, and A. W. Thomas. Spin-dependent structure functions in nuclear matter and the polarized EMC effect. *Phys. Rev. Lett.*, 95:052302, 2005.
- [42] I. C. Cloët, W. Bentz, and A. W. Thomas. EMC and polarized EMC effects in nuclei. *Phys. Lett. B*, 642:210–217, 2006.
- [43] I. C. Cloët, W. Bentz, and A. W. Thomas. Relativistic and Nuclear Medium

- Effects on the Coulomb Sum Rule. *Phys. Rev. Lett.*, 116(3):032701, 2016.
- [44] K. Saito, K. Tsushima, and A. W. Thomas. Nucleon and hadron structure changes in the nuclear medium and impact on observables. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 58:1–167, 2007.
- [45] F. Sammarruca. Predicting the lambda binding energy in nuclear matter, 2008. arXiv:0801.0879[nucl-th].
- [46] P. A. M. Guichon, A. W. Thomas, and K. Tsushima. Binding of hypernuclei in the latest quark-meson coupling model. *Nucl. Phys. A*, 814:66–73, 2008.
- [47] M. E. Carrillo-Serrano, W. Bentz, I. C. Cloët, and A. W. Thomas. Baryon Octet Electromagnetic Form Factors in a confining NJL model. *Phys. Lett. B*, 759:178–183, 2016.
- [48] L. D. Landau. The Theory of a Fermi Liquid. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 30(6):1058, 1956.
- [49] L. D. Landau. Oscillations in a Fermi Liquid. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 32, 1957.
- [50] L. D. Landau. On the Theory of the Fermi Liquid. *J. Exp. Theor. Phys.*, 35, 1958.
- [51] A.B. Migdal. *Theory of finite Fermi systems and applications to atomic nuclei*. Wiley, New York, 1967.
- [52] A. B. Migdal, E. E. Saperstein, M. A. Troitsky, and D. N. Voskresensky. Pion degrees of freedom in nuclear matter. *Phys. Rept.*, 192:179–437, 1990.
- [53] G. Baym and S. A. Chin. Landau Theory of Relativistic Fermi Liquids. *Nucl. Phys. A*, 262:527–538, 1976.
- [54] P. Nozieres. *Theory of interacting Fermi systems*. W.A. Benjamin, New York, 1964.
- [55] J. Negele and H. Orland. *Quantum Many-particle Systems*. Westview Press, 1998.
- [56] R. Shankar. Renormalization group approach to interacting fermions. *Rev. Mod. Phys.*, 66:129–192, 1994.
- [57] G. 't Hooft. Computation of the quantum effects due to a four-dimensional pseudoparticle. *Phys. Rev. D*, 14:3432–3450, 1976.
- [58] A. A. Osipov, B. Hiller, A. H. Blin, and J. da Providencia. Effects of eight-quark interactions on the hadronic vacuum and mass spectra of light mesons. *Annals Phys.*, 322:2021–2054, 2007.

- [59] B. Povh et al. 素粒子・原子核物理入門 改訂新版. 丸善出版, 2013.
- [60] X. Roca-Maza, J. Piekarewicz, T. Garcia-Galvez, and M. Centelles. Influence of the nuclear symmetry energy on the structure and composition of the outer crust.
- [61] J. Antoniadis et al. A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary. *Science*, 340:6131, 2013.
- [62] H. T. Cromartie et al. Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. *Nature Astron.*, 4(1):72–76, 2019.
- [63] R. W. Romani, D. Kandel, A. V. Filippenko, T. G. Brink, and W. Zheng. PSR J0952–0607: The Fastest and Heaviest Known Galactic Neutron Star. *Astrophys. J. Lett.*, 934(2):L17, 2022.
- [64] B. P. Abbott et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.*, 116(6):061102, 2016.
- [65] B. P. Abbott et al. GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. *Phys. Rev. Lett.*, 119(16):161101, 2017.
- [66] J. M. Lattimer and M. Prakash. Neutron star structure and the equation of state. *The Astrophysical Journal*, 550(1):426–442, 2001.
- [67] E. Fonseca et al. The NANOGrav Nine-year Data Set: Mass and Geometric Measurements of Binary Millisecond Pulsars. *Astrophys. J.*, 832(2):167, 2016.
- [68] Bryan A. Jacoby, A. Hotan, M. Bailes, S. Ord, and S. R. Kulkarni. The Mass of a millisecond pulsar. *Astrophys. J. Lett.*, 629:L113–L116, 2005.
- [69] M. H. Johnson and E. Teller. Classical Field Theory of Nuclear Forces. *Phys. Rev.*, 98:783–787, 1955.
- [70] Hans-Peter Duerr. Relativistic Effects in Nuclear Forces. *Phys. Rev.*, 103:469–480, 1956.
- [71] J. D. Walecka. A Theory of highly condensed matter. *Annals Phys.*, 83:491–529, 1974.
- [72] A. Holl, A. Krassnigg, P. Maris, C. D. Roberts, and S. V. Wright. Electromagnetic properties of ground and excited state pseudoscalar mesons. *Phys. Rev. C*, 71:065204, 2005.
- [73] M. E. Carrillo-Serrano, I. C. Cloët, and A. W. Thomas. SU(3)-flavor breaking in octet baryon masses and axial couplings. *Phys. Rev. C*, 90(6):064316, 2014.
- [74] G. Hellstern, Reinhard Alkofer, and H. Reinhardt. Diquark confinement in an

- extended NJL model. *Nucl. Phys.*, A625:697–712, 1997.
- [75] T. Tanimoto, W. Bentz, and I. C. Cloët. Massive Neutron Stars with a Color Superconducting Quark Matter Core. *Phys. Rev. C*, 101(5):055204, 2020.
- [76] K. Saito and A. W. Thomas. A Quark - meson coupling model for nuclear and neutron matter. *Phys. Lett. B*, 327:9–16, 1994.
- [77] A. Einstein. The foundation of the general theory of relativity. *Annalen Phys.*, 49(7):769–822, 1916.
- [78] R. C. Tolman. Static Solutions of Einstein’s Field Equations for Spheres of Fluid. *Phys. Rev.*, 55:364–373, 1939.
- [79] J. R. Oppenheimer and G. M. Volkoff. On Massive Neutron Cores. *Phys. Rev.*, 55:374–381, 1939.
- [80] T. Hatsuda and T. Kunihiro. Flavor mixing in the low-energy hadron dynamics: Interplay of the SU(3)(f) breaking and the U(1)(A) anomaly. *Z. Phys. C*, 51:49–68, 1991.
- [81] P. Rehberg, S. P. Klevansky, and J. Hufner. Hadronization in the SU(3) Nambu-Jona-Lasinio model. *Phys. Rev. C*, 53:410–429, 1996.
- [82] M. Kato, W. Bentz, K. Yazaki, and K. Tanaka. A Modified Nambu-Jona-Lasinio model for mesons and baryons. *Nucl. Phys. A*, 551:541–579, 1993.
- [83] M. C. Birse. Low-energy theorem for a composite particle in mean scalar and vector fields. *Phys. Rev. C*, 51:R1083–R1085, 1995.
- [84] K. Saito and A. W. Thomas. Composite nucleons in scalar and vector mean fields. *Phys. Rev. C*, 52:2789–2791, 1995.
- [85] S. J. Wallace, F. Gross, and J. A. Tjon. Low-energy theorem for scalar and vector interactions of a composite spin 1/2 system. *Phys. Rev. Lett.*, 74:228–230, 1995.
- [86] G. E. Brown and W. Weise. Relativistic Effects in Nuclear Physics. *Comments Nucl. Part. Phys.*, 17(1):39–62, 1987.
- [87] S. J. Wallace. Role of relativity in few body systems. *Nucl. Phys. A*, 631:137C–151C, 1998.
- [88] W. Bentz, A. Arima, H. Hyuga, K. Shimizu, and K. Yazaki. WARD IDENTITY IN THE MANY BODY SYSTEM AND MAGNETIC MOMENTS. *Nucl. Phys. A*, 436:593–620, 1985.
- [89] J. Schwinger. The Theory of Quantized Fields. I. *Phys. Rev.*, 82, 1951.

- [90] T. Hatsuda and T. Kunihiro. QCD phenomenology based on a chiral effective Lagrangian. *Phys. Rept.*, 247:221–367, 1994.
- [91] F.E. Close. *An Introduction to Quarks and Partons*. Academic Press, New York, 1979.
- [92] W. Bentz, T. Horikawa, N. Ishii, and A. W. Thomas. Phase transition from nuclear matter to color superconducting quark matter. *Nucl. Phys. A*, 720:95–130, 2003.
- [93] K. Nagata and A. Hosaka. Structure of the nuclear force in a chiral quark - diquark model. *Prog. Theor. Phys.*, 111:857, 2004.
- [94] S. Ulrych and H. Muther. Relativistic structure of the nucleon selfenergy in asymmetric nuclei. *Phys. Rev. C*, 56:1788–1794, 1997.
- [95] W. Bentz and I. C. Cloët. Slope parameter of the symmetry energy and the structure of three-particle interactions in nuclear matter. *Phys. Rev. C*, 105(1):014320, 2022.
- [96] J. A. McNeil, R. D. Amado, C. J. Horowitz, M. Oka, J. R. Shepard, and D. A. Sparrow. Resolution of the magnetic moment problem in relativistic theories. *Phys. Rev. C*, 34:746–749, 1986.
- [97] S. Ichii, W. Bentz, A. Arima, and T. Suzuki. Nuclear Magnetic Properties in the Relativistic $\Sigma - \Omega$ Model. *Nucl. Phys. A*, 487:493–543, 1988.
- [98] J. Cohen and R. J. Furnstahl. Hypernuclear Currents in a Relativistic Mean Field Theory. *Phys. Rev. C*, 35:2231, 1987.
- [99] J. Cohen. Nuclear and hypernuclear particle hole states in the relativistic sigma - omega mean field theory: Nuclear matter formalism. *Phys. Rev. C*, 48:1346–1375, 1993.
- [100] A. Arima, K. Shimizu, W. Bentz, and H. Hyuga. Nuclear Magnetic Properties and Gamow-Teller Transitions. *Adv. Nucl. Phys.*, 18:1–106, 1987.
- [101] R. J. Furnstahl and B. D. Serot. Nuclear Currents in a Relativistic Mean Field Theory. *Nucl. Phys. A*, 468:539–577, 1987.