

東海大学大学院令和元年度博士論文

流体シミュレーションを用いた混相流の
特性把握および現象解明に関する研究

指導 福田紘大 准教授

東海大学大学院総合理工学研究科

総合理工学専攻

水野 裕介

目次

第 1 章 序論	1
1.1 序	2
1.2 研究背景	2
1.2.1 数値流体解析	2
1.2.2 単体流体と混相流体	4
1.2.3 連成数値シミュレーション	4
1.2.4 ロケット噴流中の固気混相流	5
1.2.5 ショットピーニング加工の固気混相流	7
1.3 研究目的	9
1.3.1 ロケット噴流中の固気混相流	9
1.3.2 ショットピーニング加工の固気混相流	9
1.4 概要	9
第 2 章 計算手法	10
2.1 序	11
2.2 圧縮性流体の支配方程式	11
2.3 圧縮性流体の計算手法	13
2.3.1 時間積分	13
2.3.2 非粘性流束項	14
2.3.3 MUSCL 法	15
2.3.4 ハイブリットスキーム	15
2.3.5 Roe scheme と固有値行列	17
2.3.6 粘性流束項	20
2.3.7 まとめ	20
2.4 非圧縮性流体の支配方程式	21
2.5 非圧縮性流体の計算手法	21
2.5.1 時間積分	21
2.5.2 対流項	21
2.5.3 Fractional step 法	22

2.5.4 SOR 法	23
2.5.5 拡散項	25
2.5.6 まとめ	25
2.6 計算格子	25
2.6.1 完全等間隔直交格子と不等間隔直交格子	25
2.7 埋め込み境界法	26
2.8 流体力計算法	30
2.9 物体の運動	31
2.9.1 運動方程式	31
2.9.2 衝突運動	32
2.10 高速・並列計算	33
2.10.1 高速処理	33
2.10.2 並列処理	33
2.10.3 ベクトル化	34
2.11 構造解析	34
2.11.1 材料構成式	35
2.11.2 構造要素	37
2.11.3 接触モデル	39
2.12 連成解析手法	40
2.12.1 流体-構造運動連成	41
2.12.2 流体-構造連成	41
2.12.3 物体運動-構造連成	42
2.12.4 連成時の時間刻みの関係性	42
第 3 章 圧縮性固気混相流の数値解析結果	44
3.1 序	45
3.2.1 単体静止微粒子解析	45
3.2.1.1 解析条件	45
3.2.1.2 解析結果	47
3.2.2 まとめ	51
3.3.1 複数静止微粒子検証解析	51

3.3.1.1	解析条件	51
3.3.1.2	解析結果	52
3.3.2	まとめ	55
3.4.1	複数静止微粒子解析	55
3.4.1.1	解析条件	55
3.4.1.2	解析結果	56
3.4.2	まとめ	65
3.5.1	複数運動微粒子解析	66
3.5.1.1	解析条件	66
3.5.1.2	解析結果	67
3.5.2	まとめ	73
第4章 非圧縮性固気混相流の数値解析結果		74
4.1	序	75
4.2	非圧縮性流体解析コードの検証	75
4.2.1	単体静止微粒子解析	75
4.2.1.1	解析条件	75
4.2.1.2	解析結果	77
4.2.2	単体微粒子が壁面と衝突する流れの解析	80
4.2.2.1	解析条件	80
4.2.2.2	解析結果	81
4.2.3	微粒子同士が衝突する流れの解析	83
4.2.3.1	解析条件	83
4.2.3.2	解析結果	83
4.2.4	まとめ	84
4.3	非圧縮性流体の固気混相流解析	85
4.3.1	壁面と衝突を伴う固気混相流解析	85
4.3.1.1	解析条件	85
4.3.1.2	解析結果	87
4.3.2	まとめ	93
4.4.1	構造解析と剛体接触モデル	95

4.4.1.1 解析条件	95
4.4.1.2 解析結果	97
4.4.2 まとめ	103
4.5.1 流体-構造連成解析	103
4.5.1.1 解析条件	103
4.5.1.2 解析結果	105
4.5.2 まとめ	106
4.6.1 衝突モデルを用いた単体微粒子の流体解析	108
4.6.1.1 解析条件	108
4.6.1.2 解析結果	110
4.6.2 衝突モデルを用いた複数微粒子の流体解析	113
4.6.2.1 解析条件	113
4.6.2.2 解析結果	113
4.6.3 まとめ	121
第5章 結言	122
5.1 まとめ	123
参考文献	125
謝辞	130

第 1 章 序論

1. 序論

1.1 序

本章では、研究背景、研究目的、本紙の概要について示す。本研究では開発した数値シミュレーション技術を用いて圧縮性と非圧縮性における固気混相流現象把握を進めた。圧縮性流体ではロケット噴流中の固気混相流問題、非圧縮性流体ではショットピーニング加工の固気混相流問題について着目した。

1.2 研究背景

1.2.1 数値流体解析

数値シミュレーションは物理現象をモデル式によって数値的に近似して計算機を用いて現象を予測する。特に流体の運動現象を解析対象とした場合を数値流体解析と呼ばれる。数値流体解析では解析するスケール（計算領域や現象の解像度）によって計算コストが変化するため全スケールを一度に評価することは難しい。特に解析する領域に格子を配置する手法の場合、その格子幅以下の現象は直接評価することができず、一般的に近似した状態で評価される。また格子幅以上の現象の評価方法にも着目すると 3 種類に分類できる。1 つ目は流れ場をマクロスケールで評価する Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) であり、2 つ目はマイクロスケールで評価する direct numerical simulation (DNS) であり、3 つ目はその間の large eddy simulation (LES) である。図 1.2.1.1 に各評価方法で解像できるスケールの関係を表す。ここで、黒線が計算格子で RANS と LES では同じ格子幅、DNS はその半分で示し、青色の渦が解像できる現象の大きさを示す。RANS は支配方程式を時間平均化して評価し、乱流の変動分を乱流モデルで代用して解析する手法である。流れ場の発達が平均化されるため、詳細な渦構造や大規模な変動を評価することができない。一方で、流れ場の傾向をある程度粗い格子を用いて評価できるため計算コストは小さくなる。LES は支配方程式にフィルタ操作を設けることで、格子幅以上の現象は直接評価し、それ以下では sub-grid scale (SGS) モデルで解析する手法である。計算機性能の向上に伴い RANS と同程度の規模の解析ができるようになってきている。しかしながら、得られる解析結果は用いる SGS モデルに依存するため対象とする流れ場に適したモデル選定や構築が必要となる。DNS は支配方程式に特別な処置を施さずに格子幅以上の現象を直接解析する手法である。大規模な解析では計算コストが莫大に

必要となるため、限られた現象に着目し、基礎現象の把握や RANS や LES などが必要となるモデル構築に向けたデータ取得に用いられる。

流体の運動状態を評価する方法として、Lagrange 法と Euler 法がある。前者は流れ場を構成する流体粒子の視点からそれぞれを追跡することで流体運動の評価を行い、後者は固定視点から空間の流体粒子の変化を評価する手法である。一般的に、対象とする空間を固定し、対象とする物体は別に追跡して評価する Euler-Lagrange 型解法が多く利用され、代表例として境界適合格子 (body-fitted coordinate system: BFC) 法がある。一方で、対象とする空間と物体を同じ系として評価する Euler-Euler 型解法では代表例として直交格子法と埋め込み境界法 (immersed boundary method: IBM) を組み合わせた手法が挙げられる。BFC では物体形状に合わせた計算格子を配置できるため、物体近傍における高解像度解析が容易であるが、物体の移動や複数の物体を対象とする場合には計算格子の再定義や格子生成におけるコストが増加する。一方で IBM では計算空間の格子上に物体を表現するため、移動物体や複数物体を容易に評価することができる。しかしながら、直交格子法と組み合わせた場合は特別な処置を施さないと物体壁面で保存則が満たされなくなる場合や高解像度解析では計算コストが莫大に増加する場合もある。

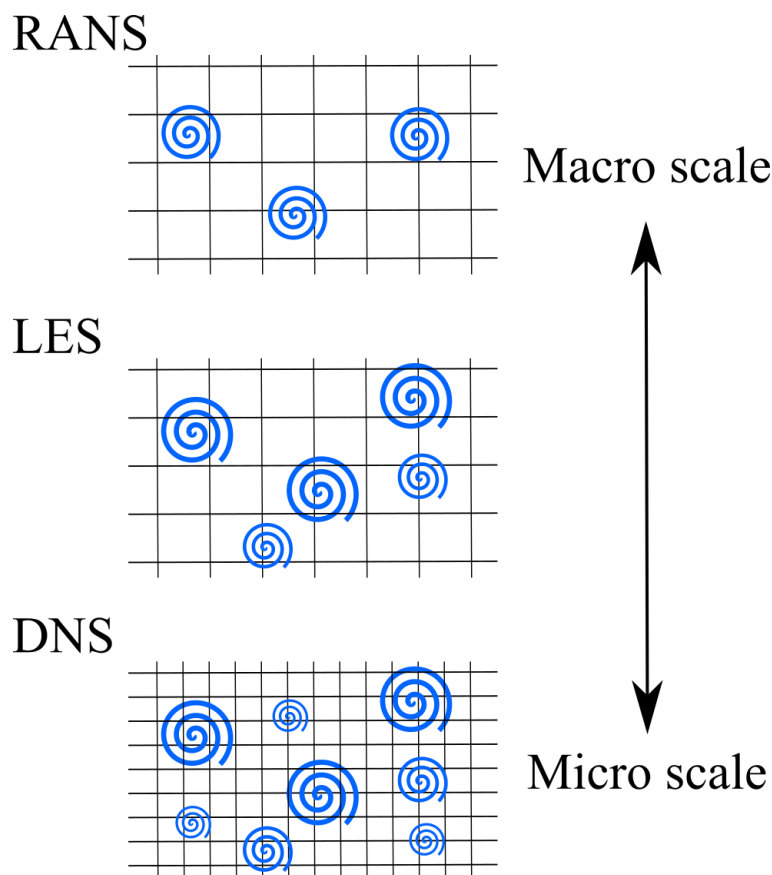


Figure 1.2.1.1 Resolution scale of flow.

1.2.2 単相流体と混相流体

ある流れ場が単一の相で構成されている場合を単相流体という。このとき、相は3種類に分類できる。気体（空気など）としての気相、液体（水など）としての液相、固体（粉体など）として固相である。この相が複数の相で構成されると混相流体として扱われる。例えば、空気（気相）中に粉体（固相）が流動している場合を固気混相流体、水（液相）中に泡（気相）が形成された場合は気液二相流体などと呼ばれる。混相流体では各相が互いに干渉することで単相流体に比べて複雑な現象を示すため、それを予測することが難しい。特に固気混相流体は工学分野では材料やその加工、土砂、食品の運搬・加工、インクのトナーなど様々な領域で研究対象とされている（酒井 2003）。多くの場合で粉体がどのように流体に流動しているかなどが研究対象とされる。しかしながら、粉体としての微粒子の大きさは多くの場合で μm – mm オーダーかつ多数存在することになるため、実験的にデータを観測することが難しい（Rudinger 1980）。そのため、近年では計算機性能向上に伴い数値シミュレーション技術を用いた研究が盛んに行われている（Grosshans et al. 2016 ; Gopireddy et al. 2016）。数値シミュレーションを用いた場合、解析手法は質点近似型（Sakai 2016）と粒子解像型（Mittal et al. 2005）の2つに分けられる。前者は流体中の微粒子の影響をモデル化して取り扱うため計算コストは比較的小さくなるが、その用いるモデルによって解が異なるため適当な選定やモデル構築する必要がある。一方後者では、代表例として IBM が挙げられ、流体と微粒子を同時に解像するためモデル化の必要性がない。ただし、計算領域に比べて微粒子の大きさが十分に小さく、最小格子幅がその微粒子径よりも小さくする必要性があり、高解像度な計算を行うと計算コストが莫大に必要となるため計算コードの高速化や大規模な計算になる。

1.2.3 連成数値シミュレーション技術

計算機性能が向上したことでより複雑な現象を解析することができるようになってきており、特に複数の解析を連成して解析する連成解析が挙げられる（Nestola et al. 2018）。例えば流体と構造の連成解析においては、流体解析で得られた流体力を構造解析に外力として与える一方で、それによって生じた構造物の変形を流れ場にフィードバックすることで相互の影響を連成して解析する。1つの連立方程式として解析する場合を強連成（Breuer et al. 2012）、独立したそれぞれの方程式で解く場合を弱連成（Tu et al. 2017）という。前者は計算コストや方程式が複雑化するため、多くの場合で後者が選択される。しかしながら、後者においてもそれぞれの解析で得られた情報をいつ、どのような情報として受け渡しするかなどの多くの課題が残っている。

1.2.4 ロケット噴流中の固気混相流

ロケットを打ち上げる際に、ロケット噴流から発生する音響波が問題視されている (Tsutsumi et al. 2014)。発生する音響パワーは非常に大きく、地面などに反射し空気中を伝播することによってロケット本体やロケットに搭載されるペイロードなどを加振させて損傷させる恐れがある。そのため、通常よりも丈夫かつ強固に設計・固定される場合があるため余分にコスト（開発費用や重量制限）が必要となる。そのため、この音響波を削減する技術の開発と音響波の影響を高精度に予測する技術の確立が求められる。これまでに、実際の打ち上げ試験や地上・サブスケールモデル試験、数値シミュレーションによる現象解明と予測に関する研究が行われてきた (Fujii et al. 2010 ; 堤ら 2011)。これまでの打ち上げでは、この予測手段として経験則を基に得られた音響予測手法が用いられてきた (Eldred 1972)。しかしながら、ロケットの形状や射場形状が異なると必ずしも高い予測精度とはいえない。また、各ロケットモデルや射場モデルに対して実験的観測では莫大なコストが必要となる。さらに散水を行うことで音響パワーが低減することが経験的に明らかになっているものの具体的な物理的メカニズムまでは明らかになっていない。これらのことから数値解析を用いた研究を中心として、多くのモデルに対してデータ取得が進められている。ただし、ロケット打ち上げ時の現象をフルスケールかつ数多くの条件で解析をする場合は解析コストの面から現実的ではないため、各現象を切り分けての現象解明とその現象のモデル構築が進められている (Fujii et al. 2010 ; Nonomura et al. 2014 ; Terakada et al. 2015)。

ロケット噴流中には様々な物理現象が生じており、マクロな視点ではノズル近傍では衝撃波が形成され、大気と噴流の境界はせん断層や乱流場となる。さらに、ミクロな視点では燃料の燃焼促進剤として付加されるアルミナ微粒子が未燃の状態で飛翔し、散水などによって生成された液滴などの微粒子が混在する固気混相流となる。複雑な現象かつデータ取得が容易ではないため十分に物理現象が解明されていない (Shimada et al. 2006 ; 社河内 2013)。そのため、高精度な音響予測モデルを構築するためにはロケット噴流のより詳細な物理現象の解明が求められる。

これまでの研究でロケット噴流中を高速で飛翔するアルミナ微粒子や散水時に生成される液滴が乱流と干渉することで音響パワーのレベルが低減されている可能性が示唆されている (Fukuda et al. 2011)。しかしながら、その物理的メカニズムは未だに十分に明らかになっておらず解明が求められている。さらに、従来の研究ではこの微粒子の影響を考慮した数値解析の事例は多くなく、これまでの計算事例に微粒子の影響を考慮する場合は、質点近似型

で微粒子はモデルとして扱われるのが適当であると考えられるが、ロケット噴流中の微粒子周り流れの高精度なモデルは構築されていない。

せん断層における微粒子の影響を調査するために、質点近似型の3次元固気混相流解析が進められている (Terakada et al. 2015)。しかしながら、用いた微粒子モデルは理論や経験則を基にした簡易的なものであり、高精度に流れ場を予測できているとは限らない。これまでに、質点近似型で一般的に用いられる単体粒子の流体力や Nusselt 数モデルにおいて、既存のモデルの予測値と圧縮性流体解析から得られた結果では圧縮性の効果などで高精度に予測できていないことが明らかになっている (Nagata et al. 2016, 2017, 2018)。ただし、複数粒子の場合における影響は十分に明らかになっていない。より高精度な単数・複数微粒子モデルを構築することで従来の解析精度向上とともに現象解明が進められると考えられる (Regele et al. 2014)。この複数微粒子モデルを構築に向けて粒子解像型の手法を用いることで現象をより詳細に解明することができると考えられる。

本研究で対象とする流れ場の特徴は、主流の速度が超音速流となるため圧縮性流体の影響を考慮する必要がある。さらに、衝撃波前後や後流領域では遷音速流や亜音速流となる。また、ロケット噴流全体では高 Reynolds 数流れとして評価されるが、微粒子周りの流れ場では代表長さを球直径となり低 Reynolds 数流れ ($Re < 10^3$) として評価される。これらから微粒子周り流れの特徴は亜音速流から超音速流の速度域かつ低 Reynolds 数流れとして評価できる。図 1.4.1.1 にロケット噴流中の微粒子周り流れの一例の可視化図を示す (Mizuno et al. 2016)。運動する微粒子の周りに渦が形成され後流の微粒子や流れ場を乱していることがわかる。

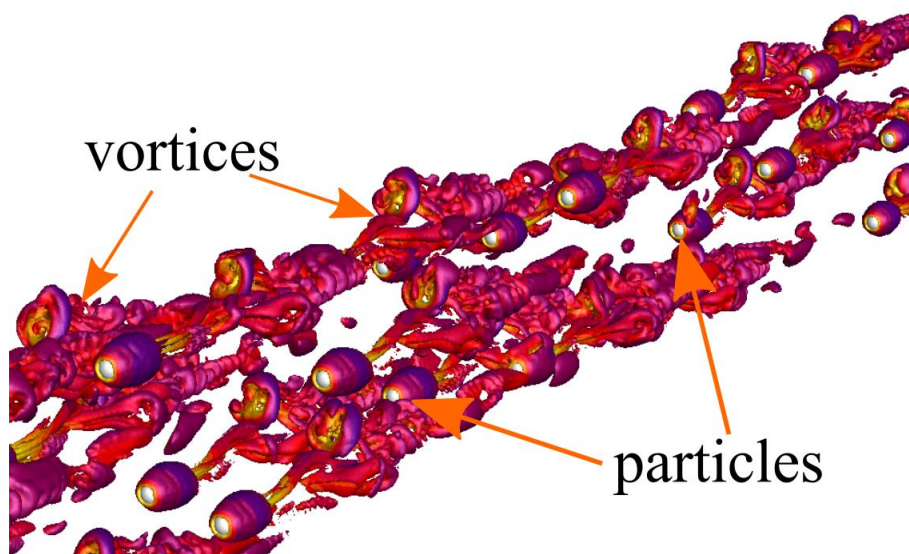


Figure 1.2.4.1 Flow around moving particles and vortices.

1.2.5 ショットピーニング加工の固気混相流

ショットピーニング加工とは、高圧流体によって加速したショットと呼ばれる μm – mm オーダーの多数の微粒子をノズルから噴射させ、加工物表面に衝突させることでその表面を引き伸ばす（ピーニング）冷間加工法である（ショットピーニング技術協会 2018）。このショットと加工物の衝突現象によって、加工物の衝突点下に圧痕とそのまわりに降伏領域が生じ、加工物表面と加工変質層に加工硬化や圧縮残留応力を生成される。加工物は金属材料であり、加工部品では航空機の各種部品や機械の歯車やばねといった幅広い分野のモノが対象となる（Kopp et al. 1900 ; Gariepy et al. 2013）。従来では技術者の経験を活かして手でノズルを操作し加工を行ってきたが、近年では機械制御による加工や技術開発が進められている。そのため、各加工物に対して最適な加工条件をプログラムで設定し、生産性を向上することが求められる。

様々な加工条件の中から最適な条件を選定することは困難なことであり、ノズルの移動速度や噴射させるショット数の調整は加工時間の短縮やコストの削減が期待できるが加工精度の低下にもつながる。そのため、ショットがどのような分布で衝突したかを示すカバレッジ分布を対象とした研究が盛んに行われている（Kirk 2016 ; 太田ら 2016）。しかしながら、実際の加工物を対象としたカバレッジ分布を取得することは実験的に困難であり、質点近似型の手法による数値シミュレーションを用いた調査が行われている（Nguyen et al. 2014）。その際、流れ場は定常な流れとして評価されており、衝突した際の現象を調査する場合においては流体の影響を考慮していない場合もある。従来用いられている加工モデルにおいても理論式や経験則によるものであり必ずしも高精度に予測はできておらず、予測と加工結果が異なることが問題視されている。これらのことから、最適な加工条件を選定するためには流体の詳細な影響を考慮した数値シミュレーションによる現象把握とモデル構築が必要であると考えられる。また、衝突現象では加工物（構造物）の表面形状の変形や弾性エネルギーの変化などが生じるため、これらも流体现象と同時に評価する必要がある。ここで流体、ショット（微粒子）と加工物（構造物）の相互の影響をまとめる。1) 流体–微粒子：流体力により微粒子が運動し、その運動により流れ場が乱れ発達する。2) 微粒子–構造物：微粒子が構造物に衝突することで構造物の変形と残留応力が発生し、それによる弾性（衝突）エネルギーが変化することで微粒子の運動挙動が変化する。3) 構造物–流体：構造物の表面形状が変化することで壁面近傍の流れ場の分布を変化させる。1) は粒子解像型の手法により直接評価でき、2) と 3) は流体-構造連成解析により評価できると考えられる。

ショット周りの流れ場の特徴は、投射速度(主流速度)が20–60 m/sでショットの直径が μm –mm オーダーとなるため Reynolds 数は 10^2 – 10^3 オーダーとなる。そのため、ロケット噴流中の固気混相流とは異なり流れ場を非圧縮性流体と仮定して評価することができる。図 1.5.1.1 に壁面近傍に着目したショットピーニング加工時の微粒子周り流れの一例の可視化図を示す(水野ら 2018)。始めに一樣流に流されて微粒子が落下運動を行い、次に壁面と衝突しその後様々な方向に跳ね返りながら運動するとともに流れ場で渦が発達する現象となる。

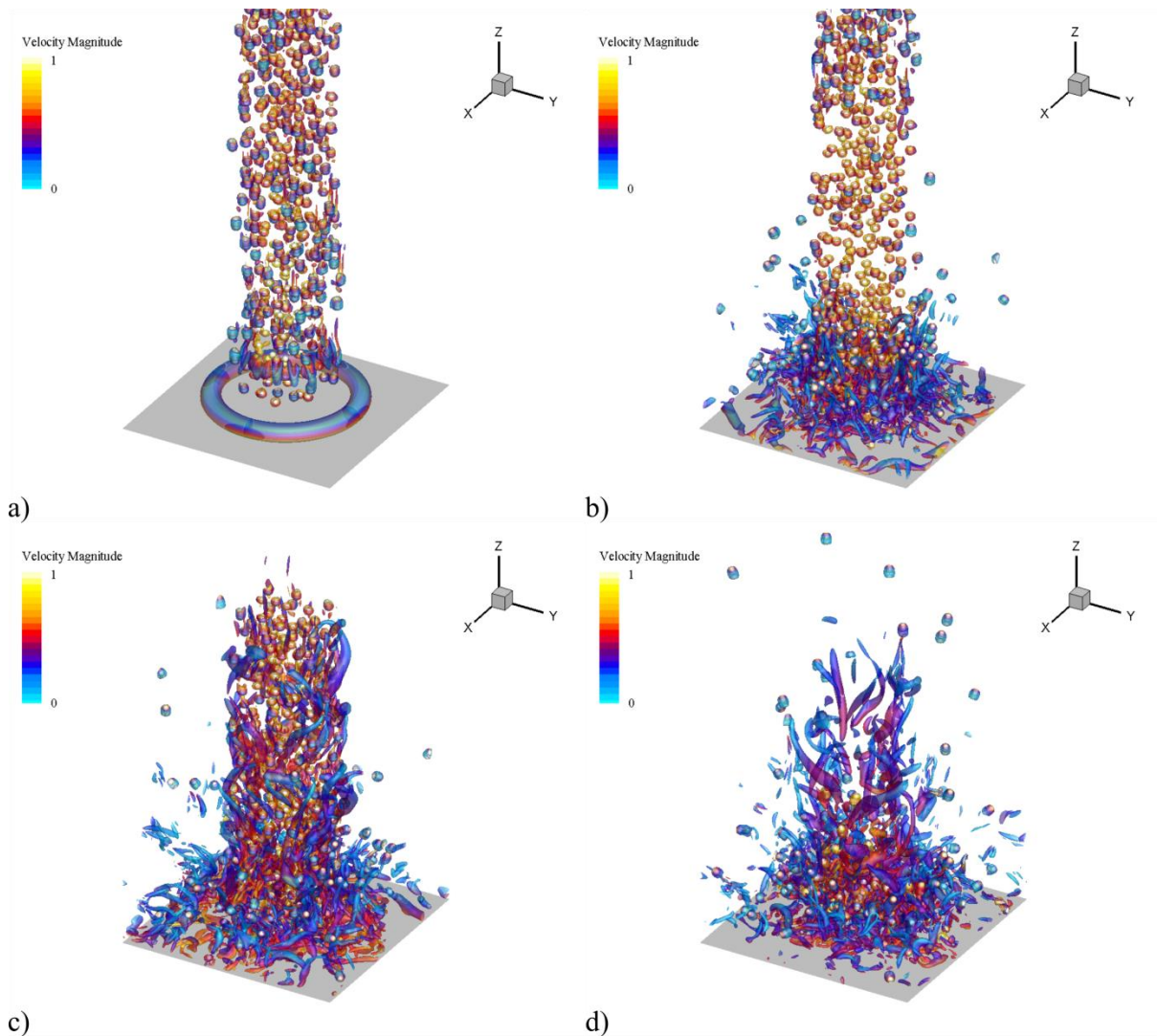


Figure 1.5.1.1 Flow around moving particles and vortices; a) step1: falling particles, b) step2: colliding particles, c) step3: rebounding particles, d) step4: vortices.

1.3 研究目的

1.3.1 ロケット噴流中の固気混相流

直交格子法と IBM を組み合わせた 3 次元圧縮性流体解析コードの開発とそれによる圧縮性流体における微粒子周り流れの特性把握を目的とする。さらに、本手法の特徴を活かして複数微粒子やそれらが運動するような流れ場に着目する。始めに解析手法や条件の妥当性を検証するために既存の予測モデルや他の解析結果と比較を行う。次に本研究で対象とする流れ場の条件で解析を行うことで圧縮性流体における固気混相流現象の把握を進める。

1.3.2 ショットピーニング加工の固気混相流

直交格子法と IBM を組み合わせた 3 次元非圧縮性流体解析コードの開発とそれによるショットピーニング加工の現象における複数微粒子周り流れの特性把握を目的とする。さらに、構造物の構造解析と微粒子の運動解析と連成させることで流体の影響を考慮して運動する微粒子が構造物と衝突した際の現象把握を行う。始めに流体解析手法の妥当性を検証した後、多数の微粒子が壁面と衝突する流れ場の解析を行い本解析手法の優位性を検証と現象把握を行う。次に構造解析で用いる開発した接触モデルの検証を行い、流体-構造連成解析を行う。その結果を基に衝突モデルを構築し、流体解析のみで衝突現象を予測する技術を構築する。また衝突モデルを用いた複数微粒子が衝突問題に取り組むことでその現象把握を進める。

1.4 概要

本研究は圧縮性流体と非圧縮性流体における固気混相流現象を開発した埋め込み境界法を基にした解析コードを用いて取り進めた。本紙は以下の各章から構成される。

第 2 章では本研究で用いた解析手法について説明する。第 3 章では圧縮性固気混相流の問題に向けた解析の結果について議論する。第 4 章では非圧縮性固気混相流の問題に向けた解析の結果について議論する。第 5 章では得られた結果をまとめて本紙の総括を行う。

第 2 章 計算手法

2. 計算手法

2.1 序

本章では，本研究で用いた計算手法についてまとめる．圧縮性流体解析に関する支配方程式と解析手法，次に非圧縮性流体解析に関する支配方程式と解析手法についてまとめる．そして本解析手法の特徴である埋め込み境界法と各解析で共通する手法を示した後，構造解析手法と連成解析手法について示す．

2.2 圧縮性流体の支配方程式

デカルト座標系の3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式（藤井 2002）は，

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z},$$

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{Bmatrix}, E = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{Bmatrix}, F = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{Bmatrix}, G = \begin{Bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{Bmatrix}, \quad (2.2.1)$$

$$E_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w + kT_x \end{Bmatrix}, F_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w + kT_y \end{Bmatrix}, G_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w + kT_z \end{Bmatrix},$$

である．ここで， E ， F ， G ， E_v ， F_v と G_v はそれぞれ x ， y ， z 軸方向の非粘性流束（移流項，対流項），粘性流束（粘性項，拡散項）であり， Q は保存変数である．式中の圧力 p と単位体積あたりのエネルギー e は密度 ρ ，各軸方向の速度 u ， v ， w ，比熱比 γ を用いて式(2.2.2)の状態方程式で関係づける．

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right\}. \quad (2.2.2)$$

また粘性応力テンソル τ は，

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= \frac{2}{3}\mu(2u_x - v_y - w_z), \\
\tau_{yy} &= \frac{2}{3}\mu(-u_x + 2v_y - w_z), \\
\tau_{zz} &= \frac{2}{3}\mu(-u_x - v_y + 2w_z), \\
\tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu(u_y + v_x), \\
\tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu(v_z + w_y), \\
\tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu(w_x + u_z).
\end{aligned} \tag{2.2.3}$$

として求まる。ここで添え字 1 番目は働く面，2 番目は働く方向を示す。さらに熱流束は定圧比熱 C_p とエンタルピー $h = (e + p) / \rho$ の関係式から，

$$C_p T = \frac{h}{\rho} - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2), \tag{2.2.4}$$

$$\begin{aligned}
kT_x &= \frac{\mu}{Pr} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{\rho} \right)_x, \\
kT_y &= \frac{\mu}{Pr} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{\rho} \right)_y, \\
kT_z &= \frac{\mu}{Pr} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p}{\rho} \right)_z,
\end{aligned} \tag{2.2.5}$$

として求まる。ここで， k は熱伝導率， $Pr = C_p \mu / k$ は Prandtl 数であり，動粘性係数と熱拡散率の比を表す。また粘性流束項を含まない形の方程式の場合を Euler 方程式と呼ぶ。解析を行う際に音速 $a = 1$ ，代表長さ $D = 1$ として各諸量を無次元数として取り扱う。そのため，代表的な各諸量は，

$$\begin{aligned}
\tilde{t} &= t \frac{\tilde{U}_\infty}{D}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{D}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{D}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{D}, \\
\tilde{U}_\infty &= \frac{Ma}{a} = Ma \quad (\because a = 1), \\
\tilde{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{p_\infty} = \frac{1}{\gamma}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{T_\infty},
\end{aligned} \tag{2.2.6}$$

と表せる。ここで，添え字の ∞ は一様流の値を示し， \tilde{U}_∞ は一様流（代表速度）を示す。さらに Ma は Mach 数を表す。また Reynolds 数の関係式は，

$$Re = \frac{\tilde{\rho} \tilde{U} D}{\tilde{\mu}} = \frac{1 \times Ma \times 1}{\tilde{\mu}} = \frac{Ma}{\tilde{\mu}}, \tag{2.2.7}$$

と求まる。解析上はこの無次元粘性係数 $\tilde{\mu}$ を Mach 数と Reynolds 数から求めて条件設定を行う。

2.3 圧縮性流体の計算手法

圧縮性流体を計算する場合に時間積分の解法（時間精度）と非粘性流束項の解法（空間精度）で用いる手法によって解析精度が異なることから様々な手法が提案されている．時間積分においては，対象とする流れ場が定常流れか非定常流れなのかによって，一般的に陽解法または陰解法を選択することになる．一方で非粘性流束項においては，対象とする流れの速度域や現象によって様々な手法が考案されており，適当な手法を選択しないと計算が不安定となり発散する場合もある．また乱流モデルやフィルタ操作などを用いておらず，最小格子幅までの現象を直接解析し，有限体積法を用いて離散化する手法を用いる．

2.3.1 時間積分

時間積分の手法は大きく分けて陽解法と陰解法がある．陽解法は1ステップに必要な計算時間は少ないが，Courant 数の制限が厳しく必要となる総ステップ数が増大する．これらのことから，運動の物体を伴う計算や解に非定常性を有する非定常流れを計算する場合に陽解法が用いられる．一方で陰解法は1ステップの計算時間は増大するが Courant 数が1以上の大きな時間刻み幅 Δt が与えられるため総ステップ数が少なくなる．これらのことから，静止する物体や定常解を有する定常流れを計算する場合に用いられる．

本解析では陽解法の代表例の1つである3段階の TVD Runge-Kutta (RK) 法 (Gottlieb et al. 1998) を用いた．TVD RK 法では時間積分を行う際に，

$$\begin{aligned} Q^{(i)} &= \sum_{k=0}^{i-1} \{ \alpha_{ik} Q^{(k)} + \Delta t \beta_{ik} f(Q^{(k)}) \}, \quad i=1, \dots, m, \\ u^{(0)} &= u^n, \quad u^{(m)} = u^{n+1}, \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

として次のステップにおける値を求める．ここで， $f(Q)$ は非粘性流束項と粘性流束項，添え字 n は現ステップでの時間， $(*)$ はステップの中間値， i は精度を表す段数である．また α と β は TVD RK 法特有の係数であり正の値を持つ．これを3段階の形で示すと，

$$\begin{aligned} Q^{(1)} &= Q^{(0)} + \Delta t f(Q^{(0)}), \\ Q^{(2)} &= \frac{3}{4} Q^{(0)} + \frac{1}{4} (Q^{(1)} + \Delta t f(Q^{(1)})), \\ Q^{(3)} &= \frac{1}{3} Q^{(0)} + \frac{2}{3} (Q^{(2)} + \Delta t f(Q^{(2)})), \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

となり，前進 Euler 法の組み合わせで成り立っている．最後の式で計算された値が Δt 進んだ次のステップにおける値となる．この時の時間刻み幅 Δt の算出には Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件が満たされるように，

$$\Delta t = c \frac{\Delta x_{\min}}{\mathbf{u}_{\max} + a_{\max}}, \quad (2.3.3)$$

として求める．ここで， Δx_{\min} ， \mathbf{u}_{\max} と a_{\max} は最小計算格子幅，計算空間の最大速度ベクトルと計算空間の最大音速の値を示す．また CFL 条件を満たすように係数 c を超音速流条件で 0.1，亜音速流と遷音速流の条件で 0.4 の一定値として与えて，時間刻み幅が各ステップで動的に変化するように計算する．

2.3.2 非粘性流束項

式(2.2.1)の右辺第 2 項の x 軸方向の非粘性流束項に対して離散化を施した場合，

$$\frac{\partial E_v}{\partial x} = \frac{E_{v,i+1/2} - E_{v,i-1/2}}{\Delta x}, \quad (2.3.4)$$

となる．ここで， $E_{v,i+1/2}$ は数値流束，添え字の $i+1/2$ はセル境界面の位置を示す．

この数値流束は，

$$E_{i+1/2} = E((Q_L)_{i+1/2}, (Q_R)_{i+1/2}), \quad (2.3.5)$$

としてセル界面での左右の物理量 Q の状態 (Q_L, Q_R) から求められる．図 2.3.2.1 にあるステップでの物理量 Q の分布を模式的に示す．この左右で異なる物理量をセル境界面でもう評価するかは，全てのセル境界面で Riemann 問題を解くことに相当する．以下にこの数値流束 $E_{i+1/2}$ を求める手法について述べる．

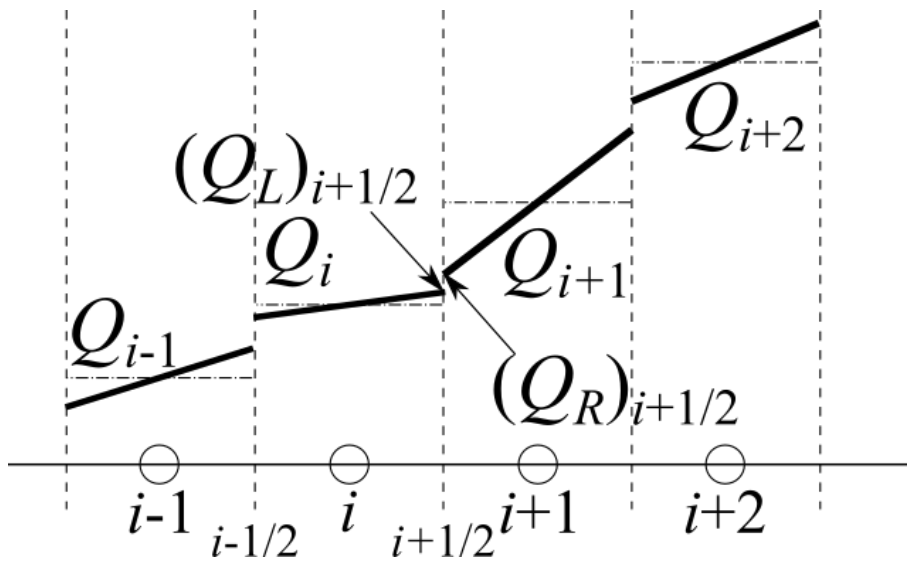


Figure 2.3.2.1 Physical quantity distribution in cell.

2.3.3 MUSCL 法

まず左右の物理量 Q の状態 (Q_L, Q_R) を高次精度に近似する方法の代表例の MUSCL (monotonic upwind scheme for conservation laws) 法 (Leer 1977, 1979) について述べる. この手法は, $i+1/2$ の左右の物理量 Q の状態 (Q_L, Q_R) を取り囲むいくつかの位置での物理量 $Q_i, Q_{i+1}, Q_{i-1}, Q_{i+2}$ などの内挿によって決め, それを用いて数値流束を計算する. ここで, 添え字 i は i 番目の格子点を意味する. 既知なのは各格子点上の物理量 Q の値 $Q_{i-1}, Q_i, Q_{i+1}, \dots$ などだけである. セル内で値が一定だと仮定すると 1 次精度の近似になる. また, 線形な物理量分布に対しては 2 次精度, 同様に 2 次曲線の分布を仮定すれば, 3 次精度の空間解析度を得る. セル境界での物理量は,

$$\begin{aligned} (Q_L)_{i+1/2} &= Q_i + \frac{\varepsilon}{4} [(1-\kappa)(Q_i - Q_{i-1}) + (1+\kappa)(Q_{i+1} - Q_i)], \\ (Q_R)_{i+1/2} &= Q_i - \frac{\varepsilon}{4} [(1+\kappa)(Q_i - Q_{i-1}) + (1-\kappa)(Q_{i+1} - Q_i)], \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

と求まる. ここで 1 次精度と高次精度を使い分けるために ε なるパラメータを導入した. さらに κ は局所的な流れの状況に応じて変わる変数とすると内, 外挿の係数を選択することで 1 次から 3 次までの精度の内挿法が定義できる. これを用いてセル境界での物理量を評価し, それを利用して流束を,

$$E_{i+1/2} = \frac{1}{2} [(cQ)_R + (cQ)_L - |c|(Q_R - Q_L)]_{i+1/2}, \quad (2.3.7)$$

として求めることで高次精度の風上差分法として定義できる. ここで, c は伝播速度を示す. さらに van Albada の limiter 法 (Albada et al. 1981) を導入すると,

$$\begin{aligned} (Q_L)_{i+1/2} &= Q_i + \frac{s}{4} [(1-\kappa s)(Q_i - Q_{i-1}) + (1+\kappa s)(Q_{i+1} - Q_i)]_i, \\ (Q_R)_{i+1/2} &= Q_i - \frac{s}{4} [(1+\kappa s)(Q_i - Q_{i-1}) + (1-\kappa s)(Q_{i+1} - Q_i)]_{i+1}, \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

となり, s は slope を定義する値であり,

$$s = \frac{[2\{(Q_{i+1} - Q_i)(Q_{i+1} - Q_i)\} + \varepsilon]}{[(Q_{i+1} - Q_i)^2 + (Q_{i+1} - Q_i)^2 + \varepsilon]} \quad (2.3.9)$$

として求める.

2.3.4 ハイブリットスキーム

対象とする流れ場が乱流領域と衝撃波やポテンシャル流れの領域が混在する場合それらを同時に解像する必要がある. 一般的に乱流領域では非定常性が生じるため, 数値粘性を抑えて計算する手法が用いられる. 一方で衝撃波前後では不連続性が生じるため, 数値粘性を

与えて計算する手法が望まれる。そのため、本解析手法では各セルに衝撃波センサを設けて、その値に応じて用いるスキームを切り替える。そのため、乱流場に対して pseudo skew-symmetric scheme (Georgesa et al. 2008) で解き、衝撃波面とポテンシャル流れの領域に対して monotone upstream-centered scheme for conservation laws- (MUSCL-) Roe scheme (Leer 1976 ; Roe 1981) で解くハイブリットスキームを用いて非粘性流束項を求める。各スキームの項を pseudo skew-symmetric scheme $E_{\text{turbulent}}$ と MUSCL-Roe scheme E_{shock} とすると x 軸方向における数値流束は、

$$E_{i+1/2} = (1 - \beta_{i+1/2})E_{i+1/2,\text{turbulent}} + \beta_{i+1/2}E_{i+1/2,\text{shock}}, \quad (2.3.10)$$

となる。ここで β は Ducros sensor の値であり、

$$\beta_{i+1/2} = \min(1, \phi_i + \phi_{i+1}),$$

$$\phi = \begin{cases} 0 & \frac{|\nabla \mathbf{u}|^2}{|\nabla \mathbf{u}|^2 + |\nabla \mathbf{u}|^2 + \varepsilon} < \theta \\ 1 & \frac{|\nabla \mathbf{u}|^2}{|\nabla \mathbf{u}|^2 + |\nabla \mathbf{u}|^2 + \varepsilon} \geq \theta \end{cases}, \quad (2.3.11)$$

として求める。ここで、 ε はゼロ割を防ぐための小さな値 ($\varepsilon = 10^{-15}$) であり、閾値 θ は 0.6 として計算する。さらに、 \mathbf{u} は速度ベクトルであり $\mathbf{u} = (u, v, w)$ である。

次に、乱流領域 ($\beta = 0$) で用いる pseudo skew-symmetric scheme を以下に示す。

$$E_{i+1/2,\text{turbulent}} = E_{i+1/2,\text{cent}} - \sigma_{i+1/2,\text{cent}},$$

$$E_{i+1/2,\text{cent}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\rho_i u_i + \rho_{i+1} u_{i+1}) \\ \frac{1}{4}(\rho_i u_i + \rho_{i+1} u_{i+1})(u_i + u_{i+1}) + \frac{1}{2}(p_i + p_{i+1}) \\ \frac{1}{4}(\rho_i u_i + \rho_{i+1} u_{i+1})(v_i + v_{i+1}) \\ \frac{1}{4}(\rho_i u_i + \rho_{i+1} u_{i+1})(w_i + w_{i+1}) \\ \frac{1}{4}(\rho_i u_i + \rho_{i+1} u_{i+1})(e_i + \frac{p_i}{\rho_i} + e_{i+1} + \frac{p_{i+1}}{\rho_{i+1}}) \end{bmatrix}, \quad (2.3.12)$$

$$\sigma_{i+1/2,\text{cent}} = \frac{1}{4} \chi(\rho_i u_i + \rho_{i+1} u_{i+1}) \begin{bmatrix} 0 \\ u_{i+1/2,R} - u_{i+1/2,L} \\ v_{i+1/2,R} - v_{i+1/2,L} \\ w_{i+1/2,R} - w_{i+1/2,L} \\ e_{i+1/2,R} - e_{i+1/2,L} \end{bmatrix}.$$

ここで、 σ は数値粘性項を表し添え字の R と L はそれぞれ右側と左側の状態量を示す。この状態量の値を求める際に 2.3.3 で示した高精度化手法として 3 次精度 MUSCL 法と van Albada の limiter 法 (Albada et al. 1981) を用いた。また衝撃波由来の数値振動を防ぎ、乱流場を高精度に解像するために数値粘性項を最小となるように χ を 0.05 と規定する。

次に、衝撃波やポテンシャル流れの領域で用いる MUSCL-Roe scheme を以下に示す。

$$E_{i+1/2,shock} = \frac{1}{2} [E_i + E_{i+1} - |A_{i+1/2,Roe}| (Q_{i+1/2,R} + Q_{i+1/2,L})] \quad (2.3.13)$$

ここで、 A は非粘性流束 Jacobian, 添え字の Roe は左右の状態量に対して Roe 平均された値を示す。この時、 $|A|$ は左右の固有値行列 R と L を用いて、

$$|A| = R|\Lambda|L, \quad (2.3.14)$$

として求める。ここで、 Λ は $\Lambda = LAR$ を満たす固有値行列である。詳細は次節で述べる。

2.3.5 Roe scheme と固有値行列

数値流束の求め方に Roe の近似 Riemann 解法 (Roe 1981) がある。これは一般的に Flux difference splitting (FDS) と呼ばれる。この解法は線形分解によるもので、平均の値 Q_{ave} が左右の状態 Q_L と Q_R の非線形関数として定義され、それらは、

1. $E(Q_R) - E(Q_L) = A(Q_R, Q_L) (Q_R - Q_L) = A_{ave}(Q_R - Q_L)$.
2. $A(Q_R, Q_L)$ は実固有値と線形独立な固有ベクトルをもつ。
3. $A(Q, Q) = A(Q)$.

を満たす条件があり Property U と呼ばれる。2 の条件は微分が定義することができる滑らかな領域で必要であり、1 はそれに加えて衝撃波が自動的に形成されて特性速度を正しく計算に現れるための条件であり、3 は保存則を満たすための条件である。この手法の特徴は、 Q_L と Q_R が衝撃波や接触面の両側に存在すれば、厳密解を与えることができる点である。また固有値を求める際に使用する Roe 平均された物理量は、

$$\rho_{ave} = \sqrt{\rho_L \rho_R}, \quad (2.3.15)$$

$$u_{ave} = \frac{\sqrt{\rho_L} u_L + \sqrt{\rho_R} u_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (2.3.16)$$

$$v_{ave} = \frac{\sqrt{\rho_L} v_L + \sqrt{\rho_R} v_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (2.3.17)$$

$$w_{ave} = \frac{\sqrt{\rho_L} w_L + \sqrt{\rho_R} w_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (2.3.18)$$

$$H_{ave} = \frac{\sqrt{\rho_L} H_L + \sqrt{\rho_R} H_R}{\sqrt{\rho_L} \sqrt{\rho_R}}, \quad (2.3.19)$$

ただし, H は総エンタルピーで,

$$H = \frac{\mathcal{P}}{(\gamma-1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2), \quad (2.3.20)$$

と求められ, 音速は,

$$c_{ave}^2 = (\gamma-1) \left(H_{ave} - \frac{1}{2}(u_{ave}^2 + v_{ave}^2 + w_{ave}^2) \right), \quad (2.3.21)$$

として得られる. ここで, 各軸方向における固有値行列は,

$$\Lambda_x = \begin{bmatrix} u-c \\ u \\ u \\ u \\ u+c \end{bmatrix}, \quad \Lambda_y = \begin{bmatrix} v-c \\ v \\ v \\ v \\ v+c \end{bmatrix}, \quad \Lambda_z = \begin{bmatrix} w-c \\ w \\ w \\ w \\ w+c \end{bmatrix}, \quad (2.3.22)$$

となる. また右固有行列 R は,

$$\begin{aligned} R_x &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ u-c & 0 & 0 & u & u+c \\ v & 0 & c & v & v \\ w & -c & 0 & w & w \\ H-cu & -wc & vc & \frac{1}{2}q^2 & H+cu \end{bmatrix}, \\ R_y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ u & u & -c & 0 & u \\ v-c & v & 0 & 0 & v+c \\ w & w & 0 & c & w \\ H-cv & \frac{1}{2}q^2 & -uc & wc & H+cv \end{bmatrix}, \\ R_z &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ u & c & u & 0 & u \\ v & 0 & v & -c & v \\ w-c & 0 & w & 0 & w+c \\ H-cw & uc & \frac{1}{2}q^2 & -vc & H+cw \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

となる. さらに左固有値行列 L は,

$$\begin{aligned}
L_x &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(b_1 + \frac{u}{c}\right) & -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c} + b_2u\right) & -\frac{1}{2}b_2v & -\frac{1}{2}b_2w & \frac{1}{2}b_2 \\ \frac{w}{c} & 0 & 0 & -\frac{1}{c} & 0 \\ -\frac{v}{c} & 0 & \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ 1-b_1 & b_2u & b_2v & b_2w & -b_2 \\ \frac{1}{2}\left(b_1 - \frac{u}{c}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c} - b_2u\right) & -\frac{1}{2}b_2v & -\frac{1}{2}b_2w & \frac{1}{2}b_2 \end{bmatrix}, \\
L_y &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(b_1 + \frac{v}{c}\right) & -\frac{1}{2}b_2u & -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c} + b_2v\right) & -\frac{1}{2}b_2w & \frac{1}{2}b_2 \\ 1-b_1 & b_2u & b_2v & b_2w & -b_2 \\ \frac{u}{c} & -\frac{1}{c} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{w}{c} & 0 & 0 & \frac{1}{c} & 0 \\ \frac{1}{2}\left(b_1 - \frac{v}{c}\right) & -\frac{1}{2}b_2u & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c} - b_2v\right) & -\frac{1}{2}b_2w & \frac{1}{2}b_2 \end{bmatrix}, \\
L_z &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(b_1 + \frac{w}{c}\right) & -\frac{1}{2}b_2u & -\frac{1}{2}b_2v & -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c} + b_2w\right) & \frac{1}{2}b_2 \\ -\frac{u}{c} & \frac{1}{c} & 0 & 0 & 0 \\ 1-b_1 & b_2u & b_2v & b_2w & -b_2 \\ -\frac{v}{c} & 0 & -\frac{1}{c} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\left(b_1 - \frac{w}{c}\right) & -\frac{1}{2}b_2u & -\frac{1}{2}b_2v & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c} - b_2w\right) & \frac{1}{2}b_2 \end{bmatrix}, \\
b_1 &= \frac{1}{2}q^2 \frac{\gamma-1}{c^2}, b_2 = \frac{\gamma-1}{c^2},
\end{aligned} \tag{2.3.24}$$

となる。最終的な各軸方向における非粘性流束 Jacobian 行列 A, B, C は,

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}q^2 - u^2 & -(\gamma-3)u & -(\gamma-1)v & -(\gamma-1)w & (\gamma-1) \\ -uv & v & u & 0 & 0 \\ -uw & w & 0 & u & 0 \\ -\mu \frac{e}{\rho} + (\gamma-1)uq^2 & \gamma \frac{e}{\rho} - \frac{\gamma-1}{2}(2u^2 + q^2) & -(\gamma-1)uv & -(\gamma-1)uw & \mu \end{bmatrix}, \\
B &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -uv & v & u & 0 & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}q^2 - v^2 & -(\gamma-1)u & -(\gamma-3)v & -(\gamma-1)w & (\gamma-1) \\ -vw & 0 & w & v & 0 \\ -\mu \frac{e}{\rho} + (\gamma-1)vq^2 & -(\gamma-1)uv & \gamma \frac{e}{\rho} - \frac{\gamma-1}{2}(2v^2 + q^2) & -(\gamma-1)vw & \mu \end{bmatrix}, \\
C &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -uw & w & 0 & u & 0 \\ -vw & 0 & w & v & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}q^2 - w^2 & -(\gamma-1)u & -(\gamma-1)v & -(\gamma-3)w & (\gamma-1) \\ -\mu \frac{e}{\rho} + (\gamma-1)wq^2 & -(\gamma-1)uw & -(\gamma-1)vw & \gamma \frac{e}{\rho} - \frac{\gamma-1}{2}(2w^2 + q^2) & \mu \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{2.3.25}$$

となり各変数に Roe 平均した値を代入することで求める。

2.3.6 粘性流束項

粘性流束項においては、2次精度の中心差分法を用いて計算する。

2.3.7 まとめ

本研究で用いた圧縮性流体の解析コードは2次元の解析コードで解析手法の検証が行われた後 (Takahashi et al. 2014), 3次元の解析コードに拡張されたものを用いる (Mizuno et al. 2014). 本解析コードの特徴として、流れ場が層流かつ亜音速流から超音速流までの領域で衝撃波と乱流場を同時に直接的に解析が行える。これは非粘性流束項にハイブリットスキームを用いたことと乱流モデルやフィルタ操作などを施していないためである。時間と空間における解析精度は3次精度として評価される。

2.4 非圧縮性流体の支配方程式

非圧縮性流体の支配方程式は連続の式と3次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式(河村 2014)から成り立ちデカルト座標系における各式は,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2.4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

として表す. ここで, ν は動粘性係数である. このとき左辺第1項を時間微分項, 左辺第2-4項を対流項, 右辺第1項を圧力項, 右辺第2項を拡散項として示す.

2.5 非圧縮性流体の計算手法

非圧縮性流体は流体の圧縮性がない場合や流体の速度が音速に比べて小さい場合を仮定した流体である. このことから支配方程式の対流項は時間発展形であるが圧力項は時間発展形にならない. そのため, 連続の式が追加されることで, 対流項の時間発展に対して連続の式が満たされるように圧力項を求める必要がある. この圧力項を Poisson 方程式として解く際に用いる手法によって解析精度に影響を与える. また, 本研究では乱流モデルやフィルタ操作などを用いておらず, 最小格子幅までの現象を直接解析し, 有限差分法を用いて離散化する手法を用いる.

2.5.1 時間積分

本解析では Euler 陽解法を用いて時間積分を行った.

2.5.2 対流項

対流項の計算手法には2次精度 skew-symmetric scheme (Morinishi 2010) を用いた. ここでは簡単のために1次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の勾配型を時間微分項と対流項を用いて表すと,

$$(Adv.)_{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (2.5.1)$$

となる．ここで， ϕ は変数を示す．これを発散型の式で表現すると，

$$(\text{Div.})_\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u \phi}{\partial x}, \quad (2.5.2)$$

となる．さらにこれらを混合した場合は，

$$(\text{Skew.})_\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u \phi}{\partial x} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} \right), \quad (2.5.3)$$

となる．この混合型を連続の式と関連させて用いることで完全保存形の差分スキームとして流れ場を計算することができる．本手法ではそれぞれを 2 次精度中心差分法と 1 次精度風上差分法の形として扱う．

$$\frac{\partial u \phi}{\partial x} = \frac{u_{i+1} \phi_{i+1} - u_{i-1} \phi_{i-1}}{2\Delta x}, \quad (2.5.4)$$

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} = u_i \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta x} - |u_i| \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{2\Delta x}. \quad (2.5.5)$$

ここで，風上差分法に着目すると右辺第 1 項は中心差分式であり，右辺第 2 項は空間の 2 階偏微分を離散化した形として導出される．2 階偏微分の形は拡散を意味していることからこの手法の特徴は，中心差分で生じる不安定性に拡散項（粘性項）を加えることで安定化させて解いていると言える．

2.5.3 Fractional step 法

対流項と圧力項の連成には fractional step 法（Chorin 1969）を用いる．Euler 陽解法を適用し支配方程式を離散化すると，

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0, \quad (2.5.6)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n = -\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n, \quad (2.5.7)$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right), \quad (2.5.8)$$

となり， \mathbf{u} と ∇ は速度ベクトルと微分演算子を示す．これを連立させて解くと，

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p^{n+1} + \Delta t \left\{ -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n \right\}, \quad (2.5.9)$$

となる．ここで，仮の速度 \mathbf{u}^* を用いて分けると，

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^n - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p^{n+1} + \Delta t \left\{ -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n \right\}, \quad (2.5.10)$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p^{n+1}, \quad (2.5.11)$$

となる。さらに両辺に発散を取り整理すると、

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^*, \quad (2.5.12)$$

となり圧力に関する Poisson 方程式を得ることができる。この手法を解く際の手順をまとめると、

1. 式(2.5.10)の圧力項を無視して仮の速度 \mathbf{u}^* を求める
 2. 式(2.5.12)の圧力の Poisson 方程式を解き次のステップの圧力 p^{n+1} を求める
 3. 求めた圧力 p^{n+1} を用いて式(2.5.11)から次のステップの速度ベクトル \mathbf{u}^{n+1} を求める
- である。

2.5.4 SOR 法

圧力の Poisson 方程式は successive over-relaxation (SOR) 法 (Versteeg et al. 2011; 酒井 2003) を用いる。

まず連立 1 次方程式を、

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{b},$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad (2.5.13)$$

として反復法で解くとすると、

$$\mathbf{X} = \mathbf{M}\mathbf{X} + \mathbf{C}, \quad (2.5.14)$$

の形に書き換えられ、スペクトル半径 M が 1 よりも小さくなるように反復計算、

$$\mathbf{X}^{m+1} = \mathbf{M}\mathbf{X}^m + \mathbf{C}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.5.15)$$

を考えられる。ここで、 m は反復回数を示す。次に行列 A を分解すると、

$$\begin{aligned}
& A = L + D + U, \\
L &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_{21} & \ddots & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} & 0 \end{bmatrix}, \\
D &= \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{nn} \end{bmatrix}, \\
U &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{2.5.16}$$

となり,

$$DX = -(L+U)X + b, \tag{2.5.17}$$

と連立 1 次方程式を示すことができる. ここで Gauss-Seidel 法では,

$$(L+D)X = -UX + b, \tag{2.5.18}$$

と書き換えて, 反復法を適用すると,

$$(L+D)X^{m+1} = -UX^m + b, \tag{2.5.19}$$

となる. 実際の計算では,

$$X^{m+1} = -D^{-1}(LX^{m+1} + UX^m) + D^{-1}b, \tag{2.5.20}$$

を用いる. 一方で, SOR 法は一度右辺を計算した後, その予測値 X^* と自身の値 X^m を線形結合し解く手法である.

$$\begin{aligned}
X^* &= -D^{-1}(LX^{m+1} + UX^m) + D^{-1}b, \\
X^{n+1} &= (1-\alpha)X^m + \alpha X^*,
\end{aligned} \tag{2.5.21}$$

ここで, α は緩和係数であり $\alpha = 1$ で Gauss-Seidel 法になる. 反復回数や緩和係数によって解の収束性に影響を及ぼすが本解析ではそれぞれ最大反復回数 50 回と $\alpha = 0.8$ とした. また, 差分法は 2 次精度の中心差分法を用いた.

2.5.5 拡散項

拡散項においては、2次精度の中心差分法を用いて計算する。

2.5.6 まとめ

本研究で用いた非圧縮性流体の解析コードは一般的な手法を用いて構築されている (Mizuno et al. 2018)。本解析コードは対流項における差分法の割合や圧力の Poisson 方程式の反復回数などの値においても検証が行われており、後述する解析結果に影響が小さいことを確認してある。

2.6 計算格子

数値流体解析では一般的に2種類の方法で格子を定義する。1つ目は構造格子であり、2次元空間では4角形、3次元空間では6面体で各軸方向に対して序列を持つように格子が表現される。構造格子ではさらに軸方向と格子が直交している直交格子法と物体表面に沿うようにして格子が定義される境界適合格子法などに分類される。前者は物理空間と計算空間が同じ座標系を持つのに対して、後者は異なるため座標変換を用いて物理空間を計算空間に描写する必要がある。また前者は格子生成といった前処理が必要としないが何らかの手法を用いて物体境界を定義する必要性があり、後者は対象とする物体表面に対して格子生成をする前処理と座標変換が必要になる。2つ目は非構造格子であり、テトラやヘキサといった多面体として序列を持たないように空間に要素が表現される。

2.6.1 完全等間隔格子と不等間隔格子

構造格子を用いた場合に、全格子で各軸方向の格子幅が同じであるとき完全等間隔格子となり、各格子で格子幅が異なる場合は不等間隔格子となる。一般的に構造格子における高品質な格子の条件は、1) 直交性、2) 隣接する格子間隔の比、3) 格子の曲率性、4) 物体境界の品質が挙げられる。1) は各格子同士の直交性が保たれていることで写像を取る場合に生じる誤差を小さくすることである。2) は隣接する格子幅を自身の格子幅に比べて急激に大きくした場合に差分近似で生じる誤差が増加することを防ぐため格子間隔の比はなるべく1に近い値で徐々に伸長させることである。3) は MUSCL 内挿なので高次精度化をした場合に格子の曲率性から生じる誤差を小さくすることである。4) は物体表面で形成される境界層に対して速度成分や温度の急激な変化を解像できる格子幅かつ格子数であることである。完全等間隔

直交格子の場合は、1-3)は必然的に満たされるが 4)は最小格子幅で全領域を解像すると総格子点数が増大し実用的な計算が難しくなる。一方で不等間隔直交格子の場合は、1)と 3)は必然的に満たされ、物体近傍に細かな格子と遠方で伸長格子を組み合わせることで 4)を満たしつつ計算コストの増加を防ぐことができる。ただし、2)の格子幅の比や等間隔格子と伸長格子の切り替える領域の設定で解に不安定性や誤差が生じることもあるため格子の条件設定が重要となる。

本解析では圧縮性解析で完全等間隔直交格子と不等間隔直交格子を組み合わせることで物体近傍を等間隔直交格子で高解像度に計算し、計算コストの削減と圧縮性解析コードを用いて亜音速流などの条件で解析する場合に発生する外部境界での反射現象を防ぐために不等間隔直交格子で計算を行う。一方で、非圧縮性解析では完全等間隔直交格子のみで取り扱うことで、計算領域内を運動する物体を追従できるように計算を行う。

2.7 埋め込み境界法

本流体解析では Mittal ら (Mittal et al. 2005, 2008) によって開発された構造格子を用いた直交格子法と物体境界の定義にレベルセット法とゴーストセル法を組み合わせた埋め込み境界法 (Takahashi et al. 2014 ; Mizuno et al. 2015, 2018) を用いる。ここで、埋め込み境界法は格子点上に物体を定義する手法の 1 つである。レベルセット法は各セル中心の座標から物体境界までの垂直距離に符号がついた符号付距離の値であるレベルセット関数を用いて物体境界を表現する手法である。これは埋め込み境界法では物体内部にも計算格子が配置されるため物体の内外や境界を分別する必要があるためである。さらに、複数の物体に対してレベルセット関数を定義し、重合格子法の最小距離アルゴリズムを拡張した手法 (Takahashi et al. 2008) を用いることでそれら複数の物体を同時に表現することを可能とした。レベルセット関数 φ を用いて、

$$\begin{aligned} 0 < \varphi_{FC}, \\ -2\sqrt{3}\Delta x \leq \varphi_{GC} \leq 0, \\ \varphi_{OC} < -2\sqrt{3}\Delta x, \end{aligned} \tag{2.7.1}$$

の閾値で各セル属性を 3 種類に分類する。ここで、添え字の FC 、 GC と OC はそれぞれ流体セル、ゴーストセルと物体セルを表し、物体表面で $\varphi = 0$ となるように示される。また $2\sqrt{3}$ は 1 辺が Δx である 6 面体の斜辺の 2 倍の値であり、そのためゴーストセルは物体境界の内側 2 層分で定義される。図 2.7.1 に球体におけるセル分布を示す。可視化した際に手前側は透過させて表現されており、赤色の領域の外側の表面が物体表面 ($\varphi = 0$)、青色の領域が流体セル、

橙色の領域が物体セル，赤色の領域がゴーストセルである．流体セルは流体計算が行われるセルであり，一方で物体セルは基本的に計算されないセルである．またゴーストセルは物体表面近傍の流体セルの値を計算する際の境界条件を与えるセルであり，このゴーストセルを用いた境界条件を定義する手法のことをゴーストセル法という．ゴーストセルの値つまり境界条件の値を決める際にイメージポイントの値を用いる．イメージポイントはゴーストセルから物体壁面に対して垂直方向に伸びたプローブの先端にある点 IP である．このプローブ長さ dip は格子幅 Δx の 1.75 倍とする．この $dip = 1.75dx$ という長さは内挿する際の再帰参照を防ぐためにセルの斜辺の長さ $\sqrt{3}\Delta x$ より大きくなるように設定した値である．このイメージポイントを囲む流体セル群からイメージポイントに流れの諸量を **tri-linear** 内挿法して定義する．このイメージポイントの値を基にゴーストセルにおける値を決定する．圧縮性流体では，密度，速度成分と温度を式のように 1 次（線形）外挿法で評価し，圧力を 0 次外挿法で求める．一方で，非圧縮性流体では速度成分のみ式のように 1 次（線形）外挿法で評価し，圧力を 0 次外挿法で求める．

$$\begin{aligned} u_{GC} &= u_{IP} - \frac{d_{IP} + |\varphi_{GC}|}{d_{IP}} (u_{IP} - u_{IB}), \\ v_{GC} &= v_{IP} - \frac{d_{IP} + |\varphi_{GC}|}{d_{IP}} (v_{IP} - v_{IB}), \end{aligned} \quad (2.7.2)$$

$$\begin{aligned} w_{GC} &= w_{IP} - \frac{d_{IP} + |\varphi_{GC}|}{d_{IP}} (w_{IP} - w_{IB}), \\ T_{GC} &= T_{IP} - \frac{d_{IP} + |\varphi_{GC}|}{d_{IP}} (T_{IP} - T_{IB}), \end{aligned} \quad (2.7.3)$$

$$\rho_{GC} = \rho_{IP} - \frac{d_{IP} + |\varphi_{GC}|}{d_{IP}} (\rho_{IP} - \rho_{IB}), \quad (2.7.4)$$

$$P_{GC} = P_{IP}. \quad (2.7.5)$$

また，実際の解析コード上では，各セル属性を基に物体 ID を与えており，流体セルは一番近くに存在する物体 ID の正の値，ゴーストセルは自身の物体 ID の負の値，物体セルは 0 の値が与えられている．また，球形状や平面形状はそれぞれ式と式を用いて各物体のレベルセット関数を定義する．

$$\begin{aligned} xd_{io} &= \Delta x \times i - xc_{io}, \\ yd_{io} &= \Delta y \times j - yc_{io}, \\ zd_{io} &= \Delta z \times k - zc_{io}, \\ \phi &= \sqrt{xd_{io}^2 + yd_{io}^2 + zd_{io}^2} - rad_{io}. \end{aligned} \quad (2.7.6)$$

$$\begin{aligned}
\phi_x &= \Delta x \times i - xw_{io}, \\
\phi_y &= \Delta y \times j - yw_{io}, \\
\phi_z &= \Delta z \times k - zw_{io}.
\end{aligned}
\tag{2.7.7}$$

ここで、 Δx 、 Δy と Δz は各軸方向に対する格子幅、 i 、 j と k は各軸方向のセル番号、 x_c 、 y_c 、 z_c と rad は各球形状物体の中心位置と半径、 xw 、 yw と zw は各軸方向における平面形状物体の表面高さを示す。さらに、添え字 io は物体の ID を示す。ここで例として、球形状物体が中心位置 $(x_c, y_c, z_c) = (5, 5, 5)$ の位置に配置される場合と平面形状物体が z 軸方向に距離 1 に配置される場合 $(xw, yw, zw) = (0, 0, 1)$ と定義する。図 2.7.2 と図 2.7.3 にそれぞれのケースの球形状物体、平面形状物体とレベルセット関数の $x-z$ 平面断面分布を示す。

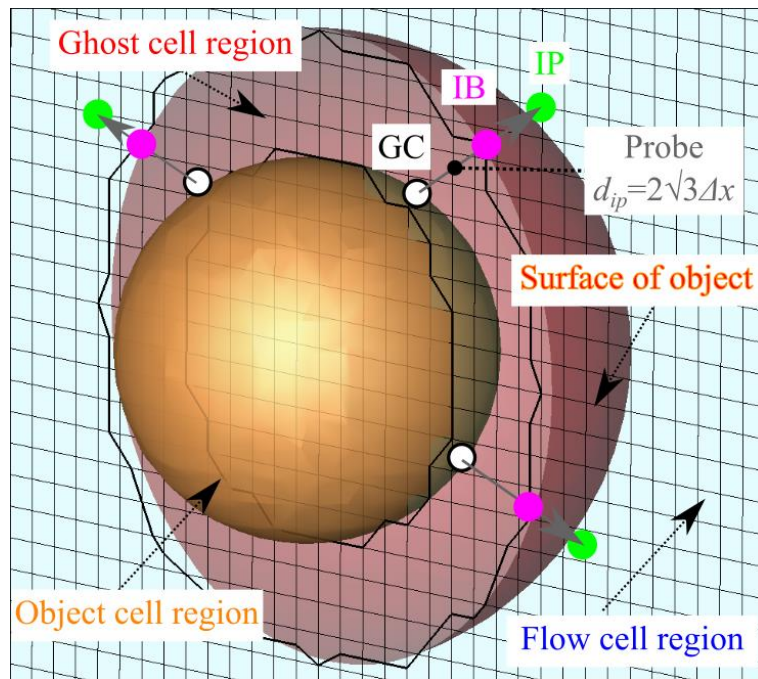


Figure 2.7.1 Schematic of the present IBM in three-dimensional domain.

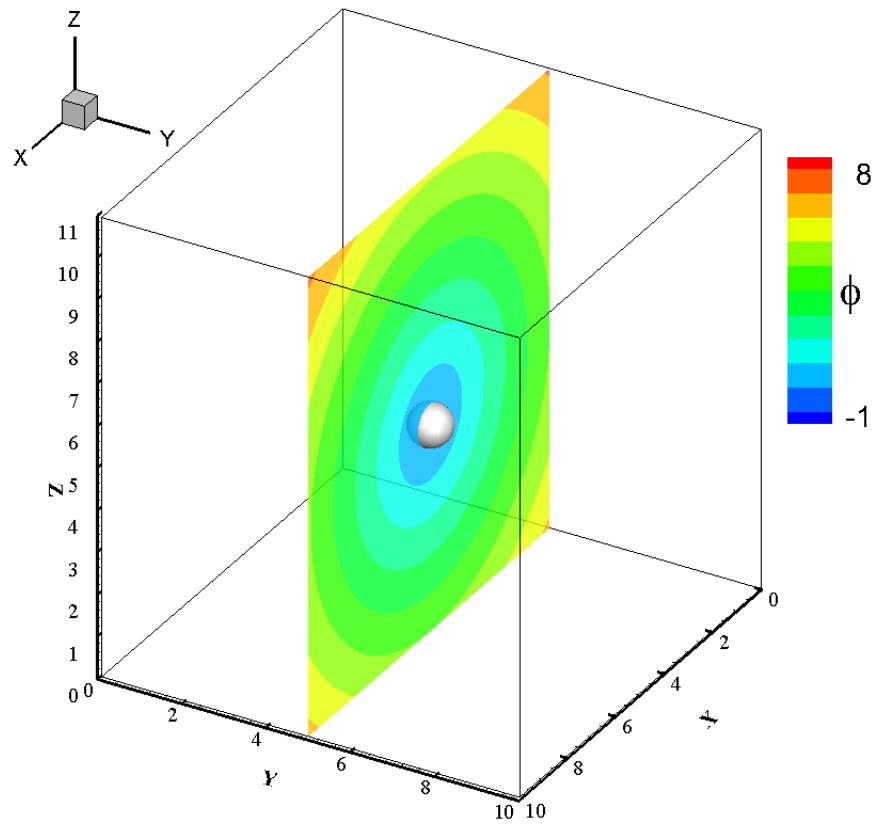


Figure 2.7.2 Distribution of level set function and sphere.

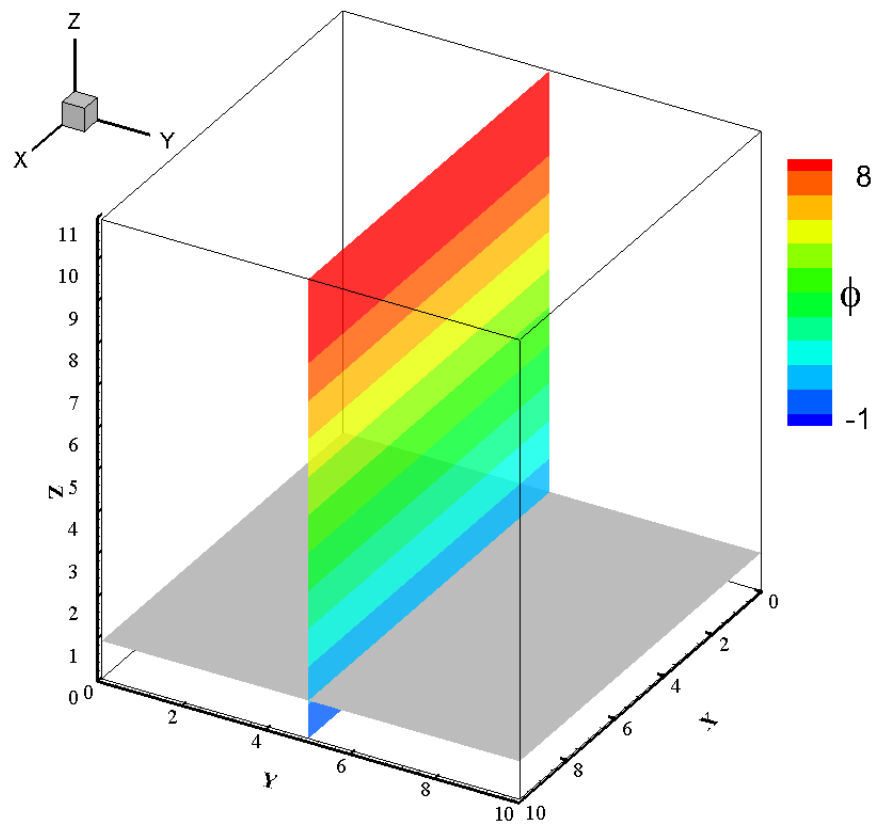


Figure 2.7.3 Distribution of level set function and flat plane.

2.8 流体力計算法

等間隔直交格子かつ埋め込み境界法による物体表現方法では、計算上はレベルセット関数を用いるため滑らかに表現されるが格子上ではセル属性を用いるため階段状で表現される (図 2.8.1). そこで、流体力を評価する場合は流体セルとゴーストセルの界面のセルフェイス上の圧力と応力のみで流体力を評価する方法を利用する. 本手法では、ゴーストセルに値が入っていれば、体積力評価時に改めて物体を表現するレベルセット関数やポリゴンを使った評価を行う必要がなく、その精度もポリゴン等を使って求めた流体力とほぼ変わらないことがこれまでの研究でわかっている (Nonomura et al. 2017).

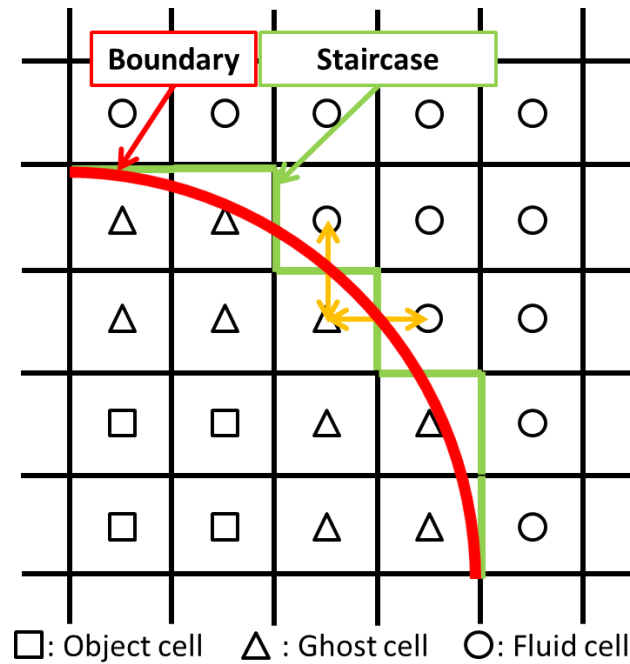


Figure 2.8.1 Object boundary represented by staircase shape.

2.9 物体の運動

一般的に物体を運動する現象を解析する際には格子の再生成が必要となり、計算コストの大幅な増加が懸念される。一方で完全等間隔直交格子と埋め込み境界法を組み合わせることで格子の再生成を必要としないセル属性の再定義だけで物体の運動を評価することができる。さらに、Euler-Euler 型解法のため混相流問題で着目される流体と物体の相互の影響（連成現象）を直接的に評価できる 2 way-coupling 手法や物体間の干渉（衝突など）も評価できる 4 way-coupling 手法として取り扱うことができる。

2.9.1 運動方程式

物体の運動は Newton の運動方程式を基に、

$$\frac{d(m_p \mathbf{u}_p)}{dt} = \int_S f dS + m_p \mathbf{g}, \quad (2.9.1)$$

$$\frac{dX_p}{dt} = \mathbf{u}_p, \quad (2.9.2)$$

$$I_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{T}, \quad (2.9.3)$$

$$\frac{d\theta_p}{dt} = \boldsymbol{\omega}_p, \quad (2.9.4)$$

で求める． m_p と I_p は物体の質量と慣性モーメントを示す． $\mathbf{u}_p = (u_p, v_p, w_p)$ と $X_p = (x_p, y_p, z_p)$ は物体の速度ベクトルと物体中心の位置， $\boldsymbol{\omega}_p = (\omega_{px}, \omega_{py}, \omega_{pz})$ と $\boldsymbol{\theta}_p = (\theta_{px}, \theta_{py}, \theta_{pz})$ は物体の角速度ベクトルと角度を示す． f と \mathbf{T} は外力（流体力）とトルクを示す． S は物体の表面積（流体セルとゴーストセルの界面の積）で \mathbf{g} は重力加速度を示す．この運動方程式を4段階のRunge-Kutta法を用いて物体の位置と速度を交互に解くことで物体運動を評価する．また自転の回転運動においては物体壁面速度に求めた角速度ベクトルを与えることで評価する．物体が動くことでレベルセット関数の分布が変化し，それに基づくセル属性が変化することで物体の移動を表現する．このセル属性が変化の際に非現実的な振動が生じるflesh cell現象が報告されている（Mittal et al. 2005 ; Mittal et al. 2008）が時間刻み幅や格子解像度の条件設定によって抑制できることから本解析においては特別な処置を施していない．ここで，物体セルには常に一様流の値が与えられる．

2.9.2 衝突運動

物体が運動することで物体同士（物体1，物体2）による衝突現象（図2.9.1）が生じる際は，

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \leq \sqrt{(r_1 + r_2)^2}, \quad (2.9.5)$$

の関係式が満たされるかで衝突判定を行う．ここで， r は球の半径を示す．衝突判定で衝突現象が生じると剛体球衝突モデルを用いて衝突後の速度ベクトル \mathbf{u}' を求める（Kosinski et al. 2009, 2010）．

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'_{p,1} &= \frac{m_{p,2}}{m_{p,1} + m_{p,2}}(1+e)[(\mathbf{u}_{p,2} - \mathbf{u}_{p,1}) \cdot \mathbf{c}]\mathbf{c} + \mathbf{u}_{p,1}, \\ \mathbf{u}'_{p,2} &= \frac{m_{p,1}}{m_{p,1} + m_{p,2}}(1+e)[(\mathbf{u}_{p,1} - \mathbf{u}_{p,2}) \cdot \mathbf{c}]\mathbf{c} + \mathbf{u}_{p,2}. \end{aligned} \quad (2.9.6)$$

ここで， e と c は反発係数（完全弾性衝突 $e = 1$ ）と標準化ベクトルである．また球（物体1）と平板（物体2）の衝突現象を扱う場合は，

$$\mathbf{u}'_p = (1+e)[(-\mathbf{u}_p) \cdot \mathbf{c}]\mathbf{c} + \mathbf{u}_p, \quad (2.9.7)$$

として球の衝突後の速度ベクトルを求める．本解析では物体間の衝突時間が流れ場の時間刻みに比べて十分小さいことから衝突時の物体回転の影響や発生する力の影響は小さいと仮定し，その影響は考慮しない．ここで，衝突現象のような物体がお互いに近い領域に存在し，イメージポイントの値を求める際に流体セルではなくゴーストセルの値を参照することがあり計算の不安定性をもたらすことがある．そのためゴーストセルを参照した際は，衝突時間

が短いと想定してゴーストセルの速度ベクトルと圧力の値を更新しないように処置を施す (Mizuno et al. 2018) .

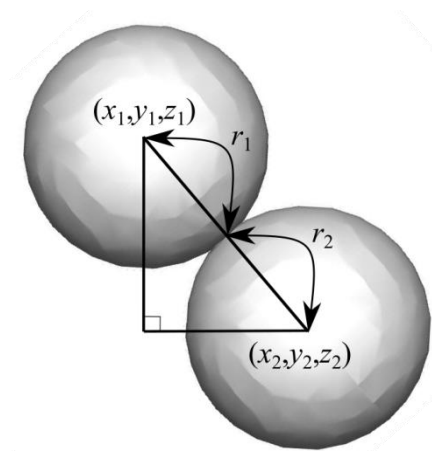


Figure 2.9.1 Collision detection of particles.

2.10 高速・並列計算

大規模な解析や高精度な解析を行う場合に実用レベルでの計算コストが求められるため、解析コードの高速化や並列化を施す必要性がある。さらに、各計算機システムに応じたチューニングを行うことで計算時間の削減が期待できる。

2.10.1 高速処理

高速処理には主にプログラムコードの実装とコンパイル処理で施される。プログラムコードの実装においては、用いる言語の特性を理解することである。例えば、2次元配列 $f(i, j)$ に対して繰り返し計算を行う際にメモリへのアクセス順序を考慮すると C 言語では配列の内側からアクセスするため外側 i 、内側 j が最適である。一方で Fortran 言語では配列の外側からアクセスするため外側 j 、内側 i が最適となる。またコンパイル処理では各コンパイラが自動的に最適化した状態でコンパイル処理を施すことである。

2.10.2 並列処理

並列処理計算には大きく分けて2種類ある。1つ目は OpenMP である。これはプロセス間のメモリ通信を行わずに1つのプロセス内で並列処理を行うスレッド並列である。一般的に各繰り返し計算に対して処理が行われる。例えば、4並列(4コア利用)で1番から100番ま

での繰り返し計算を処理する場合、コア 1 で 1 番から 25 番、2 で 26 番から 50 番、3 で 51 番から 75 番、4 で 76 番から 100 番を処理することで理論上では単コア計算に比べて 4 倍の速度向上が期待できる。2 つ目は Message Passing Interface (MPI) である。これはプロセス間でメモリ通信を行い各プロセスが独立して計算を行うプロセス並列である。一般的に計算領域を分割して各領域を分けて並列計算処理が行われる。例えば、2 並列 (2 プロセス利用) で領域を 1 から 100 を処理する場合、プロセス 1 で 1 から 50 の領域、2 で 51 から 100 の領域を計算する。各プロセスはお互いの処理した情報は認識することができないためメモリ通信処理を行うことで情報交換し認識する。この情報交換する領域をオーバーラップ領域と呼び境界条件のように扱われる。例えば高次精度化 (MUSCL 法, 高次精度差分式) やイメージポイントによって境界近傍を計算する際にこのオーバーラップ領域の値が必要となる。例えば、プロセス 1 で 51 から 53 の情報が必要な場合はプロセス 2 の 51 から 53 に該当するためその情報を受け取る処理を行う。この送受信は MPI_ISEND 関数と MPI_Irecv 関数で処理され、オーバーラップ領域は 3 点分定義する。さらに情報交換されるデータは保存変数 (3 次元の場合は 5 つ) を扱う。また、各プロセス処理の処理速度の差が生じるため通信処理を行う場合などには MPI_WAITALL 関数を用いる。さらに、合算値や平均値、最大・最小値などを算出する際は MPI_ALLREDUCE 関数を用いる。

2.10.3 ベクトル化

ベクトルシステムの計算機を用いる場合はベクトル化処理をコードに施すことでシステム性能を活かした計算処理が可能となる。ベクトルシステムは一般的なスカラーシステムに比べてメモリのバンド幅が大きくメモリの効率化が図られており、大量の情報に対して同様な処理を行う際に適している。そのため、3 重ループ (3 次元配列の繰り返し計算) を 1 重ループとして処理することでバンド幅の拡張化や条件分岐文 (場合分け処理) を演算子の形に置き換えて処理することで常に同様な処理となるようにベクトル化を施す。

2.11 構造解析

構造解析では有限要素法を用いて離散化を行うことで、構造物を離散的な要素の集合体として取り扱う。上記の流体解析の有限体積法や有限差分法とは異なり、各要素について剛体方程式が独立に求められ、構造物全体 (全要素) で各条件が満たされるように加え合わせることで構造物の剛性方程式として定義する。ここで、弾塑性体解析における支配方程式を動的な剛性方程式 (久田ら 1997 ; Bathe 1982 ; Smith et al 2014 ; Zienkiewicz et al. 2014) として、

$$[M]\{\ddot{u}\} = \{F\} - [K_g]\{u\} - [C]\{\dot{u}\}. \quad (2.11.1)$$

として定義する．ここで $[M]$, $[K_g]$, $[C]$ は集中質量マトリクス, 全体剛性マトリクス, 集中減衰マトリクスである．さらに $\{F\}$ と $\{u\}$ は節点外力速度ベクトルと変位速度ベクトルである．時間積分は非線形性の強い衝突問題を扱うことから Euler 陽解法を用いて動的に解く．この時の時間刻み幅 Δt_s は,

$$\Delta t_s = c_s \Delta x_{\min,s} \sqrt{\frac{\rho_s}{E_s}}, \quad (2.11.2)$$

ら求める．ここで, $\Delta x_{\min,s}$, ρ_s と E_s は最小計算要素幅, 構造物の密度と構造物の Young 率値を示す．また CFL 条件を満たすように係数 c_s を 0.07 とした．また, 2次精度中心差分法を用いて変位ベクトルを解く．

2.11.1 材料構成式

材料構成式は Prandtl-Reuss の式 (冨田 1995) が満たされるように定義する．これは弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^e$ を Hooke 則から,

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{xx}^e &= \frac{1}{E} \{ \dot{\sigma}_{xx} - \nu(\dot{\sigma}_{yy} + \dot{\sigma}_{zz}) \}, \\ \dot{\epsilon}_{yy}^e &= \frac{1}{E} \{ \dot{\sigma}_{yy} - \nu(\dot{\sigma}_{zz} + \dot{\sigma}_{xx}) \}, \\ \dot{\epsilon}_{zz}^e &= \frac{1}{E} \{ \dot{\sigma}_{zz} - \nu(\dot{\sigma}_{xx} + \dot{\sigma}_{yy}) \}, \\ \dot{\epsilon}_{xy}^e &= \frac{1}{2} \frac{\dot{\sigma}_{xy}}{G}, \\ \dot{\epsilon}_{yz}^e &= \frac{1}{2} \frac{\dot{\sigma}_{yz}}{G}, \\ \dot{\epsilon}_{zx}^e &= \frac{1}{2} \frac{\dot{\sigma}_{zx}}{G}, \end{aligned} \quad (2.11.3)$$

として導出されて, 塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^p$ を Mises の降伏条件から導出される式である．ここで ν , E , G は Poisson 比, Young 率, 弾性係数である．このとき全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は,

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p, \quad (2.11.4)$$

として示すことができるため, 速度勾配テンソル D は,

$$D = D^e + D^p, \quad (2.11.5)$$

として表すことができるため, 要素剛性マトリクス $[K_e]$ は,

$$[K_e] = [B]^T ([D^e] + [D^p]) [B], \quad (2.11.6)$$

と示される．ここで $[B]$ は B マトリクスである． $[D^e]$ と $[D^p]$ はそれぞれ弾性項マトリクスと塑性項マトリクスであり,

$$[D^e] = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}, \quad (2.11.7)$$

$$[D^p] = \frac{9G^2}{(H' + 3G)\bar{\sigma}^2} \begin{bmatrix} S_{xx}^2 & S_{yy}S_{xx} & S_{zz}S_{xx} & S_{xx}\tau_{xy} & S_{xx}\tau_{yz} & S_{xx}\tau_{zx} \\ S_{xx}S_{yy} & S_{yy}^2 & S_{zz}S_{yy} & S_{yy}\tau_{xy} & S_{yy}\tau_{yz} & S_{yy}\tau_{zx} \\ S_{xx}S_{zz} & S_{yy}S_{zz} & S_{zz}^2 & S_{zz}\tau_{xy} & S_{zz}\tau_{yz} & S_{zz}\tau_{zx} \\ S_{xx}\tau_{xy} & S_{yy}\tau_{xy} & S_{zz}\tau_{xy} & \tau_{xy}^2 & \tau_{xy}\tau_{yz} & \tau_{xy}\tau_{zx} \\ S_{xx}\tau_{yz} & S_{yy}\tau_{yz} & S_{zz}\tau_{yz} & \tau_{yz}\tau_{xy} & \tau_{yz}^2 & \tau_{yz}\tau_{zx} \\ S_{xx}\tau_{zx} & S_{yy}\tau_{zx} & S_{zz}\tau_{zx} & \tau_{zx}\tau_{xy} & \tau_{zx}\tau_{yz} & \tau_{zx}^2 \end{bmatrix}, \quad (2.11.8)$$

からそれぞれ求める. S と τ は各偏差応力とせん断応力成分を示す. H' は降伏応力曲線の傾きであり,

$$H' = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}^p}, \quad (2.11.9)$$

から求まる. $\bar{\epsilon}^p$ は相当塑性ひずみであり, $\bar{\sigma}$ は相当応力であり,

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right\}^{1/2}, \quad (2.11.10)$$

から求まる. また相当塑性ひずみ速度は,

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \frac{3G}{(H' + 3G)} (S_{xx}\dot{\epsilon}_x + S_{yy}\dot{\epsilon}_y + S_{zz}\dot{\epsilon}_z + \tau_{xy}\dot{\gamma}_{xy} + \tau_{yz}\dot{\gamma}_{yz} + \tau_{zx}\dot{\gamma}_{zx}), \quad (2.11.11)$$

の関係式から求まる. ここで, $\dot{\gamma}$ はせん断ひずみ速度成分を示す. 構造物が降伏していない状態では $[D^e]$ のみで剛性マトリクスを計算し, 降伏した場合は $[D^p]$ を加えて計算が行われる.

この降伏判定は Prandtl-Reuss の式を用いることから Mises の降伏条件として,

$$f(\sigma'_{ij}, \bar{\epsilon}^p) \equiv g(\sigma'_{ij}) - \bar{\sigma}(\bar{\epsilon}^p) \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - H(\bar{\epsilon}^p) = 0, \quad (2.11.12)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\delta_{ij} \sigma_{kk}}{3}, \quad (2.11.13)$$

を用いる. ここで, σ'_{ij} は偏差応力を示す.

2.11.2 構造要素

構造要素には3次元直方体要素として20節点2次6面体要素を用いる。ここで変位型有限要素法において、ある点における変位は要素を構成する各節点の変位から補間される。要素内の任意の点 $P(x, y, z)$ における変位 $u(x, y, z)$ は、

$$u(x, y, z) = \{N^1(x, y, z), N^2(x, y, z), \dots, N^{20}(x, y, z)\} \{u^1(x, y, z), u^2(x, y, z), \dots, u^{20}(x, y, z)\}^T, \quad (2.11.14)$$

である。ここで N は形状関数を示す。さらに、要素内の任意の位置についても、

$$x = \{N^1, N^2, \dots, N^{20}\} \{x^1, x^2, \dots, x^{20}\}^T, \quad (2.11.15)$$

として表すことができるとする。このような要素をアイソパラメトリック要素という。このような条件では、変形に伴い形状関数も変化する。そのため、物理空間における節点位置の線形写像を計算空間でとり、その位置に伴い形状関数も同様に定義すると、

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{Bmatrix} &= \frac{1}{\det \mathbf{J}} \mathbf{J}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial n_1} \\ \frac{\partial N}{\partial n_2} \\ \frac{\partial N}{\partial n_3} \end{Bmatrix}, \\ \mathbf{J} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial n_1} & \frac{\partial y}{\partial n_1} & \frac{\partial z}{\partial n_1} \\ \frac{\partial x}{\partial n_2} & \frac{\partial y}{\partial n_2} & \frac{\partial z}{\partial n_2} \\ \frac{\partial x}{\partial n_3} & \frac{\partial y}{\partial n_3} & \frac{\partial z}{\partial n_3} \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.11.16)$$

の関係が成り立つ。ここで、 $\mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3)$ は各計算空間における位置ベクトルを示す。ここで計算空間におけるある要素における各節点番号の定義を図 2.11.1 に示す。

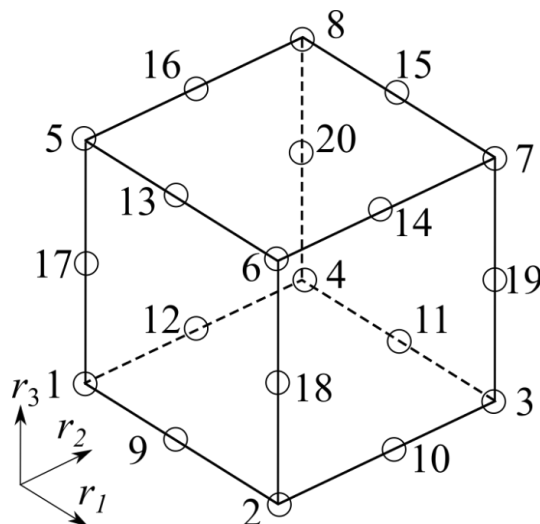


Figure 2.11.1 Nodal number in generalized coordinate system.

さらに、各節点の形状関数は、

$$\begin{aligned}
N_1 &= -\frac{1}{8}(1-r_1)(1-r_2)(1-r_3)(2+r_1+r_2+r_3), \\
N_2 &= -\frac{1}{8}(1+r_1)(1-r_2)(1-r_3)(2-r_1+r_2+r_3), \\
N_3 &= -\frac{1}{8}(1+r_1)(1+r_2)(1-r_3)(2-r_1-r_2+r_3), \\
N_4 &= -\frac{1}{8}(1-r_1)(1+r_2)(1-r_3)(2+r_1-r_2+r_3), \\
N_5 &= -\frac{1}{8}(1-r_1)(1-r_2)(1+r_3)(2+r_1+r_2-r_3), \\
N_6 &= -\frac{1}{8}(1+r_1)(1-r_2)(1+r_3)(2-r_1+r_2-r_3), \\
N_7 &= -\frac{1}{8}(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)(2-r_1-r_2-r_3), \\
N_8 &= -\frac{1}{8}(1-r_1)(1+r_2)(1+r_3)(2+r_1-r_2-r_3), \\
N_9 &= \frac{1}{4}(1-r_1^2)(1-r_2)(1-r_3), \\
N_{10} &= \frac{1}{4}(1+r_1)(1-r_2^2)(1-r_3), \\
N_{11} &= \frac{1}{4}(1-r_1^2)(1+r_2)(1-r_3), \\
N_{12} &= \frac{1}{4}(1-r_1)(1-r_2^2)(1-r_3), \\
N_{13} &= \frac{1}{4}(1-r_1^2)(1-r_2)(1+r_3), \\
N_{14} &= \frac{1}{4}(1+r_1)(1+r_2^2)(1+r_3), \\
N_{15} &= \frac{1}{4}(1-r_1^2)(1+r_2)(1+r_3), \\
N_{16} &= \frac{1}{4}(1-r_1)(1-r_2^2)(1+r_3), \\
N_{17} &= \frac{1}{4}(1-r_1)(1-r_2)(1-r_3^2), \\
N_{18} &= \frac{1}{4}(1+r_1)(1-r_2)(1-r_3^2), \\
N_{19} &= \frac{1}{4}(1+r_1)(1+r_2)(1-r_3^2), \\
N_{20} &= \frac{1}{4}(1-r_1)(1+r_2)(1-r_3^2),
\end{aligned} \tag{2.11.17}$$

として与えられる.

2.11.3 接触モデル

接触モデルは一般的に剛体球同士の衝突現象をモデル化した Hertz モデルが用いられる。ここで剛体球が平面形状の構造物と衝突した場合 (図 2.11.2), Hertz モデルで扱う片方の球の直径を無限大とすると構造物に加わる接触応力の分布 $p(y)$ は, 最大接触応力値 p_{\max} と接触半径 c から,

$$\begin{aligned} p(y) &= p_{\max} \sqrt{1 - \frac{y^2}{c^2}}, \\ p_{\max} &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{P}{b} \frac{E}{R(1-\nu^2)}}, \\ c &= \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{P}{b} \frac{R(1-\nu^2)}{E}}, \end{aligned} \quad (2.11.19)$$

として求められる。ここで, b は奥行幅である。このモデルを有限要素解析に適用すると各要素内で応力分布が存在しないなどの問題点がある。

そのため, 本解析では本研究で解開発した強制変位を利用した接触表面接線方向の力のつり合いを解かない簡易的な剛体接触モデル (rigid contact model: RCM) を用いる。図 2.11.3 に示すような半径 R の球が z 軸方向に t^n から t^{n+1} で移動し構造物と衝突する際を考える。構造物表面上の節点 $P(x_p, y_p, z_p)$ から球中心までの距離 R_p は,

$$R_p = \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}, \quad (2.11.20)$$

と求まる。ここで, 球が剛体とすると $R_p \geq R$ を満たす必要がある。仮に $R > R_p$ の任意の節点位置は,

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (2.11.21)$$

の関係となる。この時 1 ステップでの移動量が球の半径に比べて十分に小さいとすると, 水平方向の移動量は無視しうる。そのため, 鉛直方向のみ補正すると,

$$R = \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z^2}, \quad (2.11.21)$$

として表せる。よって,

$$z = \sqrt{R^2 - R_p^2 + z_p}, \quad (2.11.22)$$

として鉛直方向における位置の修正位置を定義することができる。

この衝突時の物体の運動を運動方程式で解くことで各ステップの応力分布を基に変位を評価できる。また, 計算の過程が Hertz モデルに比べて簡易的であるため実装の容易さや計算コストの削減にもつながる。

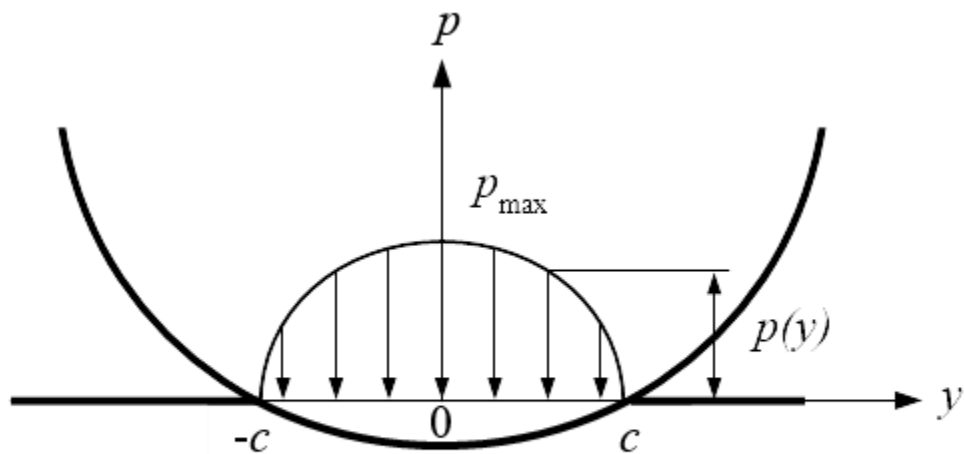


Figure 2.11.2 Hertz model.

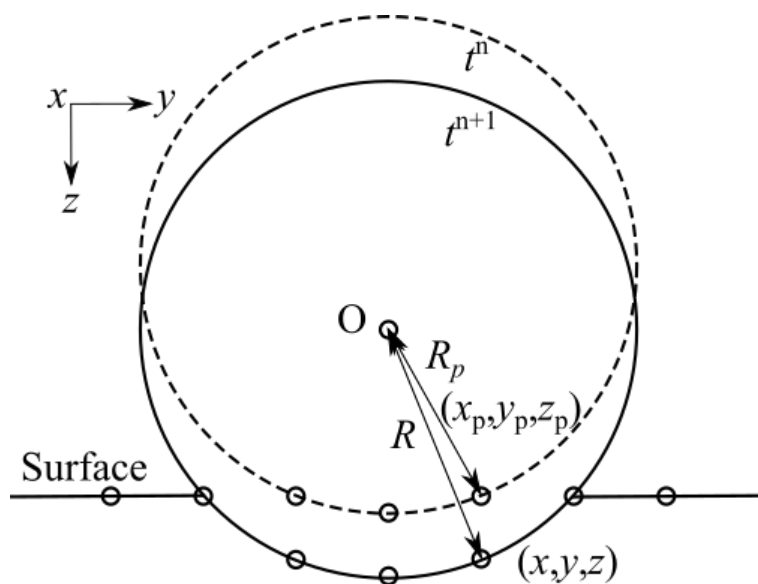


Figure 2.11.3 Contact model.

2.12 連成解析手法

連成手法には同一の連立方程式として解く強連成法と異なる方程式を用いて情報のやり取りを行う弱連成法の2つがある。前者は方程式の複雑化や解析の制約が厳しくなることがあり、多くの場合で後者が選択される。以下に弱連成解析の手法について説明する。

2.12.1 流体-物体運動連成

物体の運動を伴う場合は、運動方程式に外力項として流体力を与えることで物体の運動挙動を評価し、一方で物体が運動したことにより流れ場に変化が生じることで相互に干渉し合うように連成する。また埋め込み境界法を用いることで同じ計算（格子）空間で評価することができる。

2.12.2 流体-構造連成

流体と構造間の連成は、流体力が構造物に与えられ、構造物の形状変化が流体場に変化を与えることになる。異なる計算（格子）空間でそれぞれの方程式を解くことになるが情報交換のための接点の定義が必要となる。図 2.12.1 に流体解析における格子と構造解析における要素、情報交換のためのポリゴンメッシュの関係を表す。流体解析で格子幅 Δx_f の格子を用いた場合、構造解析では初期要素幅 $\Delta x_s = 2\Delta x_f$ として定義される。流体と接する各表面要素の角の節点と同じ物理空間座標上にポリゴンメッシュの節点を定義する。このポリゴンメッシュの節点の物理空間座標の位置を流体解析で読み込み、物体の形状を認識してレベルセット関数を定義する。一方で、流体力などはこの節点に対応する位置の要素ならびに節点に与えられる。この格子幅と要素幅の関係は要素内の節点において辺の midpoint で定義されるためであることと、流体解析に比べて構造解析では要素の解像度が不足していても現象を捉えられるため、流体解析の格子の解像度に依存する形で定義した。

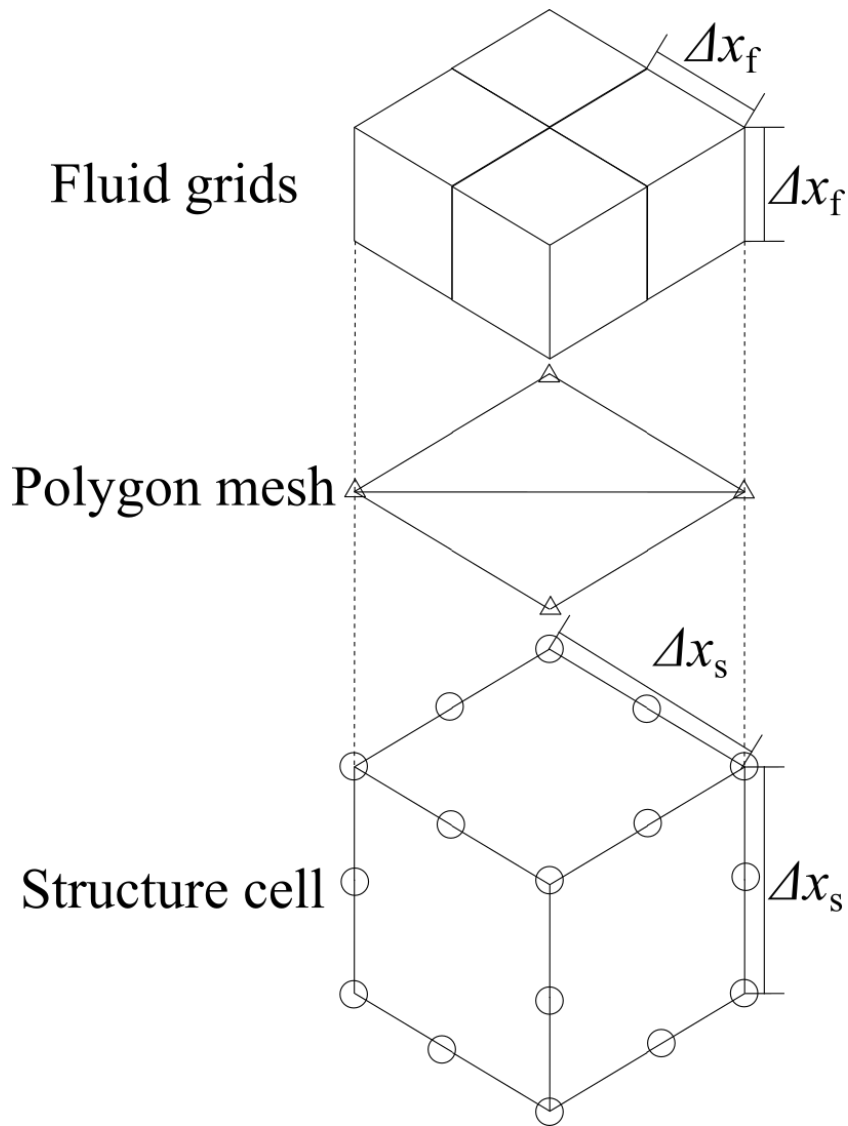


Figure 2.12.1 Fluid grids, polygon meshes and structure mesh.

2.12.3 物体運動-構造連成

物体運動と構造間の連成は、物体が衝突した際の衝突位置と衝突速度を構造解析に与えて、それを基に構造物の形状変形を求める。構造解析で求めた反力から物体の跳ね返り速度を求めて物体速度を再定義する。

2.12.4 連成時の時間刻みの関係性

1 ステップあたりの物体の移動量は流体の格子幅 Δx_f よりも小さいとして流体と同じ時間刻みで運動するように評価する。物体と構造物の衝突時間 Δt_i として評価されるとすると1ステップあたりの流体と構造解析の時間刻み Δt_f と Δt_s の関係は、

$$\Delta t_s < \Delta t_i \leq \Delta t_f, \quad (2.12.1)$$

となる。これは、対象とする構造物が金属の材料特性を有することから物性値としての密度が高く構造物内部で伝わる音速が大きいためである。そのため、物体と構造物の衝突を伴う連成解析では、流体解析を開始後、物体が構造物と衝突すると流体解析が一時的に停止して、そのステップにおける Δt_f より小さい Δt_s かつ衝突現象を解像できる計算ステップを求めて構造解析を開始する。衝突時の条件によって、流体 1 ステップに対して構造解析は 100–10000 ステップで計算を行うことになる。衝突現象が終了すると構造解析が終了し、流体解析が再開される。

第3章 圧縮性固気混相流の数値解析結果

3. 圧縮性固気混相流の数値解析結果

3.1 序

本章では, 圧縮性流体における固気混相流解析の固気混相流解析の結果についてまとめる. 始めに単体の静止する微粒子周り流れの解析から計算条件の検証を行う. 比較対象として既存の圧縮性流体中の球の抵抗係数モデルと境界適合格子 (BFC) を用いた高解像度解析結果, 既存の埋め込み境界法の解析結果を用いる. 次に複数の静止する微粒子周り流れの解析結果を既存の埋め込み境界法の解析条件で比較検証した後, 本研究で対象とする流れ場を解析し現象把握を行う. 最後に衝撃波が通過することで微粒子が運動する流れ場の解析を行い, 微粒子の運動の影響や特性把握を行う.

3.2.1 単体静止微粒子解析

本解析で用いる圧縮性流体解析コードと計算条件の検証のために単体の微粒子周り流れの解析を行った. 一様流を亜音速から超音速までの領域で変化させた際の現象を捉えられているかを検証した.

3.2.1.1 解析条件

本解析では, 音速を $a = 1$, 代表長さを微粒子の直径 $D = 1$ として値は全て無次元化して取り扱う. 一様流速度は Mach 数で $Ma = 0.3, 0.8, 0.95$ と 1.2 とする (表 3.2.1.1). Reynolds 数は $Re = 300$ とする. 格子幅は $0.01D$ とする. 計算領域の概略図を図 3.2.1.1 に示す. ここで, 計算領域は図 3.2.1.1 (a) ように立方体として x 軸の負から正方向に向かって一様流を与える. また, 図 3.2.2.1 (b) のように, 微粒子は完全等間隔直交格子の領域 $5D \times 5D \times 5D$ 内に配置されており, その各軸方向の外側に不等間隔格子の領域が定義される. ここで, 計算格子は $580 \times 580 \times 580$ 点 (等間隔: $500 \times 500 \times 500$ 点, 不等間隔 $80 \times 80 \times 80$ 点) の計 195,112,000 で定義される. また不等間隔格子の伸張比は $1.1\Delta x$ とする. 微粒子の中心位置は $(x, y, z) = (1.25D, 1.25D, 1.25D)$ とする. 外部境界条件は $-x$ 面で Dirichlet 条件, その他の面で Neumann 条件を与える.

計算機は東北大学, 流体科学研究所の AFL-NITY を用いて行った. ノード数 8, 並列数 160 のハイブリット並列 (MPI+OpenMP) で解析を行う. 分割数は各軸方向に 2 分割とした.

これまでに圧縮性の効果を考慮して構築された以下の式で示される球の抵抗モデル (Carlson et al. 1964 ; Henderson 1976) を比較対象として用いた.

$$C_D = C_{D0} \left(\frac{\left\{ 1 + \exp \left[- \left(\frac{0.427}{M^{4.63}} \right) - \left(\frac{3.0}{Re^{0.88}} \right) \right] \right\}}{1 + \frac{M}{Re} \left[3.82 + 1.28 \left(- \frac{1.25 Re}{M} \right) \right]} \right), \quad (3.2.1.1)$$

$$C_{D0} = \begin{cases} \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) & Re \leq 1000 \\ 0.43 & Re > 1000 \end{cases}$$

$$C_D(M, Re) = \begin{cases} \frac{0.9 + \frac{0.34}{M^2} + 1.86 \left(\frac{M}{Re} \right)^{\frac{1}{2}} \left[2 + \frac{2}{M^2 \gamma/2} + \frac{1.058}{M \sqrt{\gamma/2}} \right] \left(\frac{T_p}{T_g} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{M^4 \gamma^2/4}}{1 + 1.86 \left(\frac{M}{Re} \right)^{\frac{1}{2}}} & M \geq 1.75 \\ \left[24 \left[Re + M \sqrt{\gamma/2} \left\{ 4.33 \frac{\left(\frac{3.65 - 1.53 \frac{T_p}{T_g}}{1 + 0.353 \frac{T_p}{T_g}} \right) \exp \left(-0.247 \frac{Re}{M \sqrt{\gamma/2}} \right)} \right\} \right]^{-1} \right. \\ \left. + \exp \left(- \frac{0.5M}{\sqrt{Re}} \right) \left[\frac{4.5 + 0.38(0.03Re + 0.48\sqrt{Re})}{1 + 0.03Re + 0.48\sqrt{Re}} + 0.1M^2 + 0.2M^8 \right] \right. \\ \left. + 0.6M \sqrt{\gamma/2} \left[1 - \exp \left(- \frac{M}{Re} \right) \right] \right] & M \leq 1 \\ C_D(1, Re) + \frac{3}{4} (M - 1) [C_D(1.75, Re) - C_D(1, Re)] & 1 < M < 1.75 \end{cases} \quad (3.2.1.2)$$

Table 3.2.1.1 Test cases

Mach number	Case
0.30	Ma030
0.80	Ma080
0.95	Ma095
1.2	Ma120

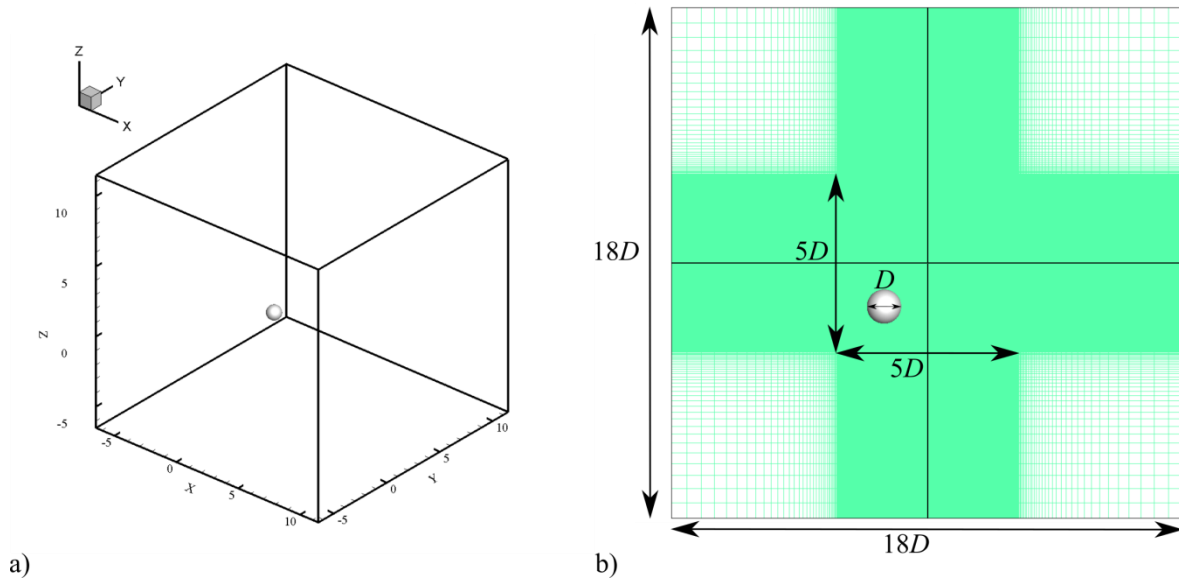


Figure 3.2.1.1 Computational domain; a) three-dimensional, b) cross section with grids.

3.2.1.2 解析結果

図 3.2.1.2 に圧力係数の時間平均場の断面分布を示す。Ma030 と Ma080 では後流の分布が非対称的な分布を示す。これは物体が球形状で亜音速領域から遷音速領域における Reynolds 数 300 の後流で形成される渦構造は非対称性をもつヘアピン渦となるためである。一方で Ma095 では後流で対称的な分布を示す。また Ma120 では前方に離脱衝撃波が形成される。この離脱衝撃波は超音速以上の領域で鈍頭物体まわりの流れ場で生じる現象の 1 つであり、一般的に圧力や温度の値が大きくなる。ここで、Ma095 の分布は前方の領域は Ma080、後方の領域は Ma120 の分布の特徴を示す。これは流れ場が遷音速から超音速の領域に切り替わる点であることからその両方の特徴を示したと考えられる。これらの傾向は参考にした BFC の解析結果 (Nagata et al. 2016) の傾向と一致していることから、本解析では流れ場の特徴を十分に捉えられていると考えられる。

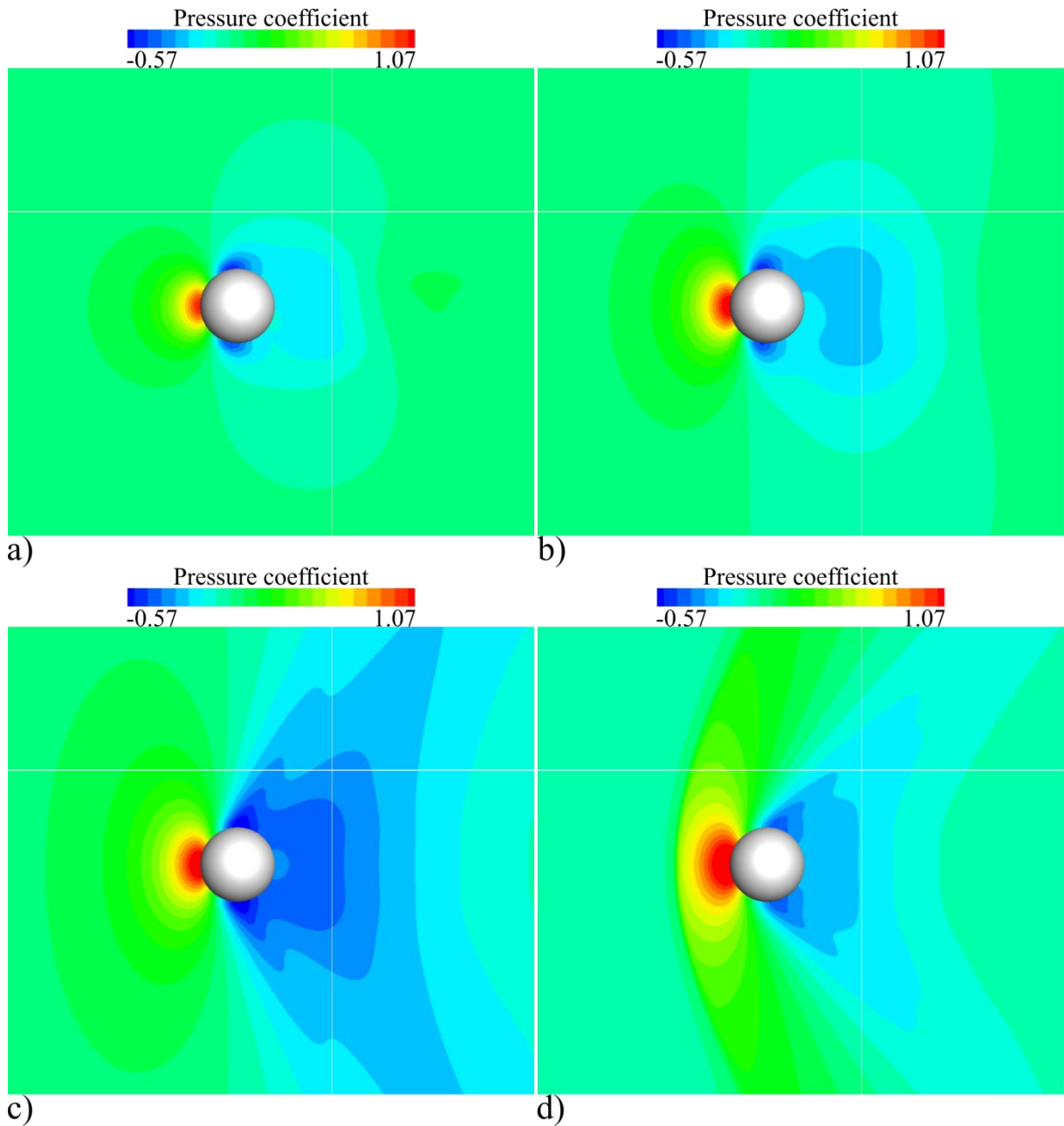


Figure 3.2.1.2 Pressure coefficient time-averaged distributions; a) Ma030, b) Ma080, c) Ma095, d) Ma120.

図 3.2.1.3 に時間平均場における表面圧力係数の分布を示す。ここで、横軸 θ [degree] はよどみ点を $\theta = 0^\circ$ とする角度を示す。非圧縮性流体のよどみ点 ($\theta = 0^\circ$) では $C_p = 1$ を示すが本解析では $C_p > 1$ の値を示す。これは Mach 数が大きいケース程値が大きいことから圧縮性の効果が大きいケースで生じていると言える。Ma030 と M080 では図 3.2.1.2 の流れ場の分布のようによどみ点の値の差異はあるものの傾向は同じである。一方で M095 では $\theta = 70^\circ$ 付近までは Ma030 や M080 と同じ傾向を示すが後流にかけては Ma120 に近い傾向を示す。このこと

から、遷音速から超音速領域に変化する場合、よどみ点付近の値が上昇し、 $\theta = 70^\circ$ 付近での最小値を示す位置が後方に移動すると考えられる。また、Ma120 では全体の傾向が他のケースとは異なることから、離脱衝撃波の影響が現れていることが考えられる。

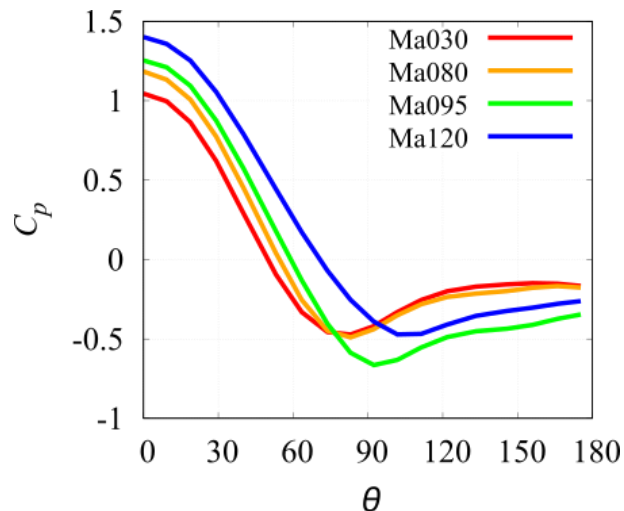
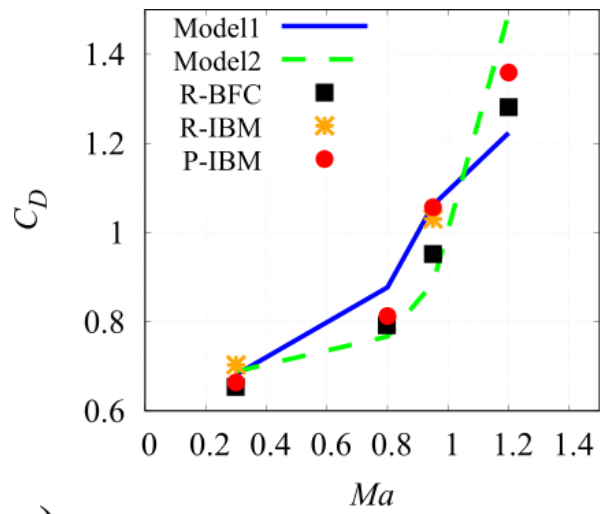
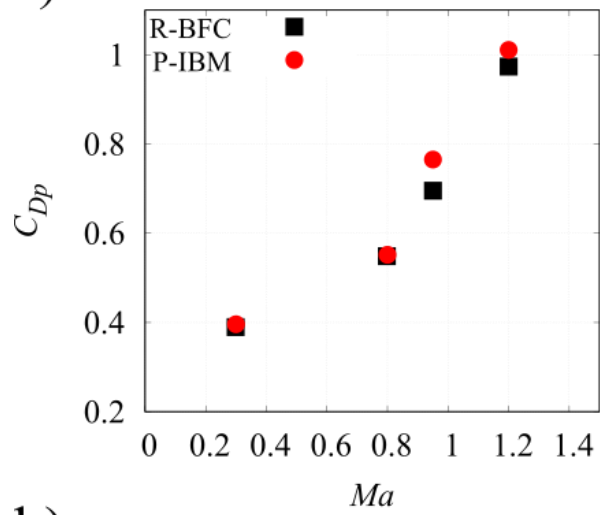


Figure 3.2.1.3 Pressure coefficient distributions, where θ [degree] is angle.

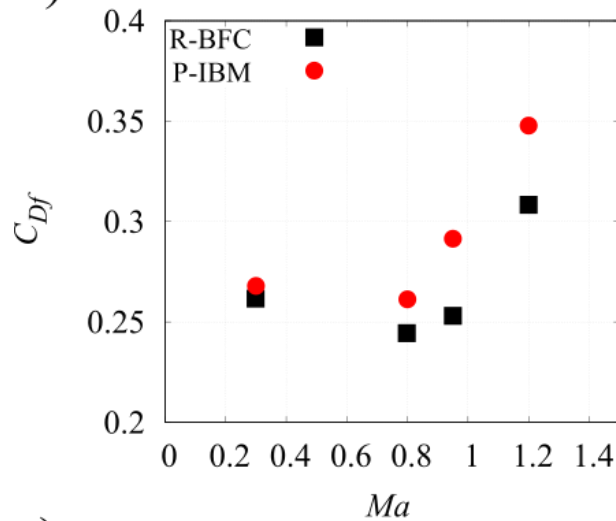
図 3.2.1.4 に時間平均と RMS (root mean square) で計算した微粒子に働く抗力係数と Mach 数の関係を示す。ここで参考値として既存の抵抗モデル (Carlson et al. 1964; Henderson 1976) と境界適合格子 (BFC) を用いた解析結果 (Nagata et al. 2016)、既存の埋め込み境界法を用いた解析結果 (Riahi et al. 2018) を示す。圧力抗力係数 C_{Dp} は Mach 数の増加とともに大きくなる傾向を示す。一方で摩擦抗力係数 C_{Df} は $Ma = 0.3$ から $Ma = 0.8$ で減少し、 $Ma = 0.95$ 以降で増加する傾向を示す。これらは図 3.2.1.3 の表面圧力係数分布の変化から剥離点位置が変化するためであると考えられる。球形状の場合は圧力抗力係数の値が支配的であるため全体の抗力係数 C_D は圧力抗力係数と同様な傾向を示す。BFC と比較すると全体で過大評価する傾向を示した。特に圧縮性の効果が現れてくる Ma095 と Ma120 と摩擦抗力係数における差異が大きい。これは格子解像度が BFC に比べて十分ではないと考えられ、前者は衝撃波面のような不連続面の解像が十分にできていないためであり、後者は境界層の解像度が十分でないことが考えられる。また、既存の抵抗モデルにおいても各条件で解析結果と異なることができる。特に亜音速の条件では解析結果と既存モデルの差は小さいが、Mach 数が増加するとその差は大きくなる。これは、既存モデルは非圧縮性流体の理論からの拡張や経験則を基に構築されているためである。ただし、本研究の目的は複数微粒子まわり流れにおける現象把握のため、ここでは全体の抗力係数値に着目すると BFC との誤差は数%以内であるため現象の特徴を捉える計算条件であると考えられる。



a)



b)



c)

Figure 3.2.1.4 Drag coefficient; a) total, b) pressure, c) friction. Model1: Carlson and Hoglund, Model2: Henderson, R-BFC: Nagata, R-IBM: Riahi, P-IBM: present.

3.2.2 まとめ

圧縮性流体解析コードと計算条件の検証のために単体の静止する微粒子周り流れを解析した。亜音速から遷音速流では微粒子の後流で非定常な渦構造を確認し、超音速流では離脱衝撃波を捉えることを確認し既存の解析結果と同様な傾向を捉えることを確認した。流体力においては既存の数値解析結果と同様な傾向と既存の解析結果との誤差も数%以下であり、流れ場の特徴を解像できる解析条件であることを確認した。

3.3.1 複数静止微粒子検証解析

静止する複数微粒子周り流れの解析を行う前に検証として既存の埋め込み境界法を用いた解析結果と比較を行う。計算格子や領域の条件は3.2と同様のもを用いる。一様流中の2つの微粒子が隣り合うよう (side by side) な位置関係にある条件で解析を行った。

3.3.1.1 解析条件

本解析では、音速を $a = 1$ 、代表長さを微粒子の直径 $D = 1$ として値は全て無次元化して取り扱う。一様流速度は Mach で $Ma = 0.2$ とする。Reynolds 数は $Re = 100$ とする。図 3.3.1.1 に計算領域の概略図と2つの微粒子を示す。微粒子の中心位置は1つ目(P01)を $(x, y, z) = (1.25D, 1.25D, 1.75D)$ と2つ目(P02)を $(x, y, z) = (1.25D, 1.25D, 3.25D)$ とし、微粒子の中心位置から $1.5D$ の距離で隣り合う (図 3.3.1.1 (b))。その他の格子幅や計算領域の条件は単体の条件と同じとする。

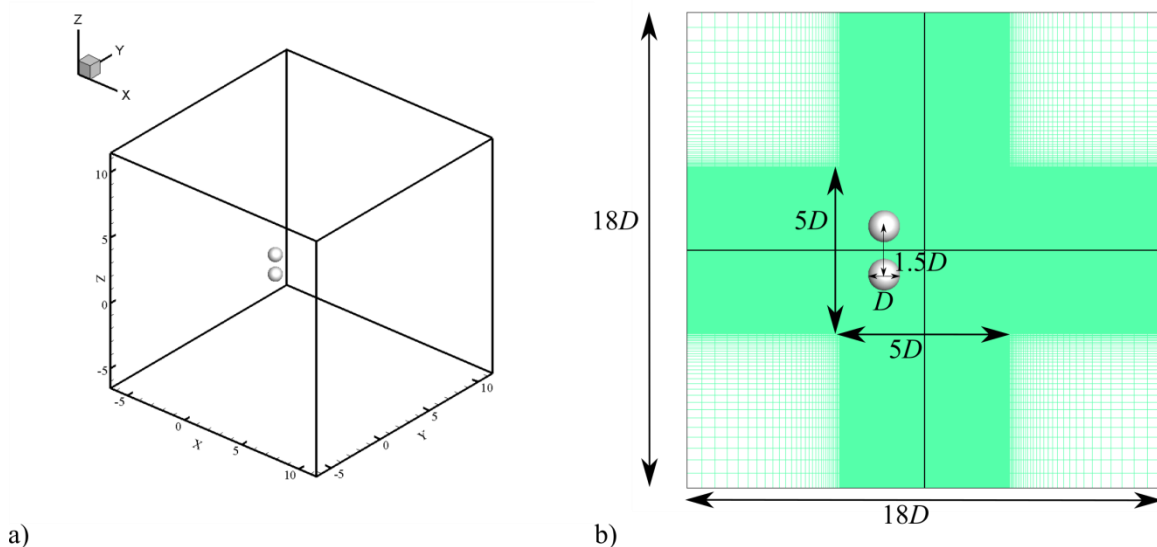


Figure 3.3.1.1 Computational domain; a) three-dimensional, b) cross section with grids.

3.3.1.2 解析結果

図 3.3.1.2 に圧力係数と Mach 数の時間平均場の断面分布を示す. 図 3.3.1.2 (a)ではよどみ点近傍の圧力係数が大きい領域で粒子間の流れの影響を受けて非対称な分布を示す. また, 微粒子の側面の圧力係数が小さい領域では粒子間側と一様流側で分布の形状が異なり, 粒子間側では双方で形成した分布が干渉していることがわかる. また図 3.3.1.2 (b)ではよどみ点近傍と後流で低速度の領域を形成し, 流体間の領域では速度が一様流よりも大きくなる分布を示す. これは粒子間で断面積が小さくなったことで亜音速流の流れが加速して後流に流れたと考えられる. さらに, 後流における分布はその加速された流れの影響を受けて分布を示す.

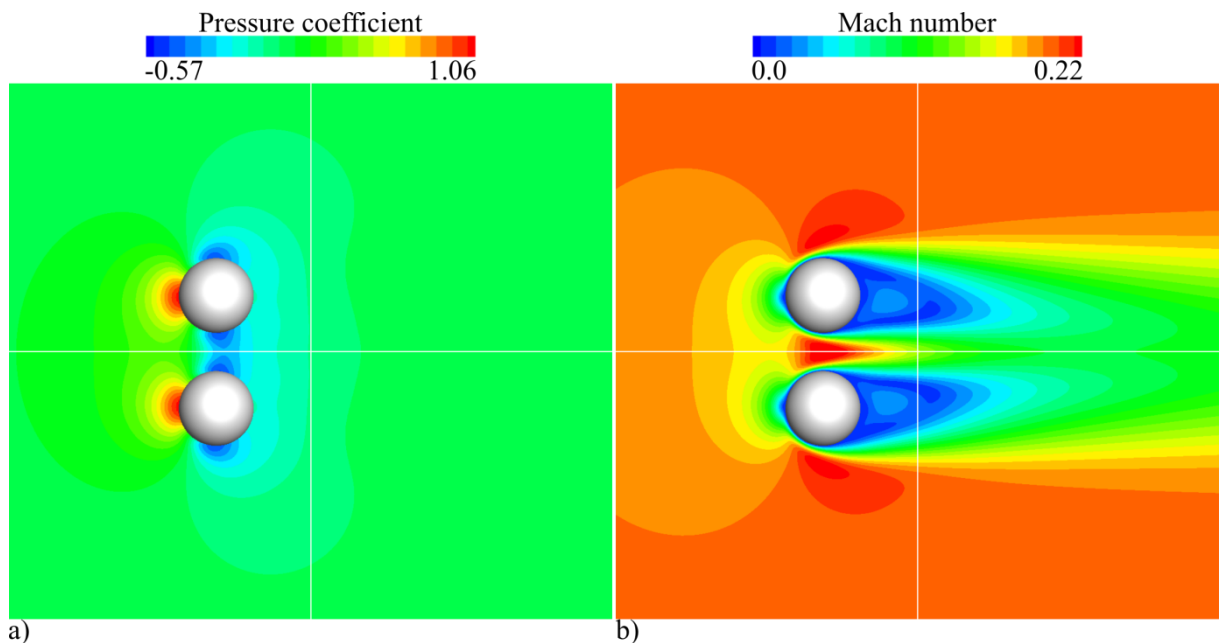


Figure 3.3.1.2 Pressure coefficient and Mach number time-averaged distributions; a) pressure coefficient, b) Mach number.

図 3.3.1.3 に時間平均場における表面圧力係数の分布を示す. ここで, 図 3.3.1.4 に示すように横軸 θ [degree]はよどみ点を $\theta = 0^\circ$ とする角度を示す. また実線で参考値 (R01 と R02) (Muralidharan et al. 2016), 点線で本解析 (P01 と P02) の結果をそれぞれ示す. 本解析結果は図 3.3.1.4 に赤色と青色の線で示すように各微粒子の線上の値で評価する. 本解析結果は非常に良く一致した値と同様な傾向を捉えていることがわかる. よどみ点では双方の微粒子ともに同じ値を示すがそこから $\theta = 90^\circ$ 付近までは P02 が P01 に比べて大きく, その後 $\theta = 120^\circ$ 付近までは P01 が P02 に比べて大きい値を示す. これは P01 と P02 では一様流側と粒子側の異なる位置で圧力係数を評価しているためであり, 流れ場の可視化図 3.3.1.2 での微粒子間の

流速が加速されていることや流れ場を介して微粒子間が干渉しているため異なる分布を示したと考えられる。

図 3.3.1.5 に各微粒子が受ける x 軸方向に働く流体力の係数の時間履歴を示す。横軸は無次元時間 t^* を示す。ここで無次元時間は代表速度である一様流と代表長さから求める。微粒子間で差異はなく同じ値を示す。粒子間側と一様流側で流れ場は異なるが微粒子自体は x 軸（一様流が流れる軸）に対称となるように横並びの関係に位置しているため抗力の大きさに差異が現れていないと考えられる。また単体微粒子の条件に比べて Reynolds 数が小さいため、圧力係数に比べて摩擦係数が大きくなる傾向を示す。

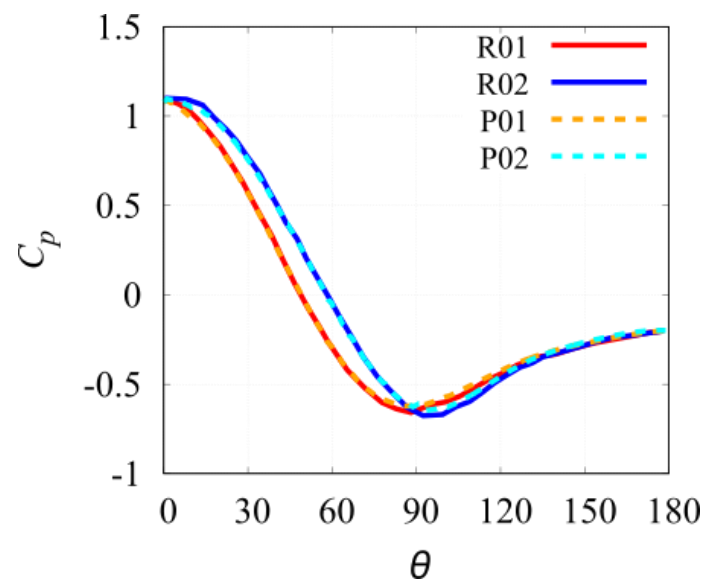


Figure 3.3.1.3 Pressure coefficient distributions, where θ [degree] is angle.

R01 and R02 shows reference result.

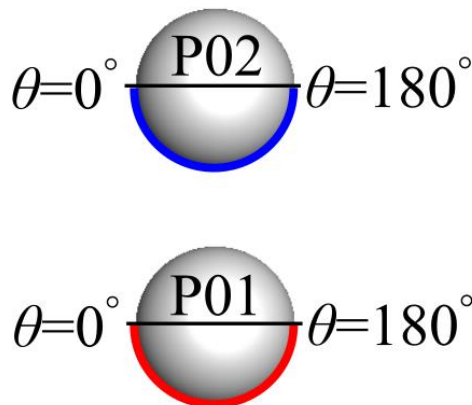
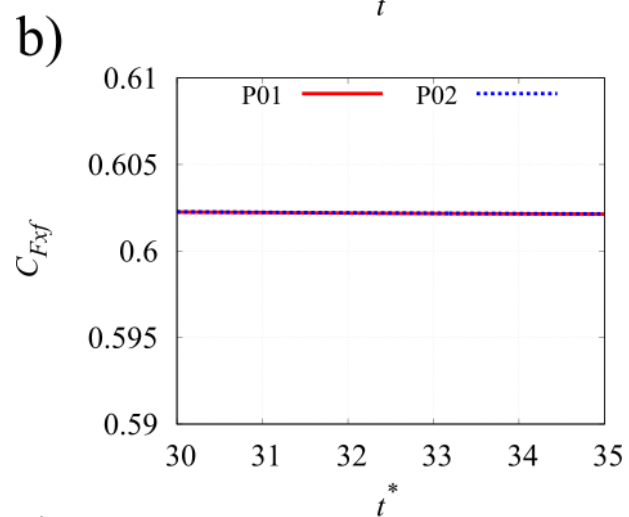
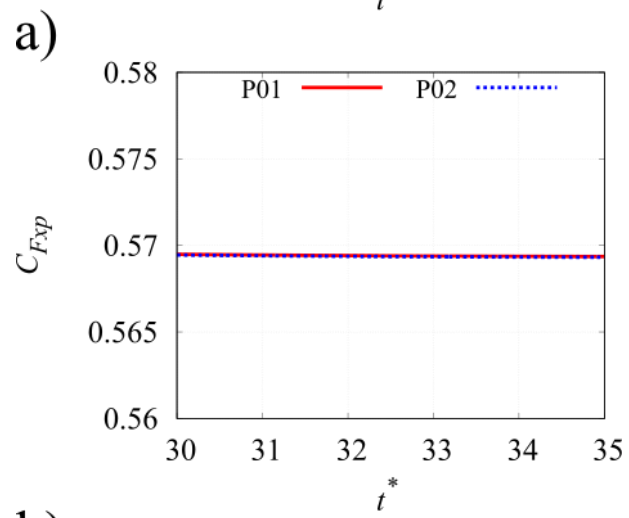
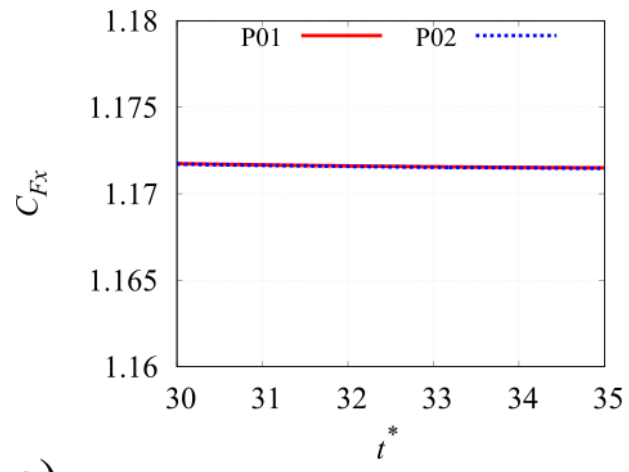


Figure 3.3.1.4 Measurement points of pressure coefficient visualized by color lines.



c)

Figure 3.3.1.5 Force coefficient in x -axis; a) total, b) pressure, c) friction.

3.3.2 まとめ

微粒子が複数の条件での解析精度の検証のために 2 つの微粒子が隣り合うよう (side by side) な位置関係にある条件で解析を行った。既存の埋め込み境界法の結果と同様な流れ場の傾向と物体表面における圧力係数分布を得られた。粒子間を流れる流体が一樣流に比べて加速されるや流体を介して微粒子間の干渉によって表面圧力係数分布に観測する領域によって差異が生じることを明らかにした。

3.4.1 複数静止微粒子解析

検証結果から複数個の条件で現象を把握できることが確認できたため、本研究で対象とする流れ場の条件で解析を行い、その特性把握を行った。流れ場の条件は単体の条件と同様にした。さらに、微粒子間の距離の影響についても調査した。

3.4.1.1 解析条件

本解析では、音速を $a = 1$ 、代表長さを微粒子の直径 $D = 1$ として値は全て無次元化して取り扱う。一樣流速度は Mach で $Ma = 0.3, 0.8, 0.95$ と 1.2 とする。Reynolds 数は $Re = 300$ とする。また微粒子間の距離を微粒子の中心位置から $1.5D$ (C01), $3.0D$ (C02) の距離とする。計算条件を表 3.4.1.1 にまとめる。その他の格子幅や計算領域の条件は単体の条件と同じとする。また比較対象として BFC と IBM における単体の解析結果を用いる。

Table 3.4.1.1 Test cases

Mach number	Distance	Case
0.30	1.5D	C01Ma030
	3.0D	C02Ma030
0.80	1.5D	C01Ma080
	3.0D	C02Ma080
0.95	1.5D	C01Ma095
	3.0D	C02Ma095
1.2	1.5D	C01Ma120
	3.0D	C02Ma120

3.4.1.2 解析結果

図 3.4.1.1 と図 3.4.1.2 に圧力係数の時間平均場と瞬時場の断面分布をそれぞれに示す。単体条件の後流で非定常性が確認できた $Ma030$ と $Ma080$ では単体における後流においても流れ場全体でみた場合においても非定常性が確認できる。これらは個々で形成される後流渦が干渉し合い後流全体で乱れたことによることで生じたと考えられる。また粒子間距離が短い $C01$ が長い $C02$ に比べてその影響が強く表れている。単体条件の後流で定常性が確認できた $Ma095$ では、 $C01$ では後流の中心での非定常性が干渉によって生じ、 $C02$ ではその干渉の影響が小さいため定常的な分布を示す。また単体条件で離脱衝撃波が形成された $Ma120$ では、個々で形成された衝撃波面が一体となる形で衝撃波面が形成される。これは流れ場の発達過程でまず始めに各微粒子で離脱衝撃波が形成された後に干渉して一体となり流れ場が定常になったと考えられる。後流においては、定常性を示し中心の領域で負圧の分布を示す。この後流の特徴は $Ma095$ でも同じような特徴を示す。

図 3.4.1.3 と図 3.4.1.4 に Mach 数の時間平均場と瞬時場の断面分布を示す。 $C01$ では、全ての条件で微粒子間の領域で流速が一樣流よりも大きくなっている。特に $M080$ と $M095$ では一樣流が遷音速に対して超音速の値を示す。また、 $Ma120$ では離脱衝撃波の後流は遷音速まで減速するが微粒子間の後流では超音速の値まで回復する。これらは微粒子間の距離が短いため、微粒子間を通過する流れの断面積が小さくなり流れが圧縮されることで生じたと考えられる。これは微粒子の形状が球形状であり断面的にノズルのような形状効果を及ぼしたとも考えられる。一方 $C02$ では、微粒子間の流れが速くなっているものの $C01$ に比べてその値は小さい。これは微粒子間の距離が長いこと断面積の変化の影響が小さく、干渉の影響が小さいためであると考えられる。後流においては、 $C01$ と $C02$ ともに微粒子間を通過した速い流れに中心方向に引っ張られるような分布を示す。 $C01$ では微粒子の近い位置で個々の形成された後流が合流するが、 $C02$ では可視化した領域では合流しているような分布は確認することはできない。また、 $C02Ma095$ や $C02Ma120$ の圧力係数分布での後流で負圧の分布を示していた領域は速度が大きくなっており、この領域が形成されることで合流する点が後流に移動するような傾向を示す。

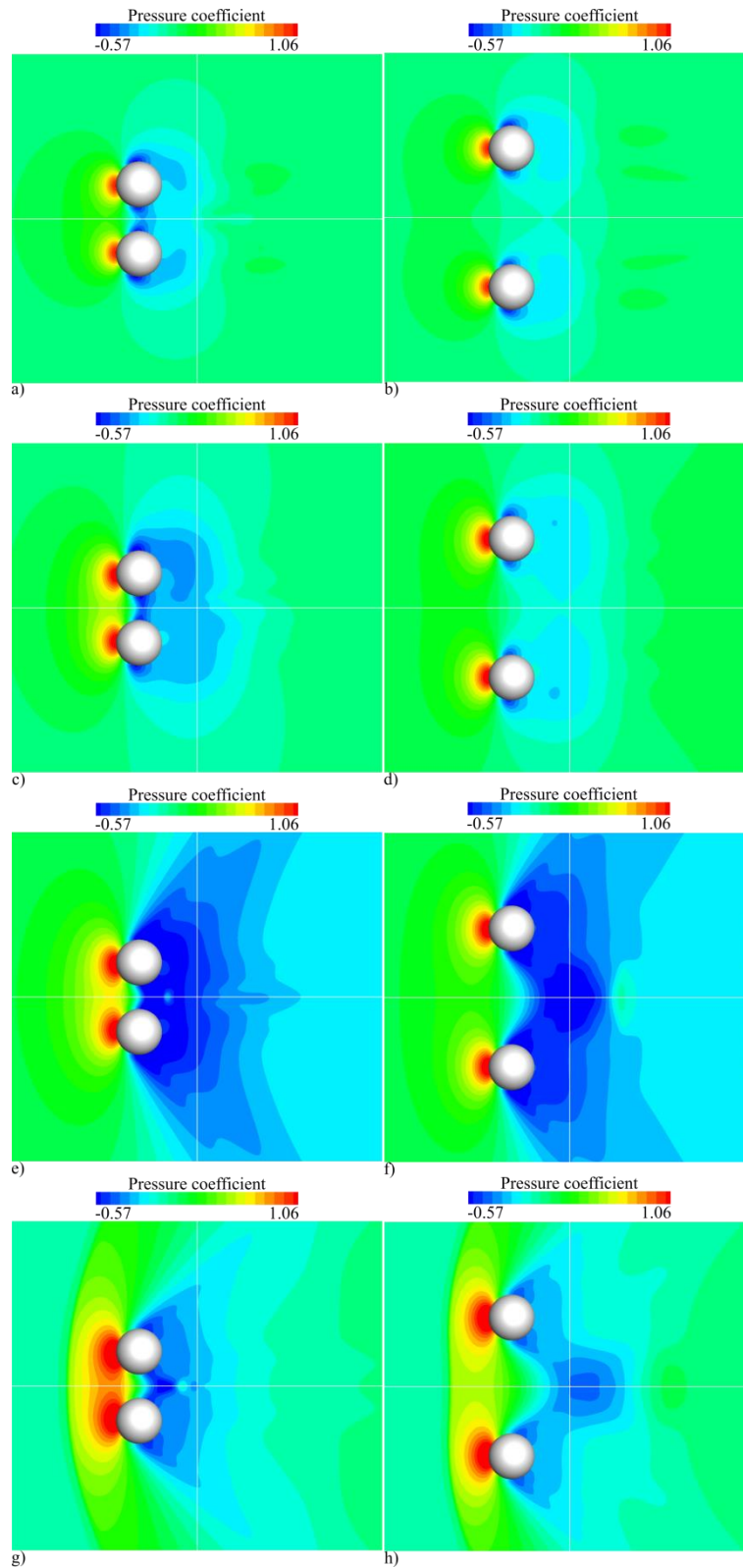


Figure 3.4.1.1 Pressure coefficient time-averaged distributions; a) C01Ma030, b) C01Ma030, c) C01Ma080, d) C01Ma080, e) C01Ma095, f) C02Ma095, g) C01Ma120, h) C02Ma120.

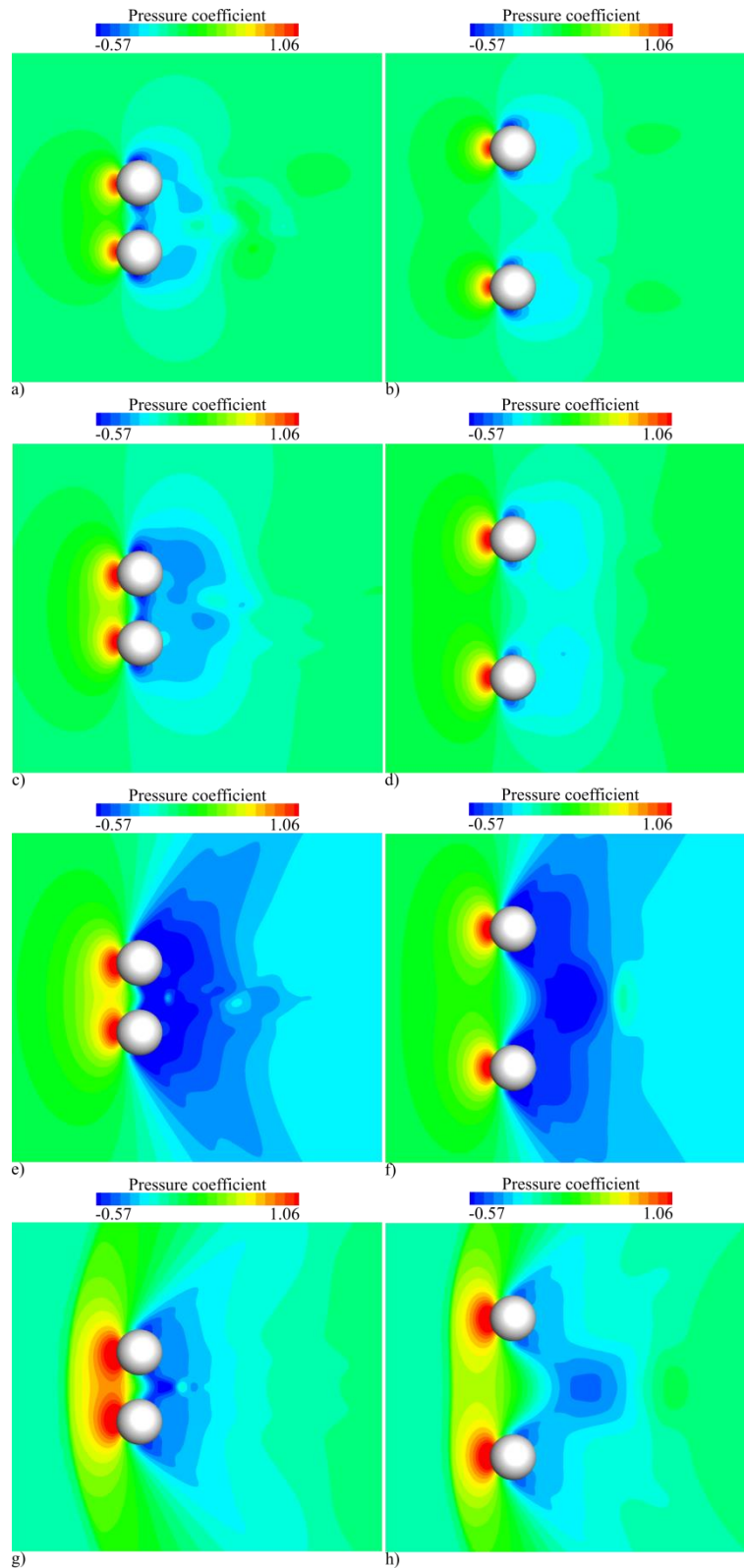


Figure 3.4.1.2 Pressure coefficient instantaneous distributions; a) C01Ma030, b) C01Ma030, c) C01Ma080, d) C01Ma080, e) C01Ma095, f) C02Ma095, g) C01Ma120, f) C02Ma120.

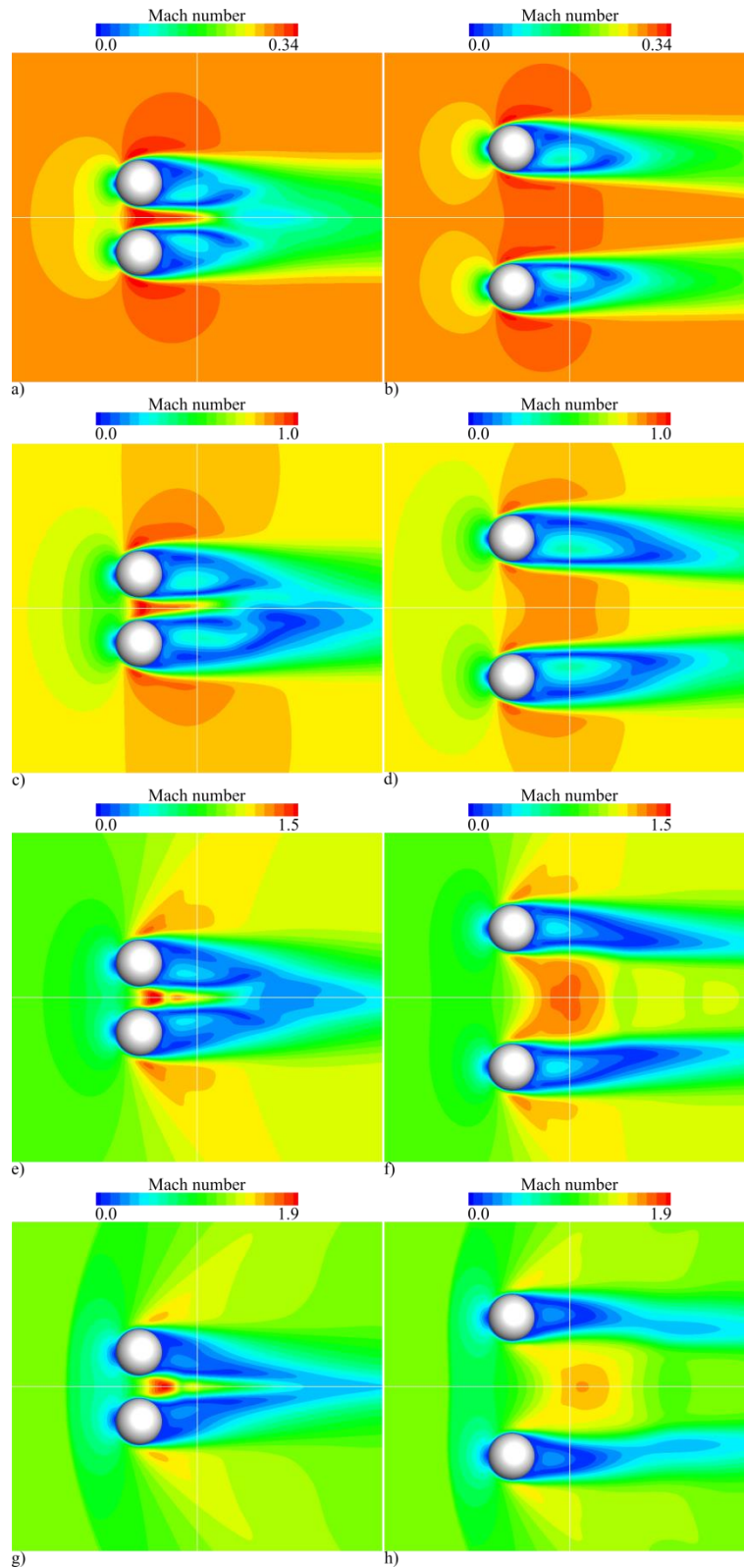


Figure 3.4.1.3 Mach number time-averaged distributions; a) C01Ma030, b) C01Ma030, c) C01Ma080, d) C01Ma080, e) C01Ma095, f) C02Ma095, g) C01Ma120, h) C02Ma120.

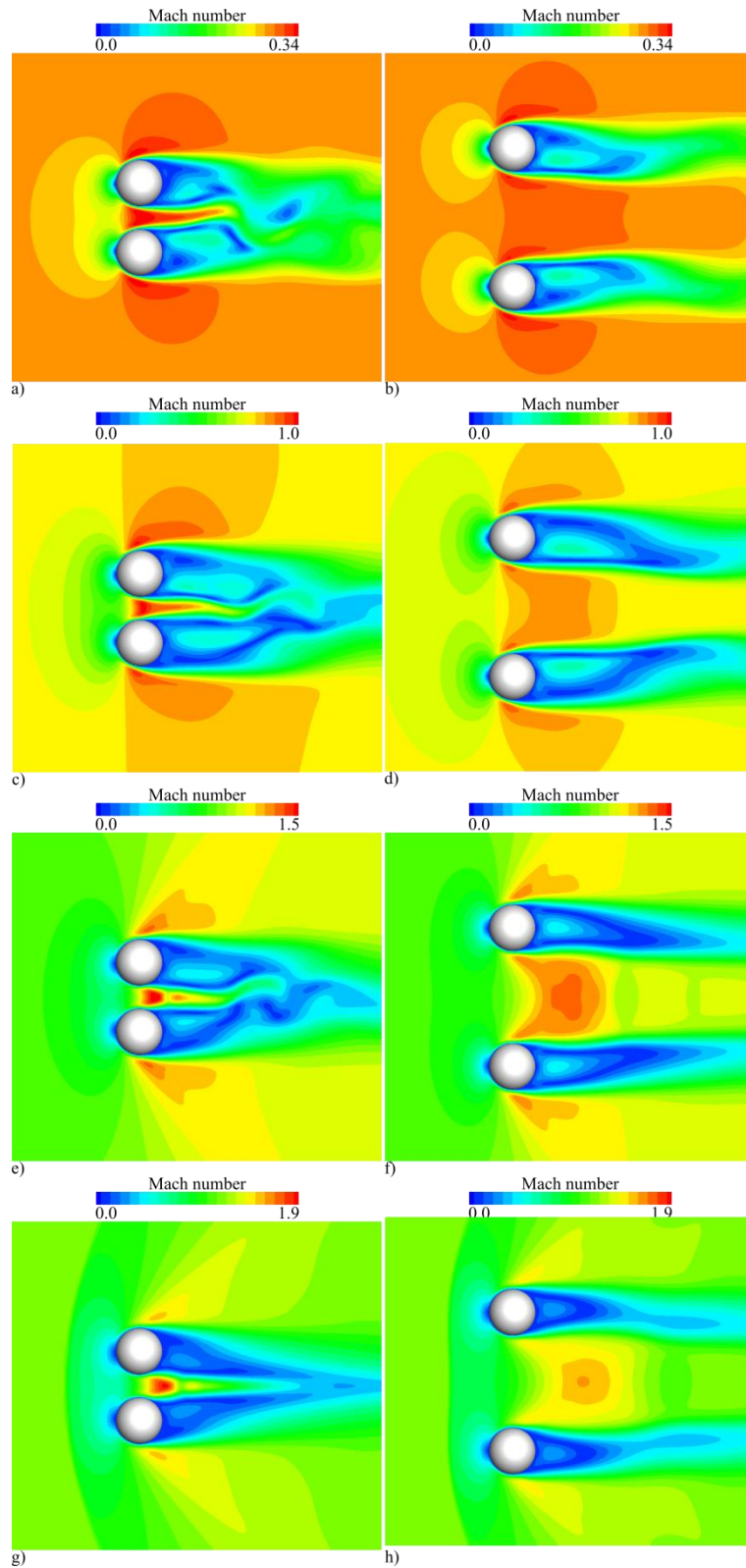


Figure 3.4.1.4 Mach number instantaneous distributions; a) C01Ma030, b) C01Ma030, c) C01Ma080, d) C01Ma080, e) C01Ma095, f) C02Ma095, g) C01Ma120, h) C02Ma120.

図 3.4.1.5 に微粒子後流における一様流の速度で無次元化した乱流運動エネルギー TKE の平均値を示す。 TKE は以下の式から、

$$\begin{aligned}
 TKE &= 0.5(\overline{u'} + \overline{v'} + \overline{w'}), \\
 \overline{u'} &= \frac{1}{N} \sum (u - \bar{u}), \\
 \overline{v'} &= \frac{1}{N} \sum (v - \bar{v}), \\
 \overline{w'} &= \frac{1}{N} \sum (w - \bar{w}),
 \end{aligned}
 \tag{3.4.1.1}$$

として求めた。ここで各速度成分の $\bar{\cdot}$ は時間と空間における平均の値と N は $x = 1.75D$ より後方の領域で計算処理した値を示す。後流全域における TKE は、単体条件に比べて大きな値を示したことから干渉の影響によって流れ場の乱れが強くなったと考えられる。さらに粒子間距離が短い C01 の方が C02 に比べて大きな値を示すことから乱れの強さと微粒子間の距離関係性があることを示した。

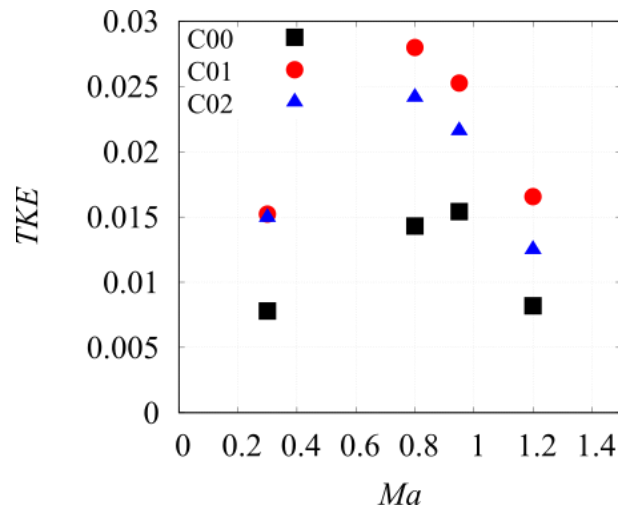


Figure 3.4.1.5 TKE at wake.

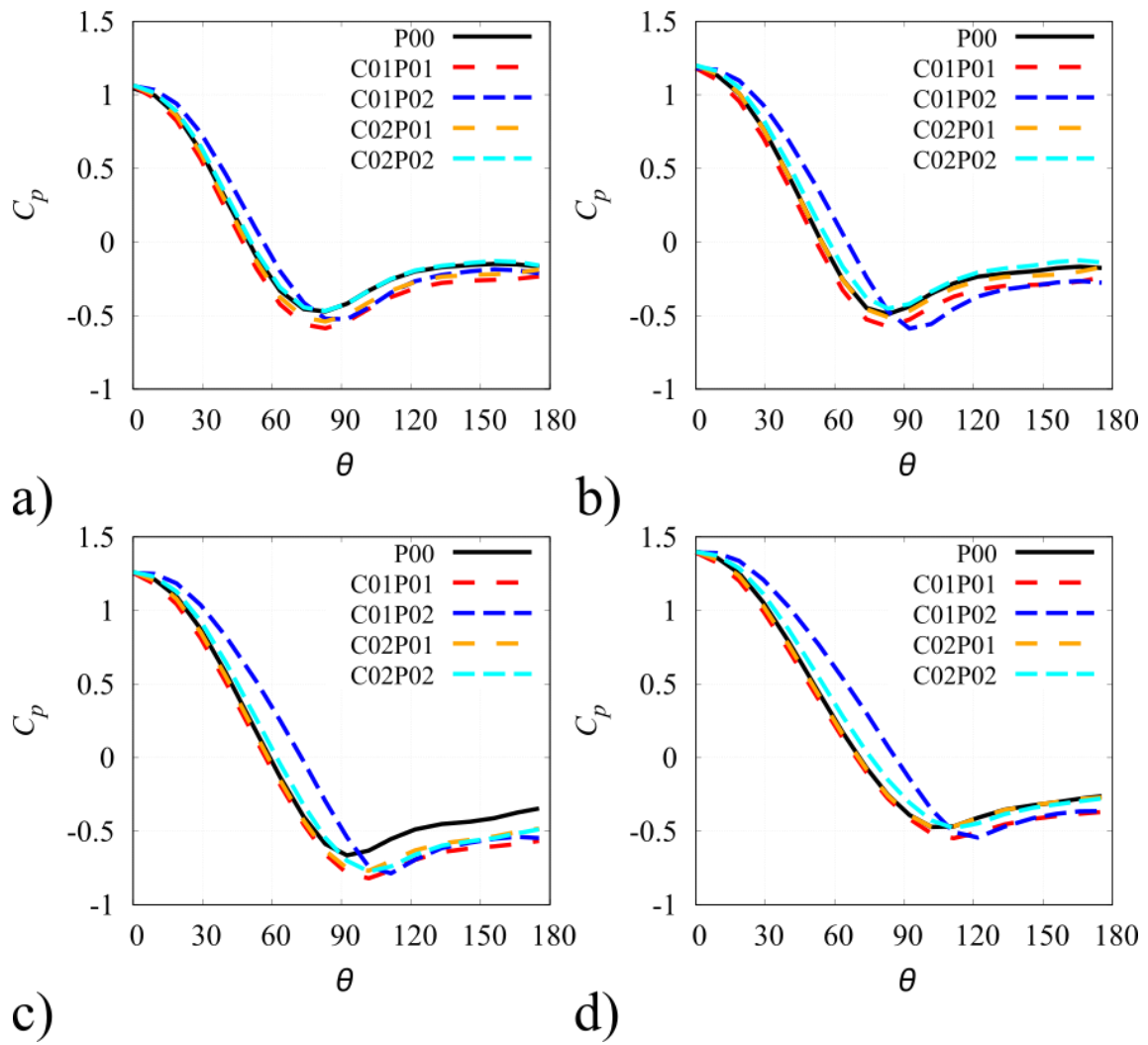


Figure 3.4.1.6 Pressure coefficient distributions, where θ [degree] is angle; a) Ma030, b) Ma080, c) Ma095, d) Ma120.

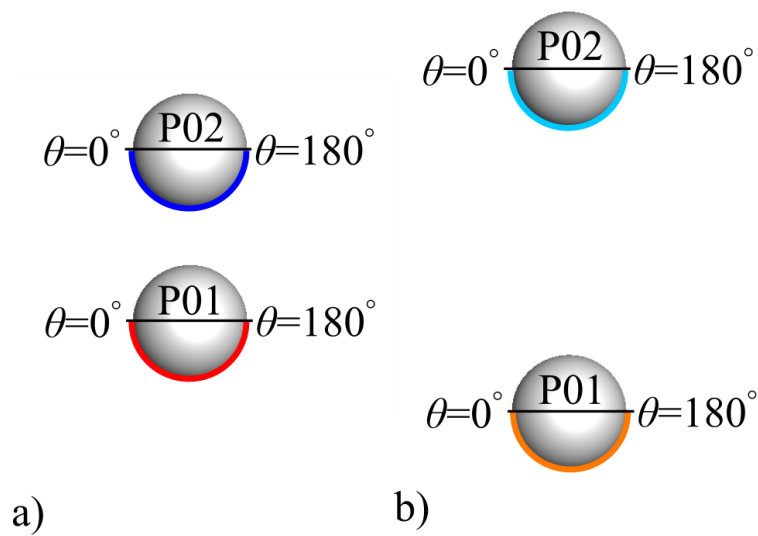


Figure 3.4.1.7 Measurement points of pressure coefficient visualized by color lines; a) C01, b) C02.

図 3.4.1.6 に時間平均場における表面圧力係数の分布を示す。ここで、横軸 θ [degree] はよどみ点を $\theta = 0^\circ$ とする角度を示す。ここで黒色の実線 P00 は単体条件での解析結果を示す。さらに、図 3.4.1.7 に各線色に対応した各微粒子の線上の値で評価する。C01P02 以外の球前方の領域 ($\theta < 60^\circ$) の分布では単体条件と同様な値と傾向を示す。一方で C01P02 では粒子間の距離が短いため干渉の影響を受けて単体条件に比べて大きい値を示す。また 60° 以降では単体条件に比べて全体的に小さい値を示し、前方の領域に比べて P01 と P02 での差異も小さくなる。これは、後流の流れが粒子間の領域を流れた加速した流れに誘起されていることと流れが剥離した後の流れになるため大きな差異が生じていないと考えられる。また P02 は P01 に比べて全体の形が後方にシフトした分布を示しており、これは粒子間の領域で流れが加速したことで一様流側と差異が生じたことが要因であると考えられる。

図 3.4.1.8 に時間平均と RMS (root mean square) で計算した微粒子に加わる x 軸方向に働く流体力の係数とその圧力と摩擦成分を示す。参考値として単体条件における BFC と IBM の結果を示す。Mach 数が増加すると値が増加する傾向は単体条件と同様である。ただし、C02 の Ma030 と Ma080 では単体の条件と等しい値と傾向を示すが、C01 と C2 の Ma095 と Ma120 では単体条件に比べて大きな値を示す。これは粒子間距離が短い C01 や粒子間での速度上昇が大きい Ma095 や Ma120 では干渉の影響によって値が大きくなったと考えられる。また圧力成分においては、圧力係数の分布から剥離する点が後流に移動したことによる影響であるとも考えられ、さらに摩擦成分においては、粒子間の領域での流れの加速の影響によるものとも考えられる。また、Ca01Ma080 においては P01 と P02 に差異が生じており後流の非定常的な乱れの影響によるものと考えられる。さらに、Ma095 では単体条件に比べて非常に大きくなっており、これは他の条件に比べて干渉の影響が強いことが要因であると考えられる。また、Ma120 では C01 では単体条件に比べて大きく増加しているが C02 では小さくどうかしている。これは C02 では粒子間距離が長くなり干渉の影響が小さくなり粒子間での速度の増加量が C01 に比べて小さくなったことによるものだと考えられる。

図 3.4.1.9 に P01 と P02 の z 軸方向に働く流体力の係数の無次元時間履歴を示す。実線で示す C01 は破線で示す C02 に比べて大きな値を示しており、干渉の影響が強いことが確認できる。また、C01 では Mach 数の増加とともに値が増加するのに対して、C02 では減少する傾向を確認できる。Mach 数が大きくなると干渉の影響が、特に粒子間を流れる流体の速度増加などで、強くなると考えられる。C02Ma095 と C01Ma120, C02Ma120 では振動は確認できず、その他の条件では振動が確認できる。流れ場の可視図で確認できた後流の定常性や非定常性を示す条件と同じであることから物体近傍で発達した流れの特性が流体力や後流の特徴に現

れたと考えられる。また P01 と P02 では C01M080 や C01M095 における振動の周期が異なることから、個々の微粒子の後流のみならず後流全体で非定常性を持つ流れ場になったと考えられる。

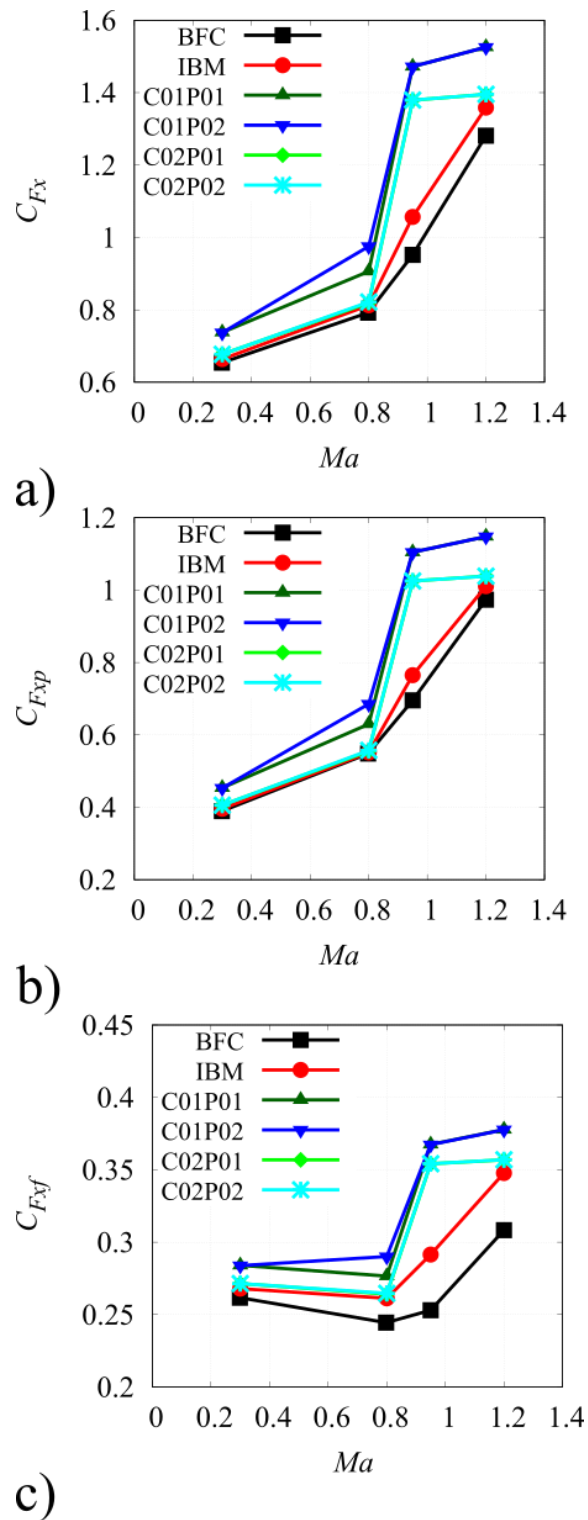


Figure 3.4.1.8 Force coefficient in x-axis; a) total, b) pressure, c) friction.

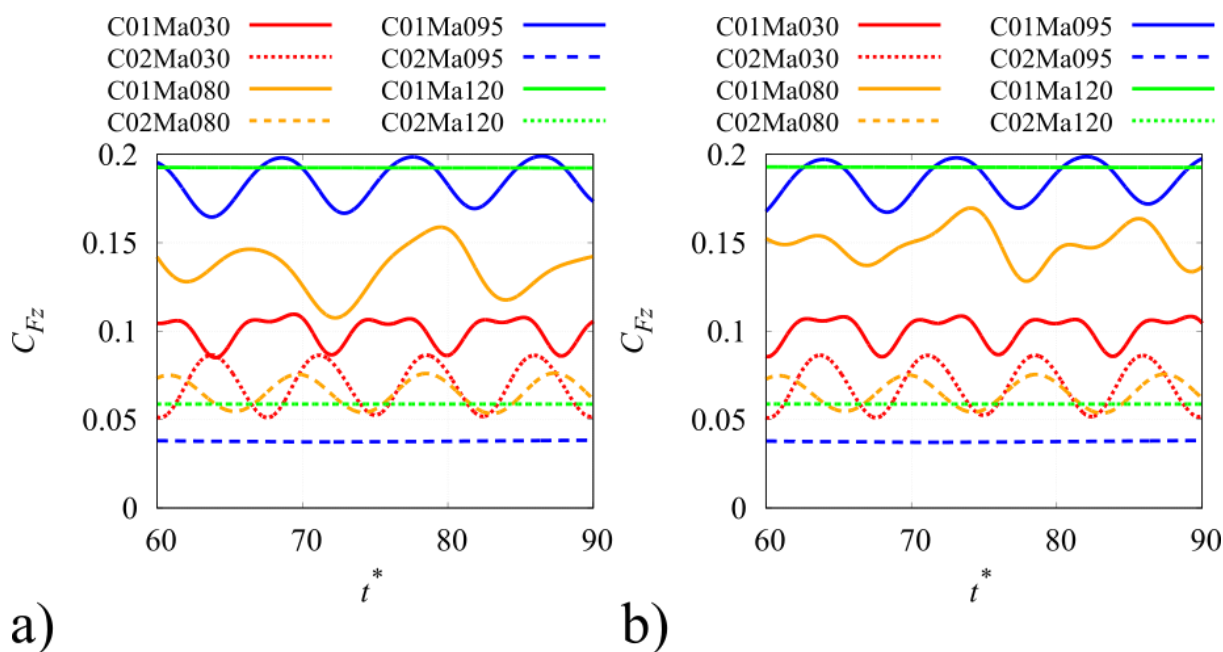


Figure 3.4.1.9 Lift coefficient; a) P01, b) P02.

図 3.4.1.10 に流れ場の可視図の結果と流体力の変動の有無を基に後流の特徴を分類した図を示す. `pattern0` と `pattern1` でそれぞれ非定常性の後流と定常性の後流を示す. Mach 数に対して単体条件 C00 と C02 は同様な傾向で変化し, C01 では Ma095 の条件で非定常性の流れ場が確認できる. 一方で, Ma030 と Ma080 では微粒子が複数個でも干渉によって乱れ, 距離が離れても単体条件で後流は非定常性を有することから本解析条件では非定常性を有する流れ場を示す. また Ma120 では干渉によって後流は単体条件とは異なる分布を示すが乱れることはなく, 定常性を有する流れ場を示す.

3.4.2 まとめ

本研究が対象としている圧縮性効果が現れる流れ場の条件に対して微粒子間の相互干渉の影響を把握するために 2 つの微粒子が隣り合うよう (`side by side`) な位置関係にある条件で解析を行った. 一様流や粒子間距離を変化させた場合の流れ場や抗力係数の値に及ぶ影響を単体条件の結果と比較を行った. 流れ場は後流離脱衝撃波の干渉や微粒子間の距離での違いは確認できたものの傾向は単体条件と同様であった. ただし, 流れ場全体と微粒子単体の後流での特性は干渉効果によって単体条件とは大きく異なることを確認した. 微粒子の表面圧力係数分布では一様流の側面と粒子間の側面での傾向や値の違いを確認した. さらに, 流体力の値や乱流運動エネルギーは単体条件に比べて大きな値を示すことを確認した. 特に遷音

速の条件では粒子間の流れ場が超音速まで加速することで大幅な増加を確認した。また、微粒子間が短い条件は長い条件に比べて干渉効果を強く受けることで流体力が大きな値を示したことを確認した。

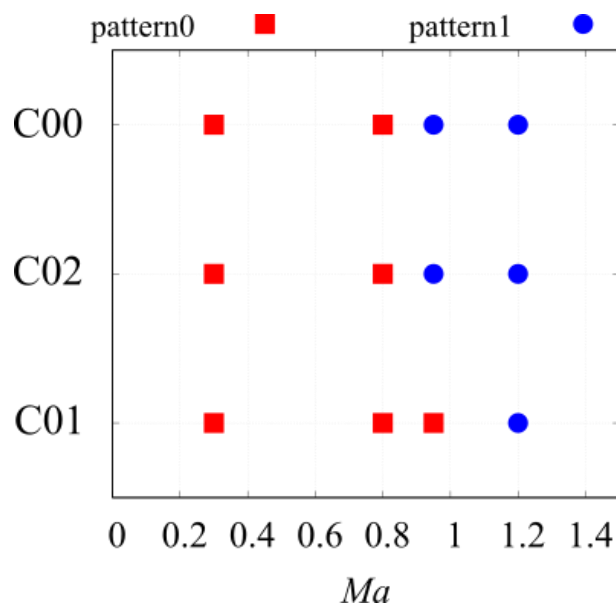


Figure 3.4.1.10 Flow pattern. pattern0: unsteady flow, pattern1: steady flow.

3.5.1 複数運動微粒子解析

静止条件に対して物体が運動する条件で解析を行った。実際の流れ場では微粒子は運動しており、流速と微粒子速度に差が生じると流れ場が発達すると考えられる。そのような現象として衝撃波前後を微粒子が運動することである。そこで、衝撃波が微粒子を通過した際の流れ場と微粒子の運動挙動について解析を行った。

3.5.1.1 解析条件

本解析では、音速を $a=1$ 、代表長さを微粒子の直径 $D=1$ として値は全て無次元化して取り扱う。初期場で微粒子は静止し、微粒子の風上方向から衝撃波が通過することで微粒子が運動を始める流れ場となるように設定し、表 3.5.1.1 に流入条件などの計算条件を示す。ここで微粒子の密度は空気の 1000 倍の値を与える。微粒子間の距離を微粒子の中心位置から $1.5D$ 、 $3.0D$ の距離とする。その他の格子幅や計算領域の条件は静止条件と同じとする。また微粒子が運動し流れ場と定常になるまで多くの計算資源が必要となるため、今回は代表速度（衝撃

波 Mach 数) と代表速度を基に求めた無次元時間 t^* を用いた。実施した解析条件で流れ場が十分に発達するまでには過大な計算コストを必要としたため衝撃波通過直後の現象のみについてまとめる。

Table 3.5.1.1 Test cases

Reynolds number	Shock Mach number	Density	Pressure	Temperature	Mach number	Distance	Case
300	1.2	1.34	1.08	1.25	0.28	1.5D	C01Ma030
						3.0D	C02Ma030
	2.0	2.67	3.21	1.75	0.96	1.5D	C03Ma095
						3.0D	C04Ma095
	2.4	3.33	5.89	2.18	1.19	1.5D	C05Ma120
						3.0D	C06Ma120

3.5.1.2 解析結果

図 3.5.1.1 から図 3.5.1.3 に各無次元時間に対する Mach 数分布を示す。それぞれに a) と b) に衝撃波面が微粒子を通過した直後 $t^* = 5.0$, c) と d) に微粒子が運動し始める $t^* = 10$, e) と f) に $t^* = 25$ の時刻の結果を示す。 $t^* = 5.0$ では、静止条件で確認できた微粒子間の流れの速度の上昇が確認できる。また本解析では通過する衝撃波は垂直衝撃波を想定しているが微粒子を通過した衝撃波面は振動する分布を示す。これは微粒子周りを流れた場合とそうでない場合で粘性効果によって速度差が生じたと考えられる。微粒子間の距離が短いと流れ場は強く干渉しながら発達し、一方で距離が長いと干渉の影響は小さい。 $t^* = 10$ では微粒子が後流に運動し始めるが計算が発散することなく安定的に計算できることを確認した。衝撃波が通過した直後に比べて微粒子間の速度は小さくなる傾向を示す。ここで本解析条件では超音速流域の垂直衝撃波を対象とするため衝撃波後流の速度は亜音速流から遷音速流域で発達する。衝撃波通過前後では衝撃波前方や衝撃波の速度によって流れ場は発達するが通過後は徐々に衝撃波後流の速度によって発達するためだと考えられる。 $t^* = 25$ では微粒子周りの流れが干渉しながら発達した際の分布を示す。

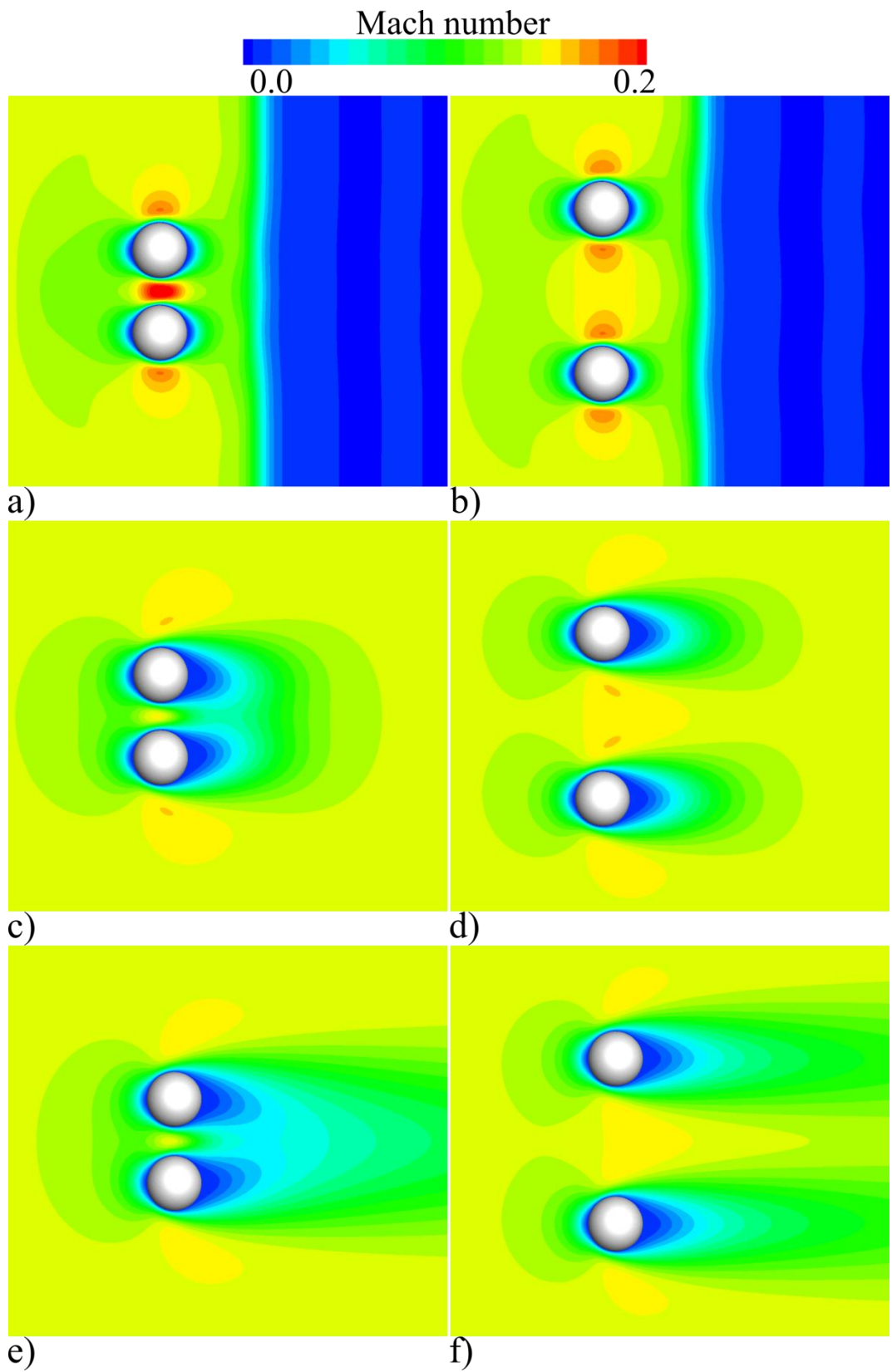


Figure 3.5.1.1 Mach number distributions at C01 and C02; a) and b) $t^* = 5.0$, c) and d) $t^* = 10$, e) and f) $t^* = 25$.

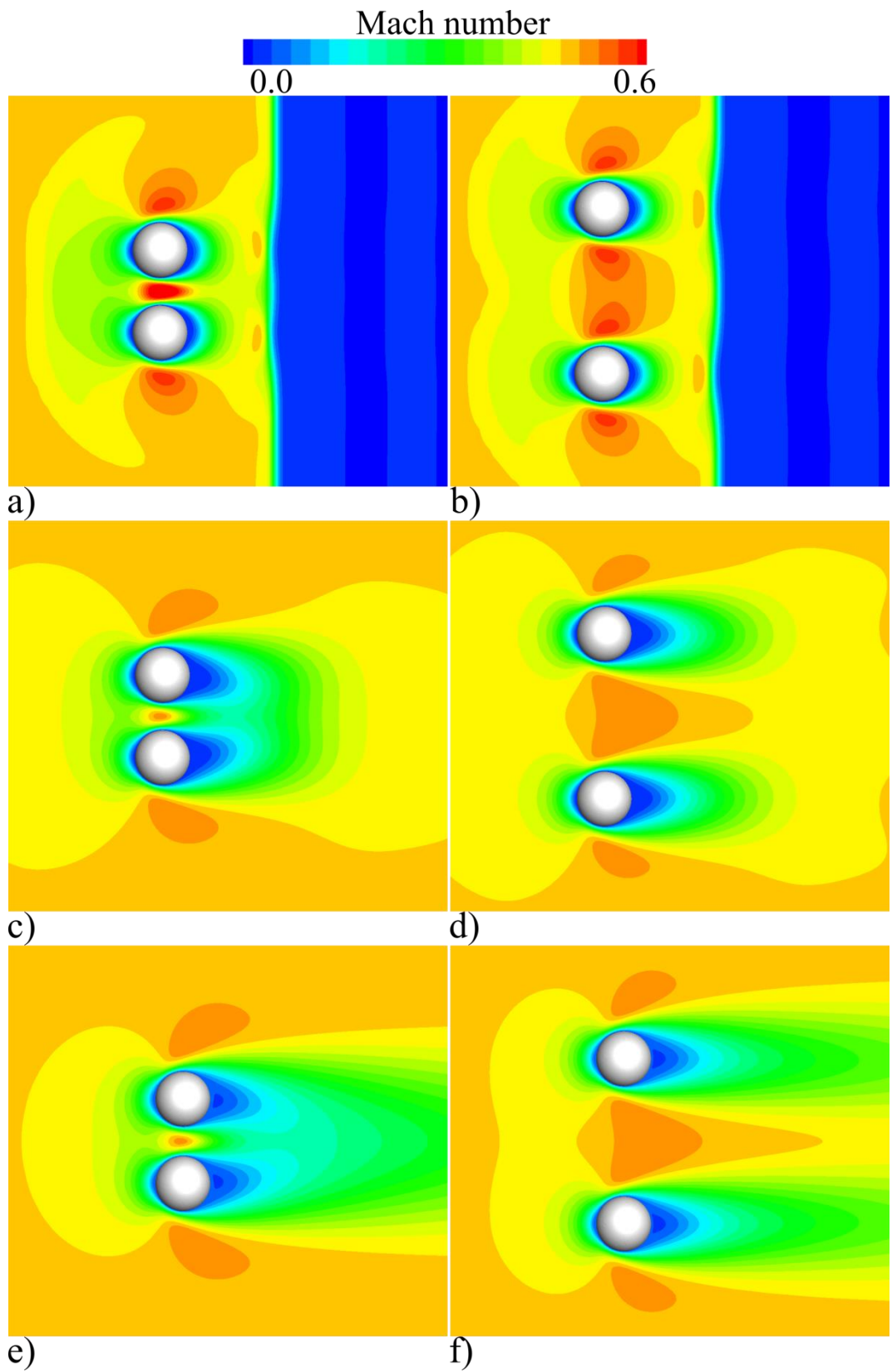


Figure 3.5.1.2 Mach number distributions at C03 and C04; a) and b) $t^* = 5.0$, c) and d) $t^* = 10$, e) and f) $t^* = 15$.

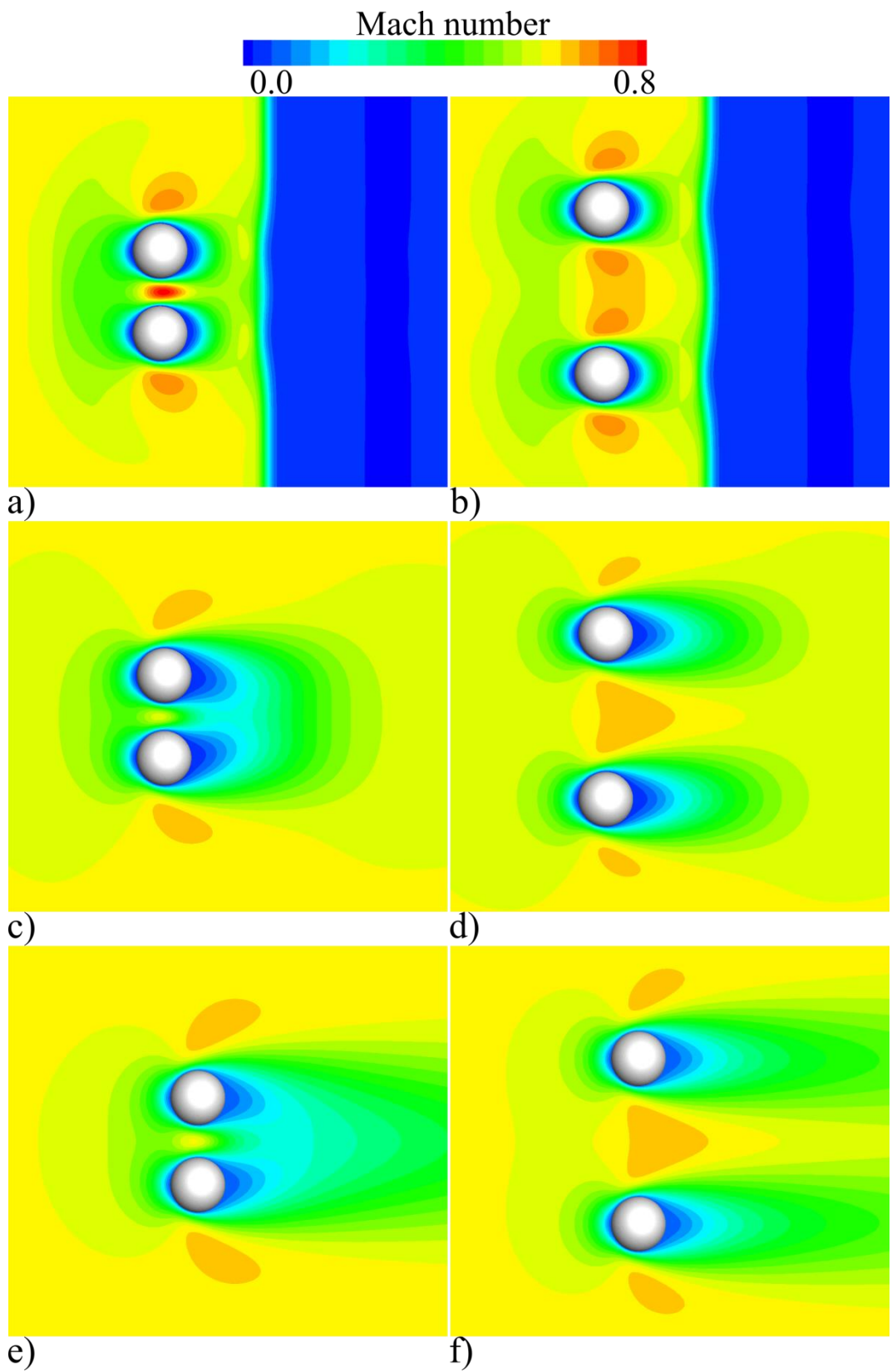


Figure 3.5.1.3 Mach number distributions at C05 and C06; a) and b) $t^* = 5.0$, c) and d) $t^* = 10$, e) and f) $t^* = 15$.

図 3.5.1.4 に無次元時間に対する P01 に加わる x 軸方向と z 軸方向の流体力の係数の時間履歴を示す。ここで、各係数は流速と微粒子の運動速度の相対速度から求めた。衝撃波が通過する前は値が小さく、衝撃波面が微粒子に衝突すると急激に各係数の値が上昇して通過すると徐々に減少した後一定値に落ち着く。この一定値に落ち着く理由としては、相対速度を用いて係数を求めているためである。衝撃波 Mach 数が大きい条件で x 軸方向の流体力の係数の値は大きくなり、微粒子間距離が短い条件は長い条件に比べて大きな値を示す。これは、静止条件と同様に微粒子間距離が短いことで干渉の影響が強く表れたことによるものである。ここで z 軸方向の流体力の係数の符号に着目すると通過後の P01 が負の値、P02 が正の値で示す。これは各微粒子が z 軸に対して並んでおり、P01 の位置が下側 (z 軸座標が小さい) のため下向きの力として表れ、P02 では上向きの力が表れたと考えられる。ただし、衝撃波が衝突から通過している間は正負の変動があるため、通過する際の流れ場や微粒子の位置関係の条件で通過後の符号が決まると考えられる。

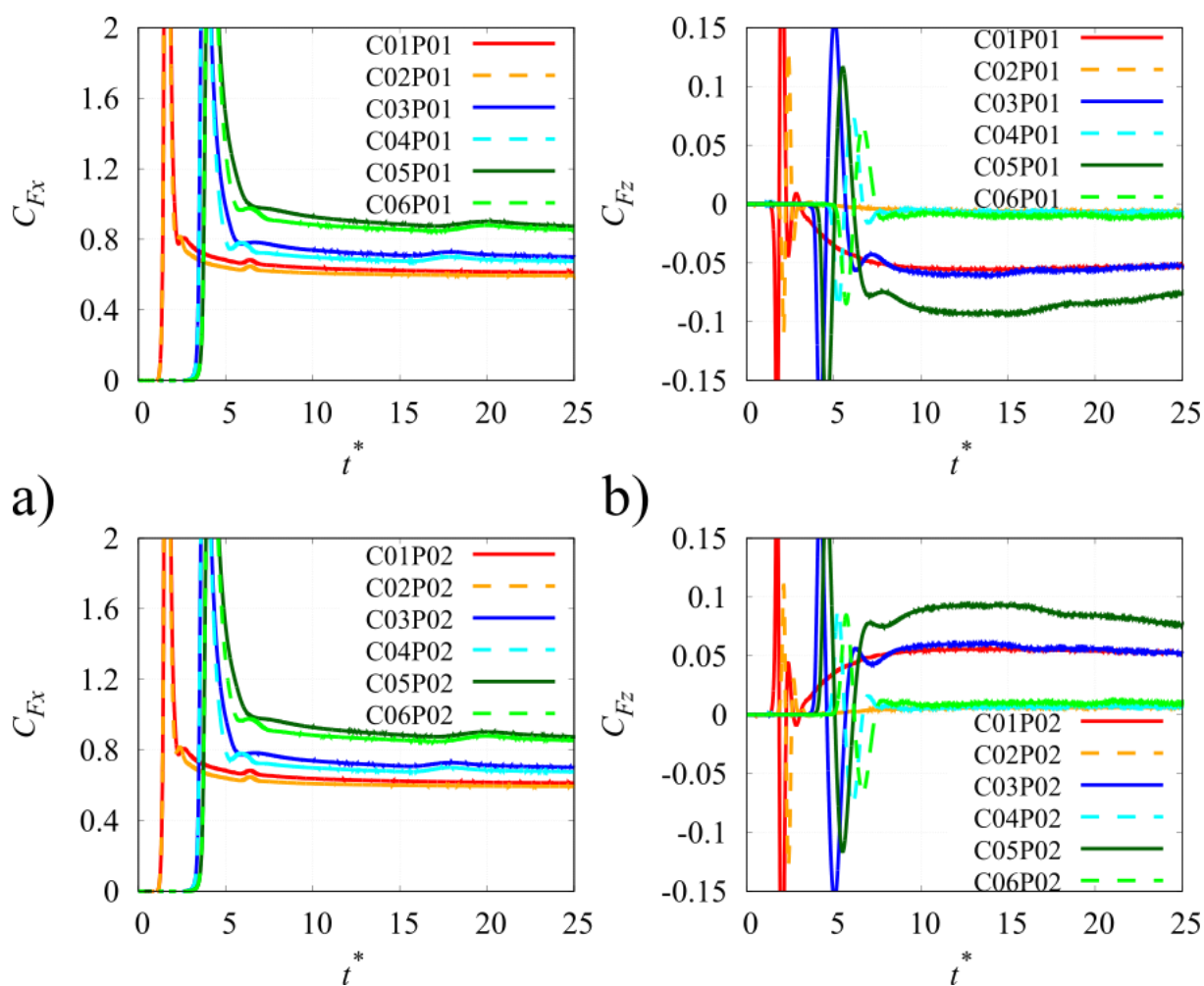


Figure 3.5.1.4 Force coefficient in x - and z - axes; a) and b) P01, c) and d) P02.

図 3.5.1.5 に無次元時間に対する P01 の x 軸と z 軸方向の速度成分を示す。衝撃波が通過すると x 軸方向に正の値と z 軸方向に負の値で速度が上昇する傾向を示す。また流体力係数と同様に衝撃波 Mach 数が大きい条件でその値は大きくなる傾向を示す。 x 軸方向の速度成分では、微粒子間距離の違いによる抗力係数の差が小さいため、微粒子間距離と粒子速度の影響は小さい。しかしながら、 z 軸方向では、微粒子間距離の違いによって z 軸方向の流体力の係数に差異が生じていたことから、速度の変化にもその違いが現れている。さらに、通過直後に z 軸方向の流体力の係数の符号の変化を伴う変動があったことから速度においても非線形的に変化することを示す。C01P01 が C06P01 に比べて小さな値で変化している一方で、 z 軸方向の流体力の係数においては C01P01 の値が大きくなっているのは係数化した際に相対速度を用いたことが要因であると考えられる。ここで、P02 は P01 と x 軸方向では等しく、 z 軸方向には正負が逆転して変化することを示した。

図 3.5.1.6 に無次元時間に対する P01 の中心位置の x 軸と z 軸座標の値を示す。ここで、値は初期の微粒子の中心位置の値で正規化されたものを示す。速度が x 軸と z 軸方向に生じていたため、微粒子の位置もそれに伴って移動していることがわかる。 z 軸方向の変化が P01 では負の方向、P02 では正の方向に変化していることが確認できたため、微粒子は互いに離れていく方向に運動することがわかる。またその変化量は微粒子間が短い条件ほど大きいことから、流れ場を介して微粒子間で干渉したことで生じたと考えられる。

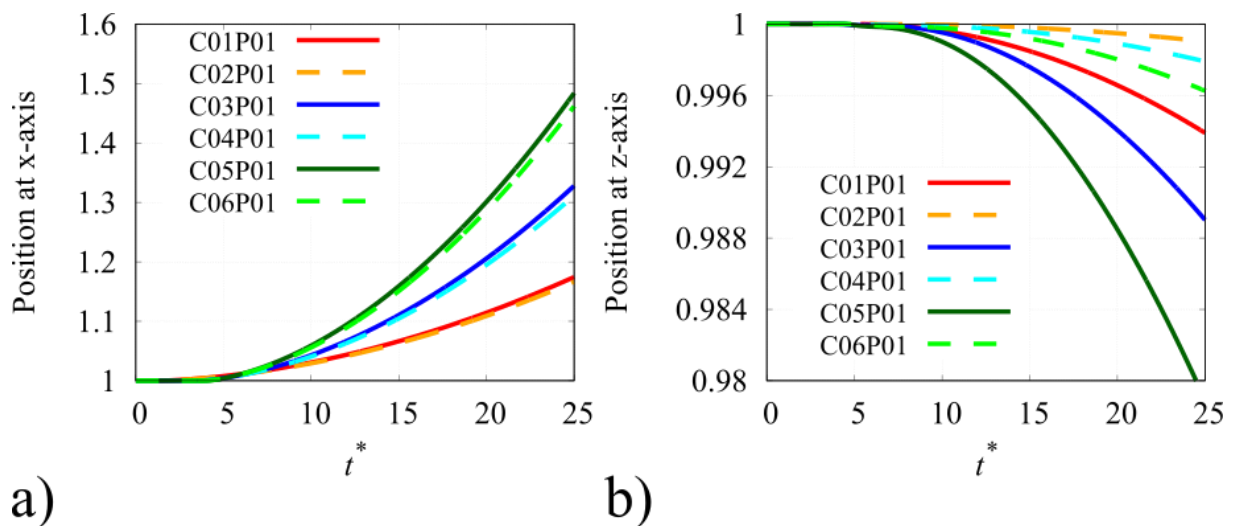


Figure 3.5.1.6 Center position of P01; a) x -axis, b) z -axis.

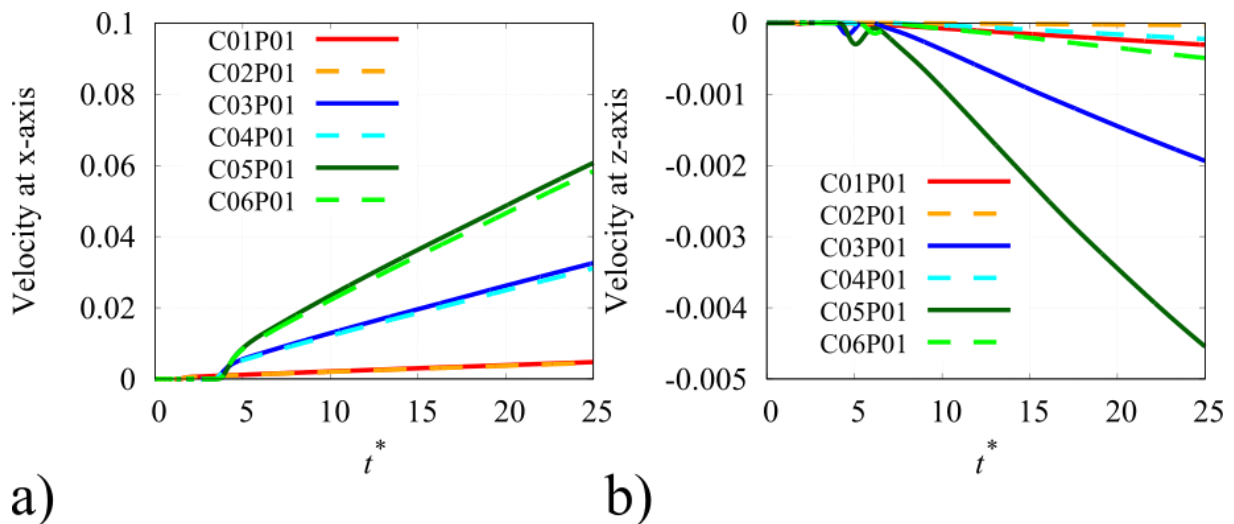


Figure 3.5.1.5 Velocity of P01; a) x-axis, b) z-axis.

3.5.2 まとめ

運動する条件での流れ場と微粒子の運動特性を把握するため実際の現象でも生じる衝撃波が微粒子を通過する流れ場の解析を行った。超音速流の垂直衝撃波を対象としたため衝撃波の後流で微粒子が運動する流れ場となる。衝撃波通過直後では衝撃波速度として流れ場は発達するが、時間経過とともに衝撃波後流の速度で発達することを確認した。さらに、微粒子を通過した衝撃波面は粘性効果や微粒子間の流体速度が増加したことによって振動するような分布を示した。微粒子は衝撃波と干渉することで後退しつつ流れ場を介して微粒子が相互に干渉することで離れていく方向に運動する傾向があることを明らかにした。またその傾向は微粒子間の距離が短い条件で強く表れた。本解析では計算コストが課題となり流れ場と微粒子が定常になるまで計算することができなかったが衝撃波通過直後の現象の把握を行った。

第4章 非圧縮性固気混相流の数値解析結果

4. 非圧縮性固気混相流の数値解析結果

4.1 序

本章では, 非圧縮性流体解析コードを用いた固気混相流解析の結果と流体-構造連成解析結果についてまとめる. 始めに解析コードで用いた手法の精度や衝突現象の影響を検証した後, 流体解析による流れ場と微粒子の干渉による微粒子の運動挙動への影響を調査する. 次に構造解析との連成解析より衝突モデルの構築し, 最後に構築した衝突モデルを用いた流体解析結果についてまとめる.

4.2 非圧縮性流体解析コードの検証

非圧縮性流体解析コードで用いた手法の検証を単体の静止する微粒子周りの流れ解析で行う. 得られた流体力や後流渦の特性を調査した後, 微粒子が運動しながら壁面や他の微粒子と衝突した際の流れ場への影響について調査する.

4.2.1 単体静止微粒子解析

一様流中の単体の静止する微粒子周り流れの解析を行い解析コードの精度を検証する. 対流項の評価手法で用いた 2 次精度 skew-symmetric scheme の妥当性を検証するため, 1 次精度風上差分法を用いた場合と比較を行う. また, 参考値として既存のモデルや解析結果を用いる.

4.2.1.1 解析条件

本解析では, 代表速度を一様流 $U=1$, 代表長さを微粒子の直径 $D=1$ として値は全て無次元化して取り扱う. Reynolds 数を $Re=300$ と 400 とする. また, 計算格子幅は微粒子の直径に対して $0.05D$ と $0.1D$ とする. さらに, 計算領域と微粒子の位置について図 4.2.1.1 に示す. また各計算条件を表 4.2.1.1 にまとめる. 外部境界条件は $-x$ 軸面の速度を Dirichlet 条件と圧力を Neumann 条件, $+x$ 軸面の速度を Neumann 条件と圧力を Dirichlet 条件として, その他の面に Neumann 条件を与える. また, 埋め込み境界法を用いた解析結果 (Luo et al. 2007 ; Mittal et al. 2008) と従来用いられる球の抵抗モデル (Clift et al. 1971 ; Wen et al. 1966) の理論値を以下の式から求めて比較を行う.

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 0.15Re^{0.687} + \frac{0.0175Re}{1 + 4.25 \times 10^4 Re^{-1.16}} \right). \quad (4.2.1.1)$$

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687}) & Re \leq 1000 \\ 0.43 & Re > 1000 \end{cases}. \quad (4.2.1.2)$$

Table 4.2.1.1 Test cases

Reynolds number	Mesh size	Scheme	Case
300	0.1 <i>D</i>	upwind	Re300D010U
	0.05 <i>D</i>		Re300D005U
	0.1 <i>D</i>	skew-sym.	Re300D010S
400	0.05 <i>D</i>	skew-sym.	Re300D005S
	0.1 <i>D</i>		Re400D010S
	0.05 <i>D</i>	Re400D005S	

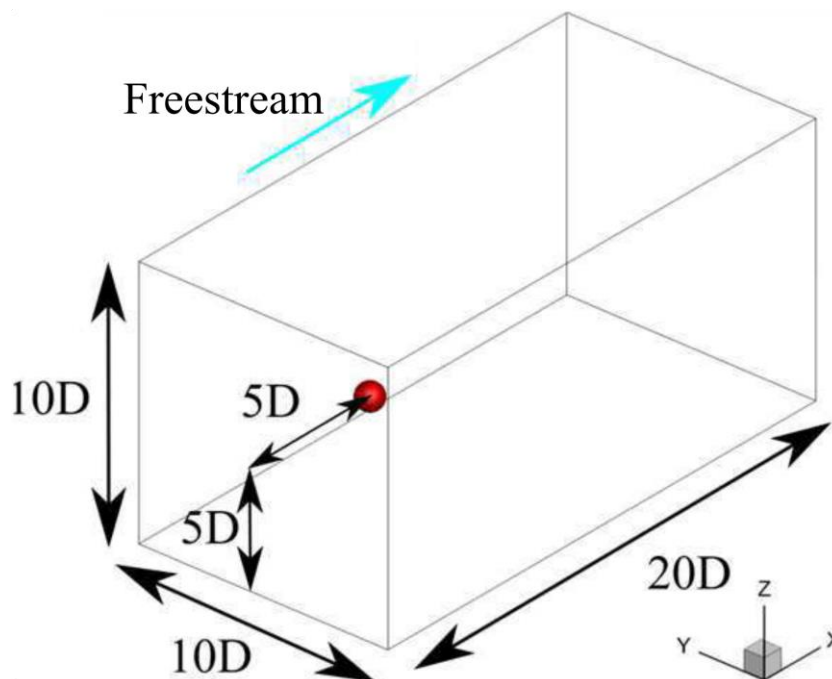


Figure 4.2.1.1 Computational domain. The red sphere is the object.

4.2.1.2 解析結果

図 4.2.1.2 に Reynolds 数に対する抗力係数の値を示す。格子幅が小さい D005 は既存の数値解析結果と良い一致を示しており、Reynolds 数が小さくなると抗力係数が小さくなる傾向も捉えられている。また計算手法では本解析で用いた 2 次精度 skew-symmetric scheme の方が 1 次精度風上差分法の場合に比べて抵抗モデルや既存の数値解析結果に近い値を示す。また、図 4.2.1.3 と図 4.2.1.4 に $Re = 300$ における無次元時間に対する抗力係数と揚力係数の時間履歴を示す。抗力係数では D010 では値が異なり、D005 では振動の位相が異なる。また揚力係数では、D010U では振幅が確認できず、D005U も D005S に比べて振幅が小さいことがわかる。図 4.2.1.5 に圧力係数の時間平均断面分布を示す。後流において非対称な流れ場が形成されていることがわかる。さらに D010 では D005 に比べて微粒子近傍で滑らかな分布をしていない。この微粒子近傍における流れ場の違いから格子幅の違いによって抗力係数や揚力係数に差異が生じたと考えられる。

図 4.2.1.6 に速度勾配テンソルの第 2 不変量 (Q 値) の等値面の時間平均分布を示す。既存の数値解析 (Luo et al. 2007 ; Mittal et al. 2008) では $Re300$ から 400 では後流にヘアピン渦が形成されることが報告されている。 $Re300D010U$ 以外ではヘアピン渦が確認できる。このヘアピン渦は微粒子表面で剥離する流れが上下で交互に生じ後流で干渉し合う渦構造を示し、この交互に剥離する周期と流体力で確認できた周期が一致するため $Re300D010U$ ではヘアピン渦が形成されないことから流体力における振動が確認することができなかつたと考えられる。さらに D050U においても D050S に比べて滑らかな分布を示していない。これは 1 次精度風上差分法では数値粘性項を与えることで解を安定的に求める特徴があり、この数値粘性の影響が大きく現れたと考えられる。一方で 2 次精度 skew-symmetric scheme では 1 次精度風上差分法で求めた値を 5 割、2 次精度中心差分法で求めた値を 5 割で与えており、数値粘性項粘性の影響を抑えつつも解を安定的に求められたと考えられる。

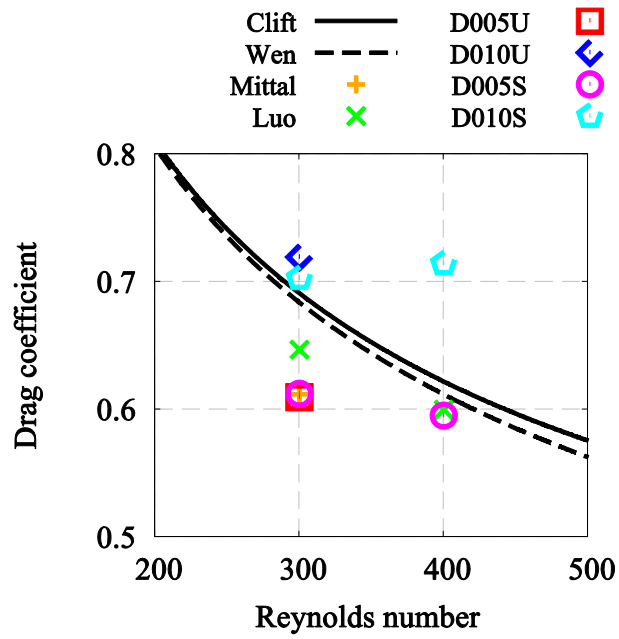


Figure 4.2.1.2 Drag coefficients versus Reynolds number computed using the proposed model (red and blue symbols), drag model (black lines) and previous models (orange and green symbols).

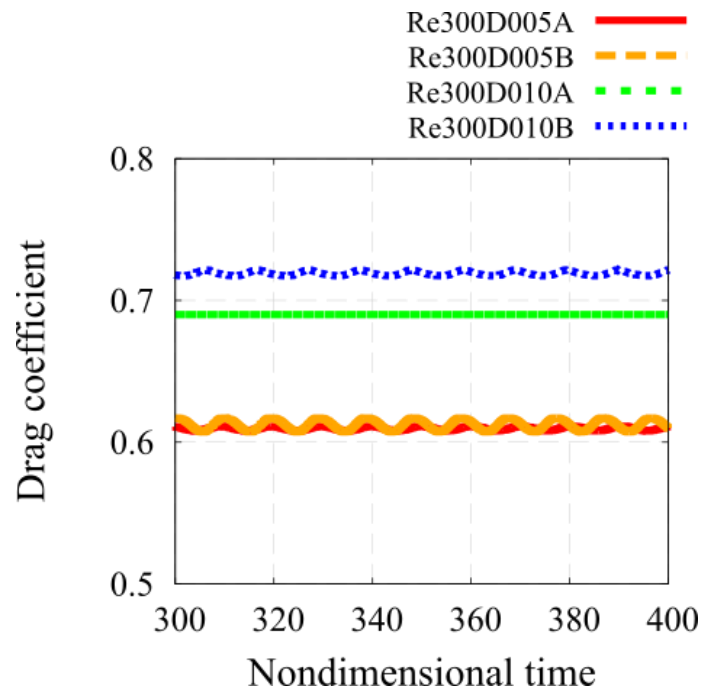


Figure 4.2.1.3 Variation of drag coefficient at $Re = 300$.

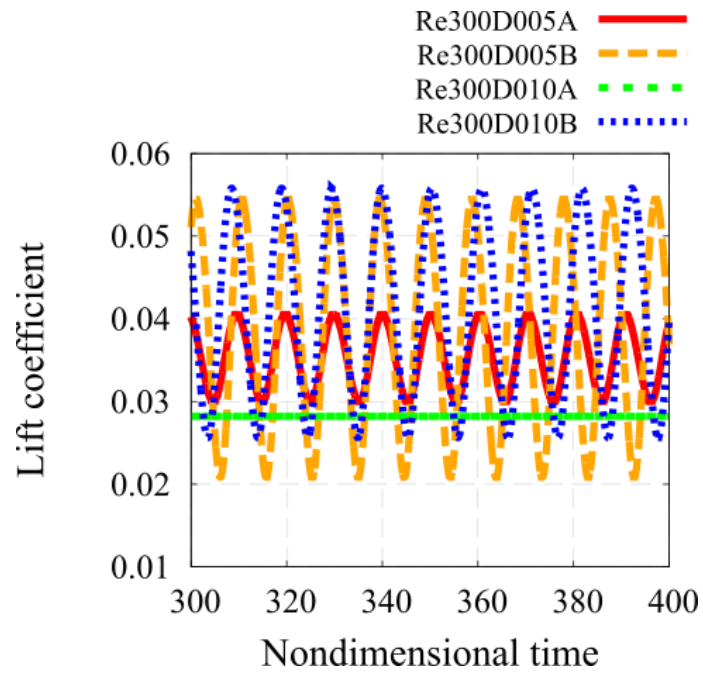


Figure 4.2.1.4 Variation of lift coefficient at $Re = 300$.

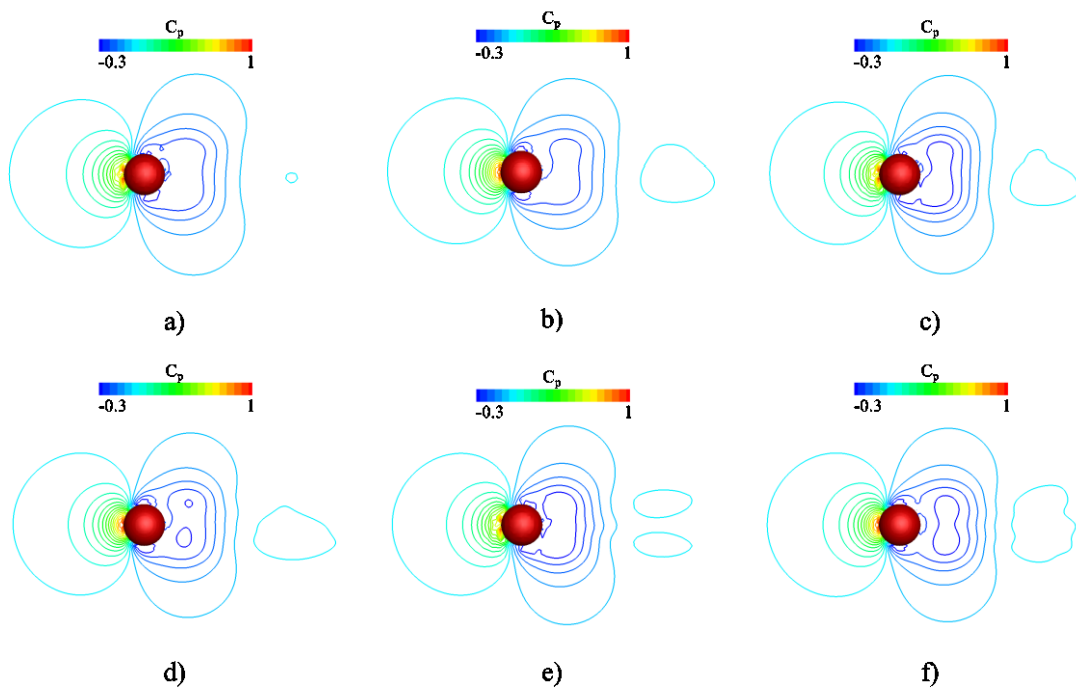


Figure 4.2.1.5 Time-averaged pressure coefficient distributions; (a) Re300D010U, (b) R300D005U, (c) R300D010S, (d) R300D005S, (e) R400D010S, (f) R400D005S.

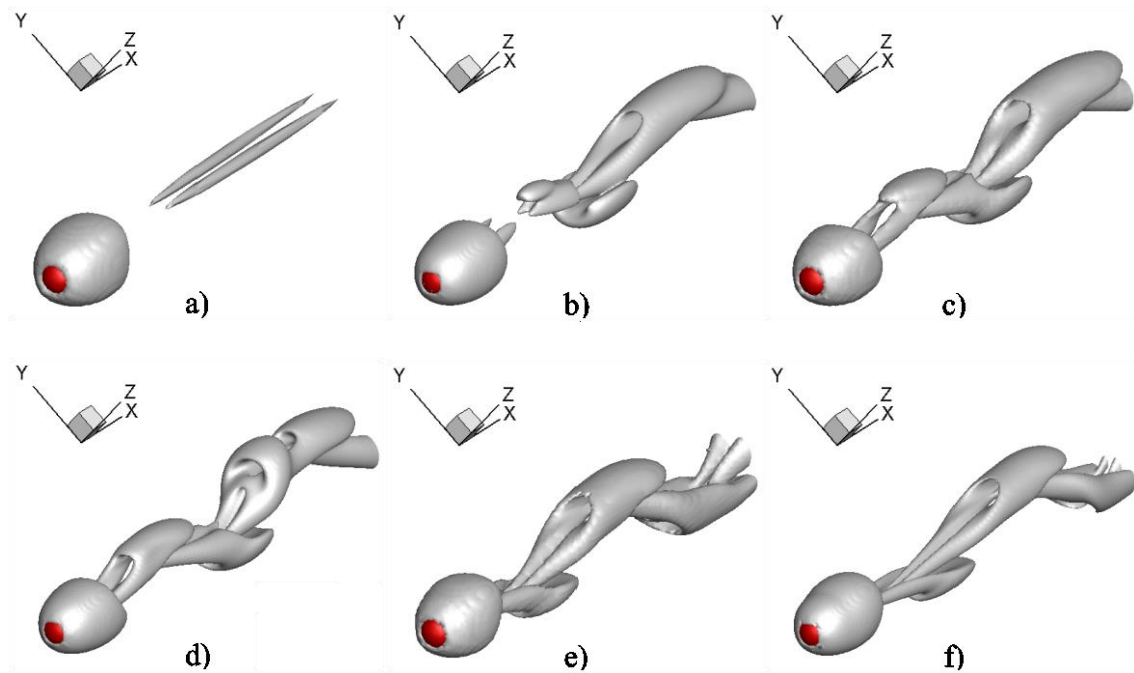


Figure 4.2.1.6 Instantaneous distributions of second invariant of velocity tensor. ($Q = 1.0 \times 10^{-3}$); (a) Re300D010U, (b) R300D005U, (c) R300D010S, (d) R300D005S, (e) R400D010S, (f) R400D005S.

4.2.2 単体微粒子が壁面と衝突する流れの解析

単体微粒子が落下運動して壁面と衝突する流れ場を既存の実験 (Eames et al. 2000) と数値解析の結果 (Vanella et al. 2009) と比較を行い、衝突時の流れ場への影響を検証する。本解析では埋め込み境界法を用いることで物体の運動を考慮した解析ができるが、物体の距離が近づき物体間の流体セルがなくなる場合や逆に離れる際に流体セルが現れる場合には解析が不安定なる可能性がある。本解析手法で用いたゴーストセルの取り扱いで安定的に解析が行えているかも調査する。

4.2.2.1 解析条件

本解析では、代表速度を落下速度 $U=1$ 、代表長さを微粒子の直径 $D=1$ として値は全て無次元化して取り扱う。計算格子幅は微粒子の直径に対して $0.05D$ (D005) と $0.1D$ (D010) とする。また、計算領域と初期の微粒子と壁面高さの位置を図 4.2.2.1 に示す。その他の計算条件は既存の解析 (Vanella et al. 2009) を参考にした。

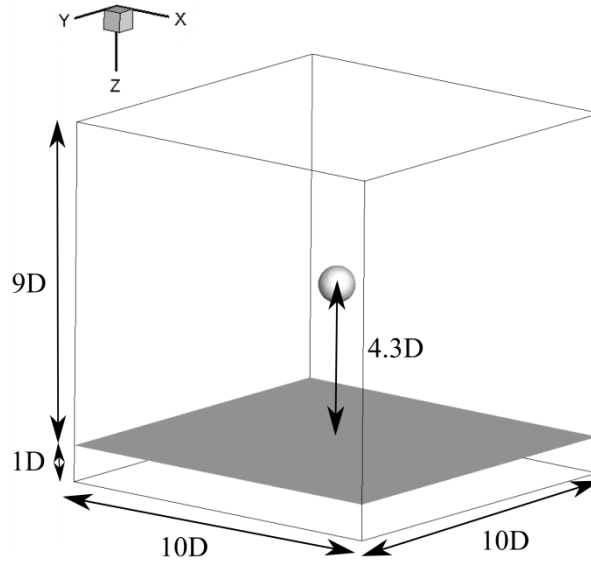


Figure 4.2.2.1 Computational domain. The white object and gray plate represent particle and flat wall, respectively.

4.2.2.2 解析結果

図 4.2.2.2 に微粒子が壁面と衝突した際の渦度分布を示す。微粒子の後流と微粒子と壁面との領域に渦が形成されており、既存の実験や数値解析の結果と同様の分布を示す。また D005 は D010 に比べて詳細な渦構造を捉えられている。ここで、衝突した点において微粒子と壁面が結合して可視化されているが、計算手法ではなく可視化手法の影響によるものである。そのため D005 では結合する領域が小さく可視化される。また図 4.2.2.3 に微粒子が壁面と衝突した際と跳ね返った際の渦度分布を図に半分ずつ示す。D005 では既存の数値解析結果と良い一致を示す。微粒子が跳ね返った後の後流の領域における渦は壁面近傍で形成された渦と干渉することで落下時の後流の分布とは異なる分布を示す。後流領域においては微粒子表面から負・正・負方向の渦の分布を示しており、表面近傍の負方向の渦は剥離の影響、微粒子の周りの正方向の渦は、落下時に形成した渦との干渉、壁面近傍の渦は落下時に形成した渦によるものだと考えられる。

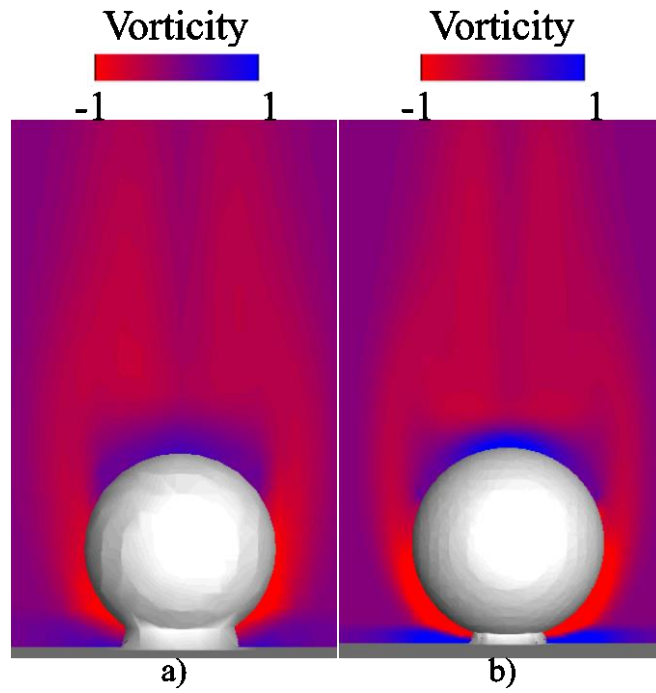


Figure 4.2.2.2 Vorticity distributions at the particle–flat wall collision; (a) D010, (b) D005.

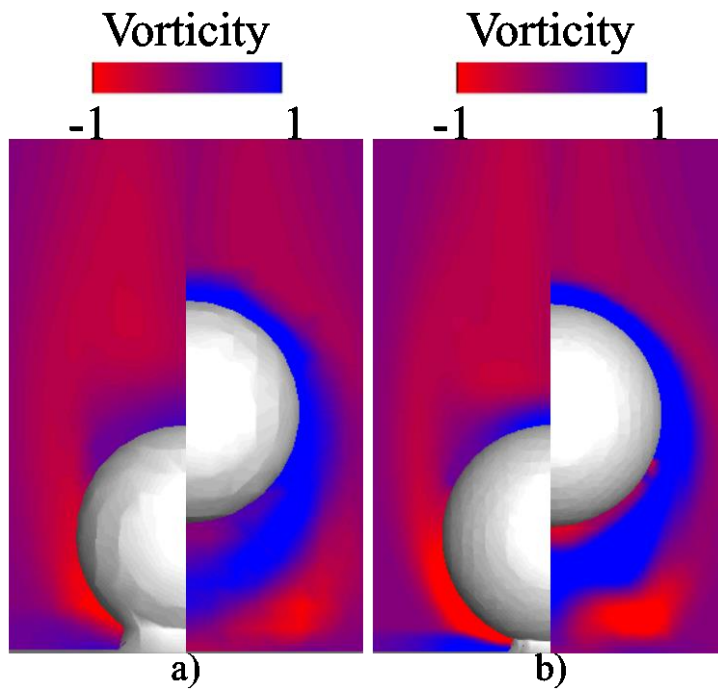


Figure 4.2.2.3 Vorticity distributions at the collision of the particle with the wall and at the rebound of the particle; (a) D010, (b) D005.

4.2.3 微粒子同士が衝突する流れの解析

4.2.2 では運動する物体と静止する物体における解析条件の検証を行ったが、本節では互いに運動する物体が衝突する際の検証を行う。微粒子が等速運動した後、反対方向から逆向きに等速運動してくる微粒子と衝突する流れ場を既存の数値解析の結果（Griffith et al. 2011）と比較を行い、衝突時の流れ場への影響を検証する。

4.2.3.1 解析条件

本解析では、代表速度を微粒子速度 $U=1$ 、代表長さを微粒子の直径 $D=1$ として値は全て無次元化して取り扱う。計算格子幅は微粒子の直径に対して $0.05D$ (D005) と $0.1D$ (D010) とする。また、計算領域と初期の微粒子の位置関係を図 4.2.3.1 に示す。その他の計算条件は既存の解析（Griffith et al. 2011）を参考にした。

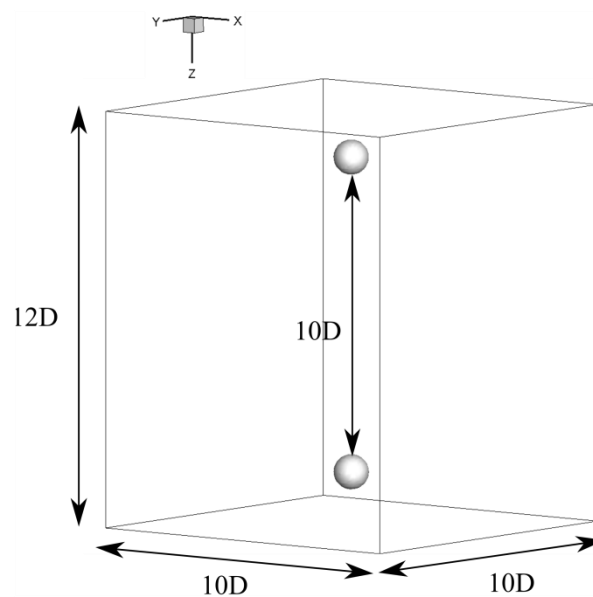


Figure 4.2.3.1 Computational domain.

4.2.3.2 解析結果

図 4.2.3.2 に微粒子が壁面と衝突した際の渦度分布を示す。後流の双子渦や剥離領域が形成する傾向は既存の数値解析結果と同様である。図 4.2.3.3 に D050 における衝突した瞬間からの時間履歴の分布を示す。時間は代表速度と代表長さで無次元化した無次元時間で示す。衝突後に微粒子は逆向きに運動をし始めて微粒子同士は離れる。図 4.2.3.3 (b) では微粒子が離れた直後であり流れ場に形成されていた渦とは逆向きの渦が微粒子の周りに形成される。これ

は微粒子の進行方向が逆向きになったため微粒子表面の渦の向きが逆転したためである。また図 4.2.3.3 (c)では新たに微粒子表面で形成された渦が衝突するまでに形成した渦と干渉しながら発達し、後流においては衝突した微粒子の後流と干渉し流れ場は乱れる。

4.2.4 まとめ

非圧縮性流体解析コードにおける検証を行った。単体静止微粒子周り流れの解析では本解析コードで用いる2次精度 skew-symmetric scheme の妥当性を流体力と後流渦の結果から確認した。微粒子と壁面が衝突する流れの解析では衝突時と衝突後の流れ場を既存の実験と数値解析結果と比較し同様な傾向を示すことを確認した。また微粒子同士が衝突する流れの解析では衝突時の流れ場を既存の数値解析結果と比較し同様な傾向を示すことと衝突現象を安定的に解析できることを確認した。さらに、計算格子幅は本解析が対象とする流れ場の条件では D005 で流れ場の特性を把握できることを確認した。

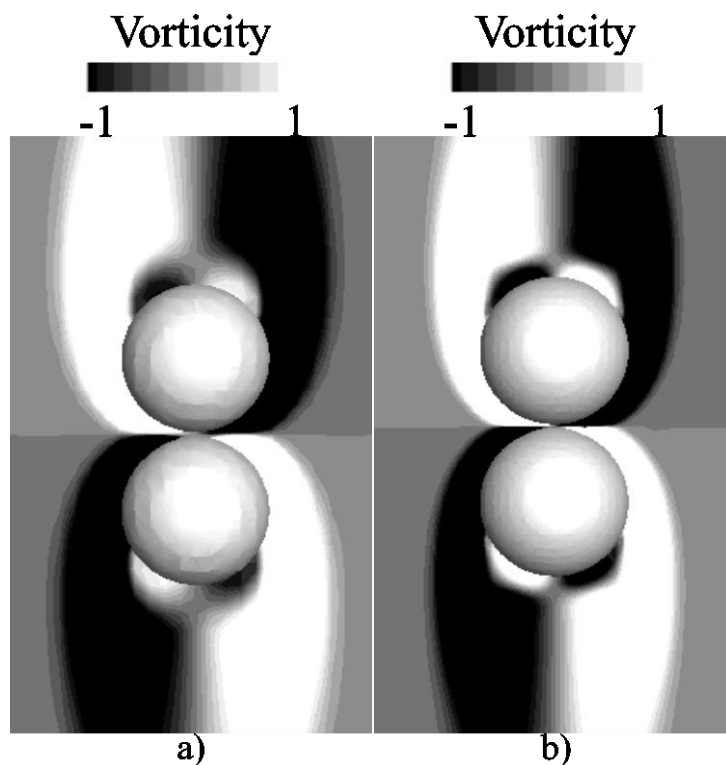


Figure 4.2.3.2 Vorticity distributions at the particle-particle collision; (a) D010, (b) D005.

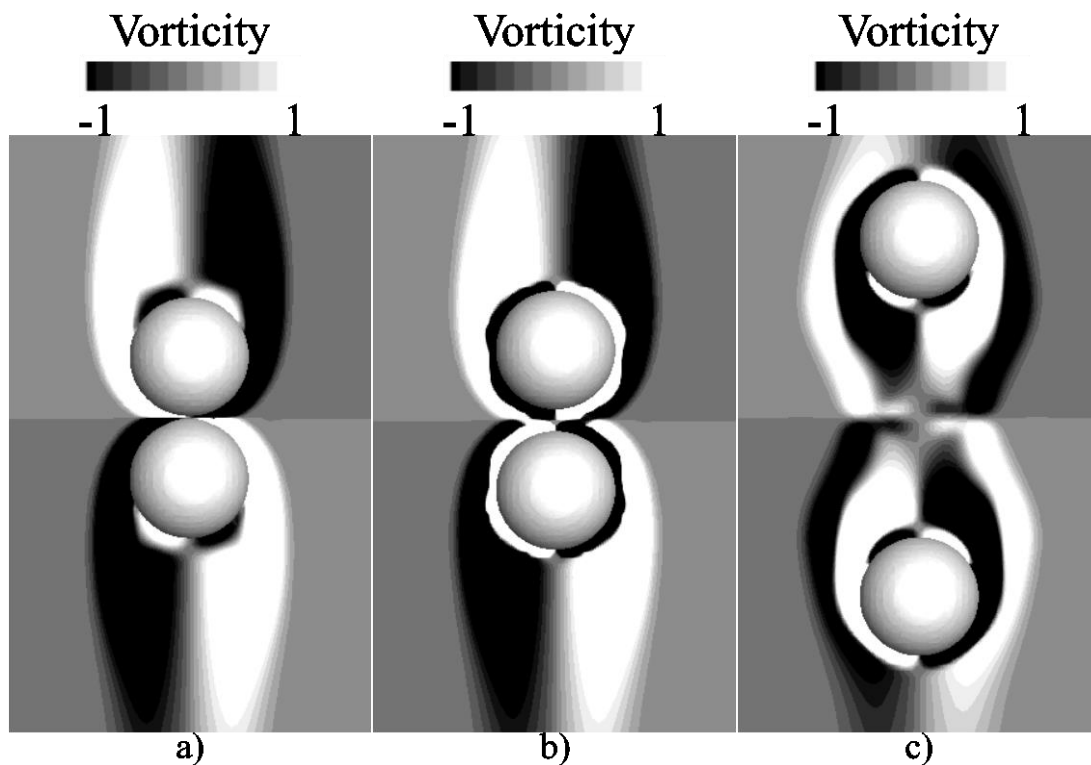


Figure 4.2.3.3 Vorticity distributions during a particle–particle collision; (a) $t^* = 0.0$, (b) $t^* = 0.1$, (c) $t^* = 1.0$.

4.3 非圧縮性流体の固気混相流解析

多数の微粒子が壁面と衝突する非圧縮性流体の固気混相流解析についてまとめる。

4.3.1 壁面と衝突を伴う固気混相流解析

一様流によって投射される微粒子が壁面と衝突し跳ね返る際の現象を流体と物体の運動連成解析を行う。従来解析手法である流体から微粒子への影響のみを考慮する one-way 型手法と本解析手法である流体と微粒子の相互の影響を考慮する two-way 型手法で解析結果の比較を行い、本解析手法の優位性を確認する。さらに、投射される微粒子数を変化させて流れ場や微粒子の運動挙動の傾向と現象把握を行った。

4.3.1.1 解析条件

本解析では、代表速度を一様流 $U=1$ 、代表長さを微粒子の直径 $D=1$ として値は全て無次元化して取り扱う。Reynolds 数は代表速度と微粒子が跳ね返る際の微粒子速度の相対速度（落下時の速度の変化は小さいものとする）と流体の密度、粘性係数、代表長さから求めた $Re =$

400 とする．図 4.3.1.1 に計算領域を示す．各軸方向の長さは $25.6D \times 25.6D \times 25.6D$ として，灰色の平面が $z = 1D$ にある壁面の表面を示す．一様流は z 軸面の + 面（図上では上面）から流入する．さらに，同一面から多数の微粒子も投射される．ここで，微粒子は初め計算領域外 ($z > 25.6D$) にランダムに配置されており，計算開始に合わせて一様流と同じ速度で等速運動し，計算領域に進入する．計算格子は各軸方向に $512 \times 512 \times 512$ の計 134,217,728 点の等間隔直交格子とする．計算格子幅は球直径に対して 20 分割の $0.05D$ とする．外部境界条件は x と y 軸面の圧力と z 軸の上面の速度成分を Dirichlet 条件，その他の各面と値に対しては Neumann 条件として与える．微粒子と壁面は剛体として扱う．微粒子間並びに微粒子と壁面間における衝突では，反発係数 $e = 1$ として評価する．投射する微粒子数 N_p は 50, 100, 200 と 500 の計 4 条件とする．ここで各投射粒子数の全体積に対する計算領域の流体の体積を基にした Void 率はそれぞれ 1.74×10^{-3} と 3.49×10^{-3} , 6.99×10^{-3} , 1.74×10^{-2} となる．また従来解析 (one-way 型) 手法と本解析 (two-way 型) 手法の結果をそれぞれ scheme A と scheme B として表 4.3.1.1 にまとめる．ここで scheme A においては微粒子がない流れ場の定常な流れ場の解を初期の流れ場として与えて計算を行う．さらにその定常な流れ場から算出した流体力を基に微粒子の運動解析を行う．その他の微粒子の初期配置などの条件は全て同じである．また計算は全ての微粒子が計算領域外に放出された時に終了する．

計算機は東北大学，サイバーサイエンスセンターの SX-ACE を用いて行った．ノード数 4，並列数 16 の MPI 並列のみで解析を行う，必要とした CPU 時間を表 4.3.1.2 に示す．また領域分割は x と y 軸方向にそれぞれ 2 分割， z 軸方向に 4 分割とした．

Table 4.3.1.1 Test cases

Scheme	Number of particles	Void fraction	Case
A	50	1.74×10^{-3}	A050
	100	3.49×10^{-3}	A100
	200	6.99×10^{-3}	A200
	500	1.74×10^{-2}	A500
B	50	1.74×10^{-3}	B050
	100	3.49×10^{-3}	B100
	200	6.99×10^{-3}	B200
	500	1.74×10^{-2}	B500

Table 4.3.1.2 CPU times.

Case	CPU Time (s)
A050	24,966
A100	24,538
A200	26,742
A500	26,214
B050	21,369
B100	23,787
B200	25,996
B500	26,384

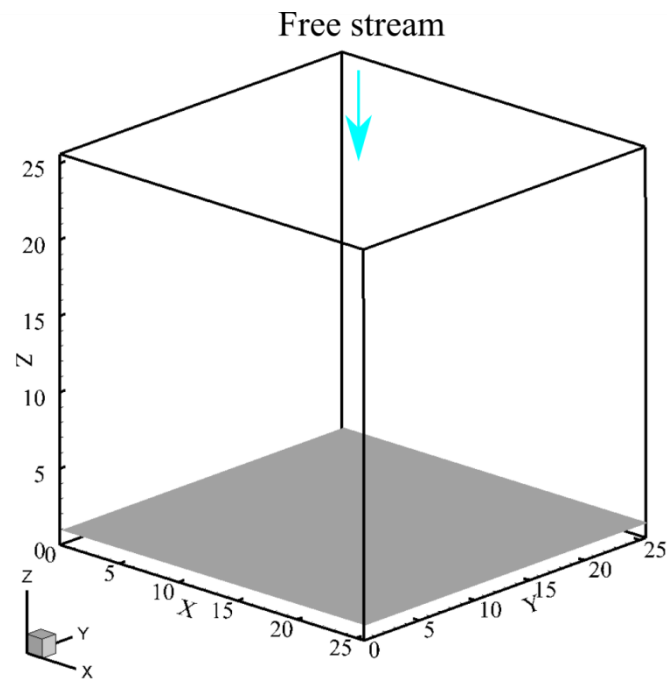


Figure 4.3.1.1 Computational domain.

4.3.1.2 解析結果

scheme B の各ケースにおける速度勾配テンソルの第2不変量 (Q 値) の等値面の瞬時場を図 4.3.1.2–4.3.1.5 に示す。等値面の色は速度の絶対値を示す。代表長さと同代表速度を基にした無次元時間 t^* とすると、微粒子が壁面と衝突と跳ね返り運動をしている $t^* = 40$ と微粒子が跳ね返り運動によって他の微粒子や再び壁面と衝突運動する $t^* = 50$ を各図の a) と b) に示す。微粒子は壁面と衝突して跳ね返ると一様流の方向と自身の運動方向が逆向きになることで相対

速度が生じる。時間経過と共に後流に渦が生成されて、その渦同士で干渉し合うことで壁面近傍では複雑な流れ場を形成する。さらに、粒子数が多いケースほど流れ場（渦）が発達していることから、各微粒子の後流が互いに影響を及ぼしていることが考えられる。また、多くの微粒子が単に z 軸方向に跳ね返るだけでなく、様々な方向に跳ね返っていることが確認できる。これは、一様流が壁面に沿って流れることで壁面近傍では x と y 軸方向の流れが形成されることと微粒子間の衝突が生じているためである。

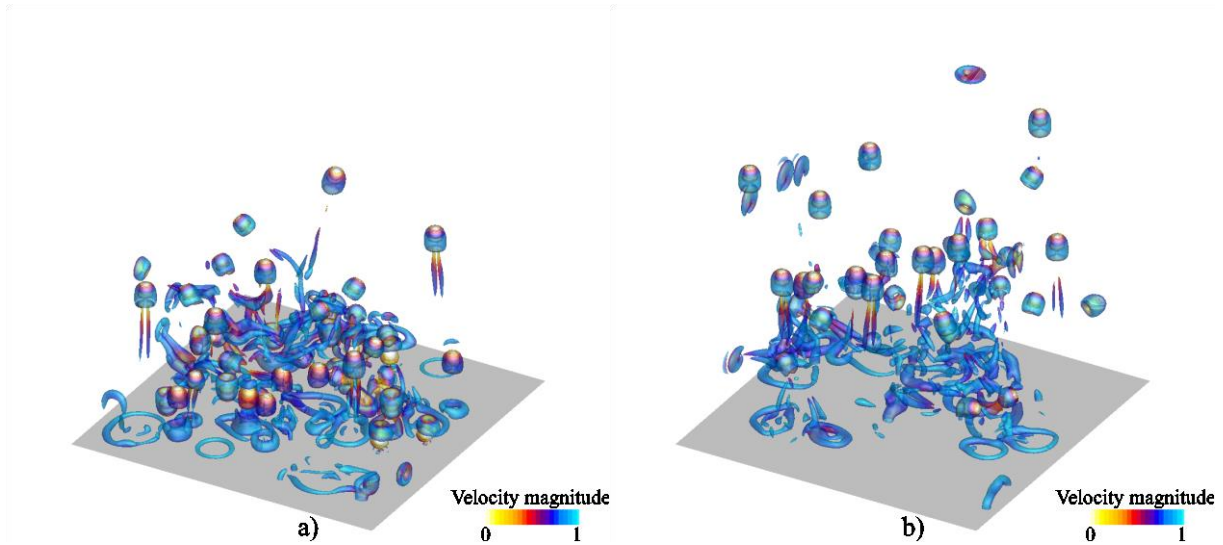


Figure 4.3.1.2 Instantaneous distribution of second invariant of velocity tensors ($Q = 0.1$) for scheme B050. The color of the isosurface represents the magnitude of the velocity.

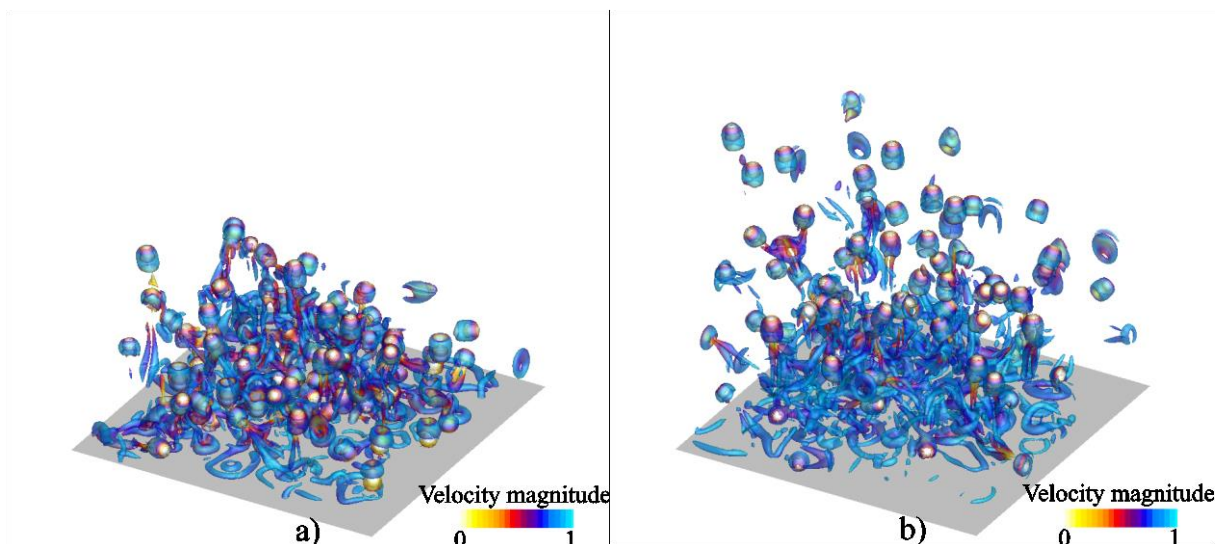


Figure 4.3.1.3 Instantaneous distribution of second invariant of velocity tensors ($Q = 0.1$) for scheme B100. The color of the isosurface represents the magnitude of the velocity.

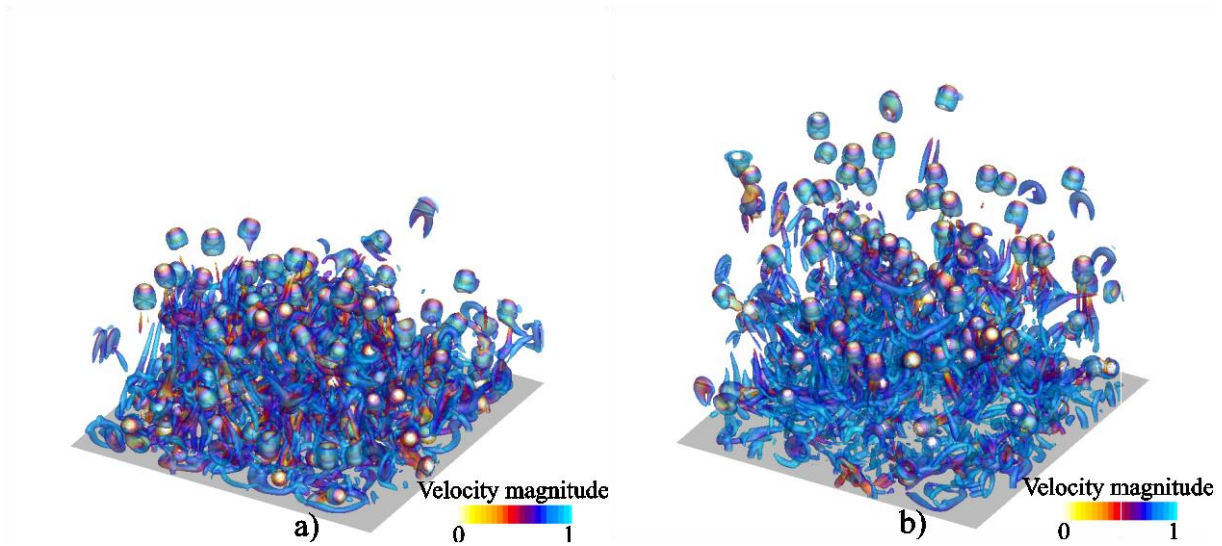


Figure 4.3.1.4 Instantaneous distribution of second invariant of velocity tensors ($Q = 0.1$) for scheme B200. The color of the isosurface represents the magnitude of the velocity.

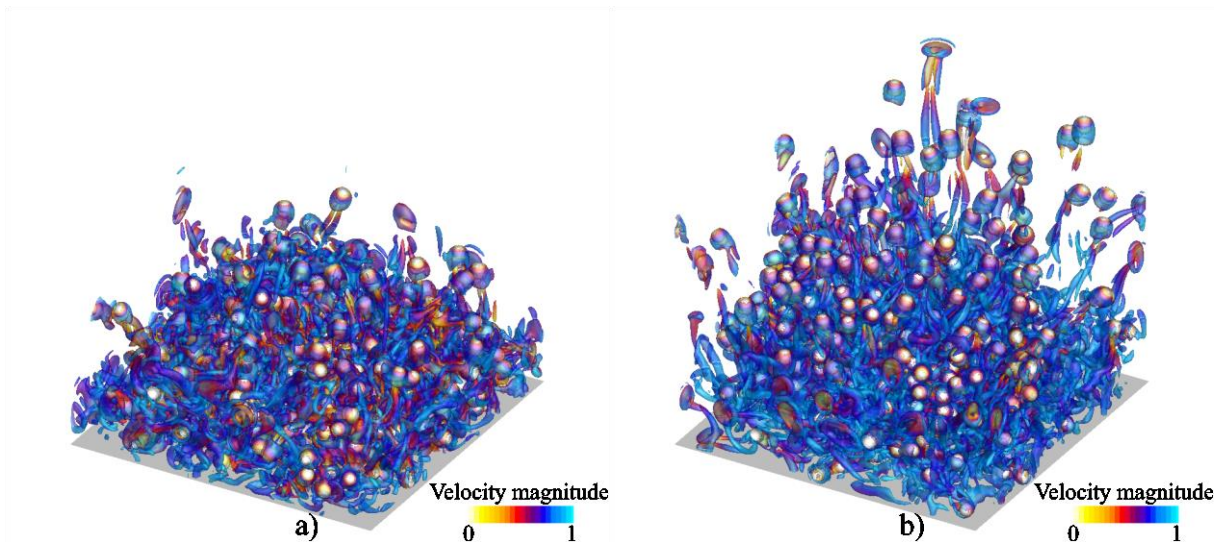


Figure 4.3.1.5 Instantaneous distribution of second invariant of velocity tensors ($Q = 0.1$) for scheme B500. The color of the isosurface represents the magnitude of the velocity.

図 4.3.1.6 に a) A050 と b) B050 の同時刻における速度の絶対値の断面分布の瞬時場を示す。A050 では流れ場を定常な流れとして時間的変化がない分布として評価する。これは微粒子から流れ場の影響を考慮しない one-way 型の解法の特徴であり、微粒子の運動は Lagrangian 的に評価される。流体の速度は壁面に近づくにつれて減速するような分布を示す。これは壁面での粘性の影響によるものである。さらに計算領域の中央部から外側に向けても速度の減速が確認でき、噴流のような中央部で高速域、遷移領域で低速域になる分布と同様な傾向を示すことから外部境界条件の影響も小さいと考えられる。一方、B050 では流れ場と微粒子で相互に作用する two-way 型の解法ため A050 の分布とは異なり、乱れた分布を示す。この乱れは

図 4.3.1.2 で示した微粒子の運動により生成された渦やその渦同士の干渉によるものである。ここで、微粒子の分布に着目すると初期の配置は同じにも関わらず差異が生じており、これは微粒子に作用する流体力の違いや流れ場の分布が異なるためである。

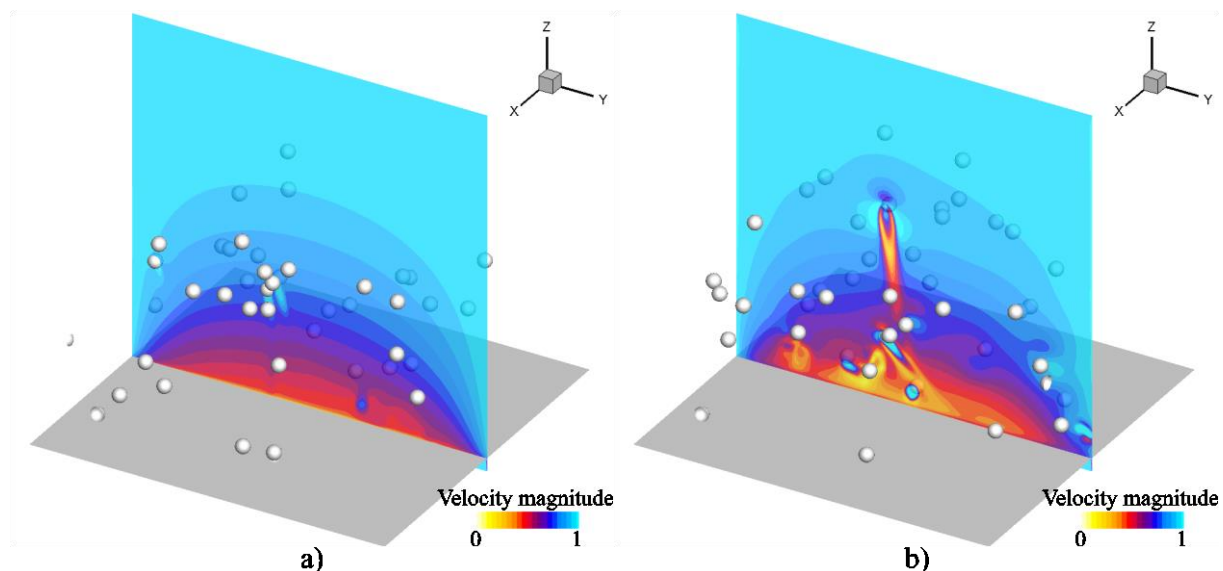


Figure 4.3.1.6 Flow distributions for schemes A050 (a) and B050 (b). The color map indicates the magnitude of the velocity.

図 4.3.1.7 に計算終了時まで計算領域内のある高さに計測点 $z = 5D, 10D, 15D$ を通過した微粒子の個数 N_{p2} のグラフを示す。全ての条件で投射した微粒子の個数に比べて計測点における微粒子の個数が少ないことがわかる。これは計測点に達する前に計算領域外に放出されたことを示しており、微粒子が流れ場や他の微粒子との干渉や衝突によって様々な方向に運動していることが言える。また、各計測点における傾きも異なり $z = 5D-10D$ では投射した個数の半分が通過し、 $z = 15D$ でさらに半分以下の微粒子しか通過していないことがわかる。scheme A と B では違いがあり、初期配置が同じことから流れ場の変化の影響による差であることが示唆できるため、より複雑な流れ場になるとこの差は大きくなることが考えられる。

図 4.3.1.8 に各計測点 $z = 5D, 10D, 15D$ を通過した際の微粒子の壁面に鉛直方向成分の運動エネルギー $e_n = \sum 0.5pp(w_{p2})$ の衝突前後の比のグラフを示す。ここで、添え字 1 と 2 はそれぞれ衝突前（落下時）と衝突後（跳ね返る時）を示す。 Σ は通過した微粒子の総和を示す。縦軸の値が 1.0 であれば衝突前後で運動エネルギーに変化がないことを意味するが全てのケースで衝突後のエネルギーが小さくなっている。これは微粒子が計算領域内の計測点まで跳ね返っていないため衝突前後の微粒子数の変化の影響である（図 4.3.1.7）。投射した微粒子が

多いケースほど衝突前後のエネルギーに大きな差が生じている。特に $N_p = 200$ や 500 では $z = 5$ の地点で半分以下になっていることから、壁面近傍でより多くの微粒子の鉛直方向エネルギーが減少していることが言える。これは、壁面近傍で微粒子間の衝突が頻繁に起きていることが影響していると考えられる。scheme の違いにおいては、 $N_p = 050$ や 100 の微粒子数が少ない条件で差が顕著に現れるため、微粒子間の衝突による影響に比べて scheme B では評価していない流れ場の乱れの影響が強くなり微粒子の運動エネルギーに差が生じたと考えられる。

図 4.3.1.9 に各計測点 $z = 5D, 10D, 15D$ を通過した際の微粒子の壁面に並行方向成分の運動エネルギー $e_t = \sum 0.5\rho p(u_{p2} + v_{p2})$ に対して各計測地点を通過した微粒子数で割った際のグラフを示す。ここで、添え字 2 は衝突後（跳ね返る時）を示す。 Σ は通過した微粒子の総和を示す。衝突前の並行方向成分の運動エネルギー e_t の値は基本的に 0 の値か非常に小さい値を示す。これは x と y 軸方向の初期速度成分は 0 であり、落下する際に流れ場や他の微粒子との干渉によって値が変化するためである。全ての条件で計測点が壁面に近い点で値が最大を示し、遠ざかると値が減少する傾向があり、これは通過した微粒子の総和が小さくなっていることが影響している。ただし、落下時には生じない水平方向の運動エネルギーが生じていることは確認できるため微粒子の運動が複雑な挙動を示していることがわかる。scheme の違いにおいては、各条件で差が生じており、これにより通過する微粒子数に違いが生じたと考えられる。

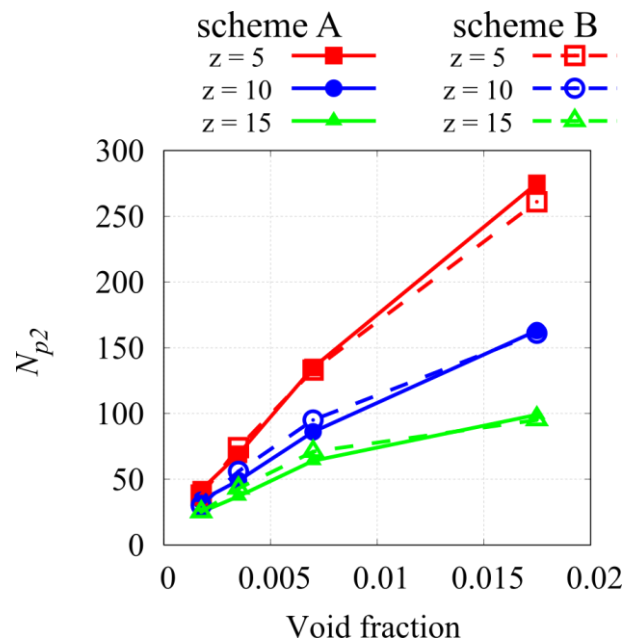


Figure 4.3.1.7 Number of passes of the multiple particles.

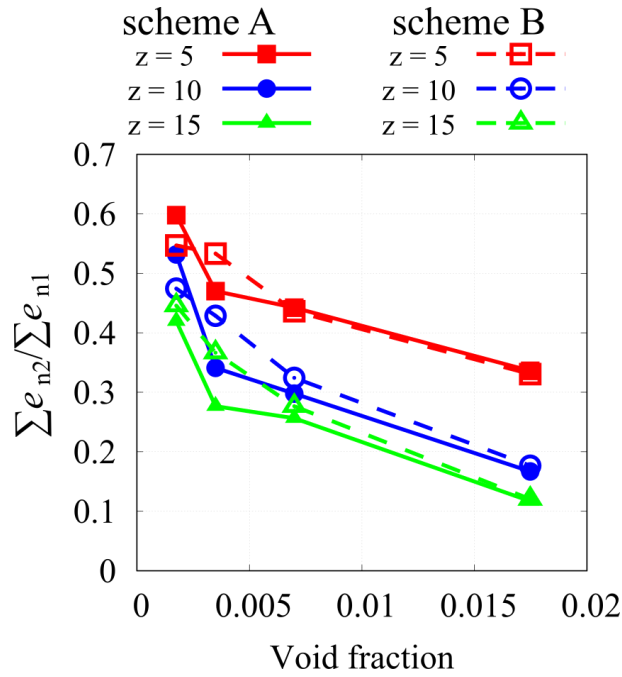


Figure 4.3.1.8 Kinetic energy of rebounding particles, where the energy is $e_n = 0.5\rho p(w_{p2})$.

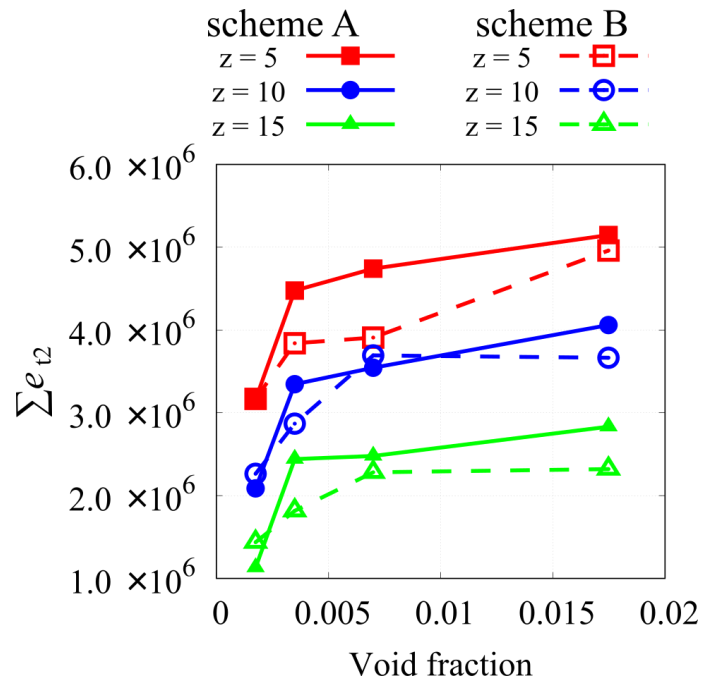


Figure 4.3.1.9 Kinetic energy of rebounding particles, where the energy is $e_i = 0.5\rho p(u_{p2} + v_{p2})$.

図 4.3.1.10 に壁面に衝突した微粒子数 N_c を投射した微粒子数 N_p で正規化した図を示す。縦軸の値が 1 以上であるため、各微粒子は複数回衝突をしていることがわかる。これは、一度壁面と衝突した微粒子が他の微粒子と衝突し再び壁面と衝突する場合や壁面近傍における一様流の影響により微粒子が壁面に何度も衝突しながら計算領域外に放出される場合が考え

られる。また scheme 間で差異があることが確認でき、実際のショットピーニング加工の現象を予測する際に用いる手法によって予測値が異なることが考えられる。

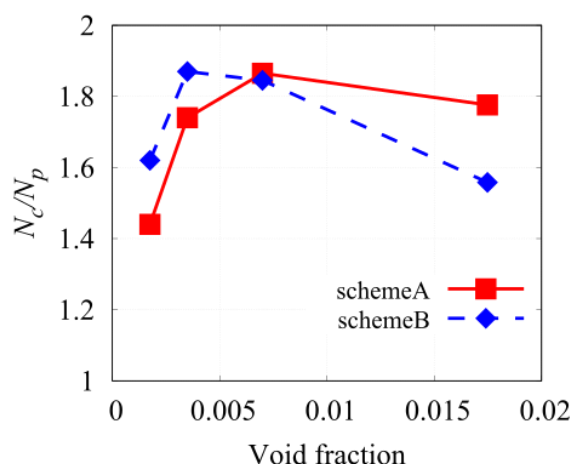


Figure 4.3.1.10 Number of collisions between the wall and the many particles. Red and blue plots pertain to scheme A and B, respectively.

図 4.3.1.11 に壁面に衝突した微粒子の分布を示す。色が濃い点ほどその格子点で衝突した回数が多いことを示す。ランダムに微粒子を投射しているため衝突分布においても壁面にランダムに衝突する。しかしながら、投射する微粒子数が同じであれば微粒子の初期配置が同じにも関わらず各 scheme で得られた衝突分布が明らかに異なることが確認できる。ただし、同じ点で衝突していることもあり、これは微粒子が衝突し始めた最初の時間に生じた点であることが考えられる。

4.3.2 まとめ

多数微粒子が壁面と衝突する現象に対して、従来手法である one-way 型と本解析手法である two-way 型の異なる解法で非圧縮性固気混相流解析を行った。流れ場の条件と微粒子の初期配置は同じ条件として設定した。本解析結果では、一様流と微粒子の干渉によって渦が形成され、壁面近傍で複雑な流れ場となることを確認した。従来手法では、この渦の影響を評価できないため微粒子の運動特性の予測値に違いが生じることを確認した。微粒子が壁面と衝突後の運動に特性においても、投射する微粒子数が多い条件ほど差異が大きく、多くの微粒子が壁面近傍で計算領域外に放出されることを確認した。壁面近傍の流れ場や微粒子の運動挙動が異なることから微粒子が壁面と衝突する回数や分布にも差異が生じることを確認した。

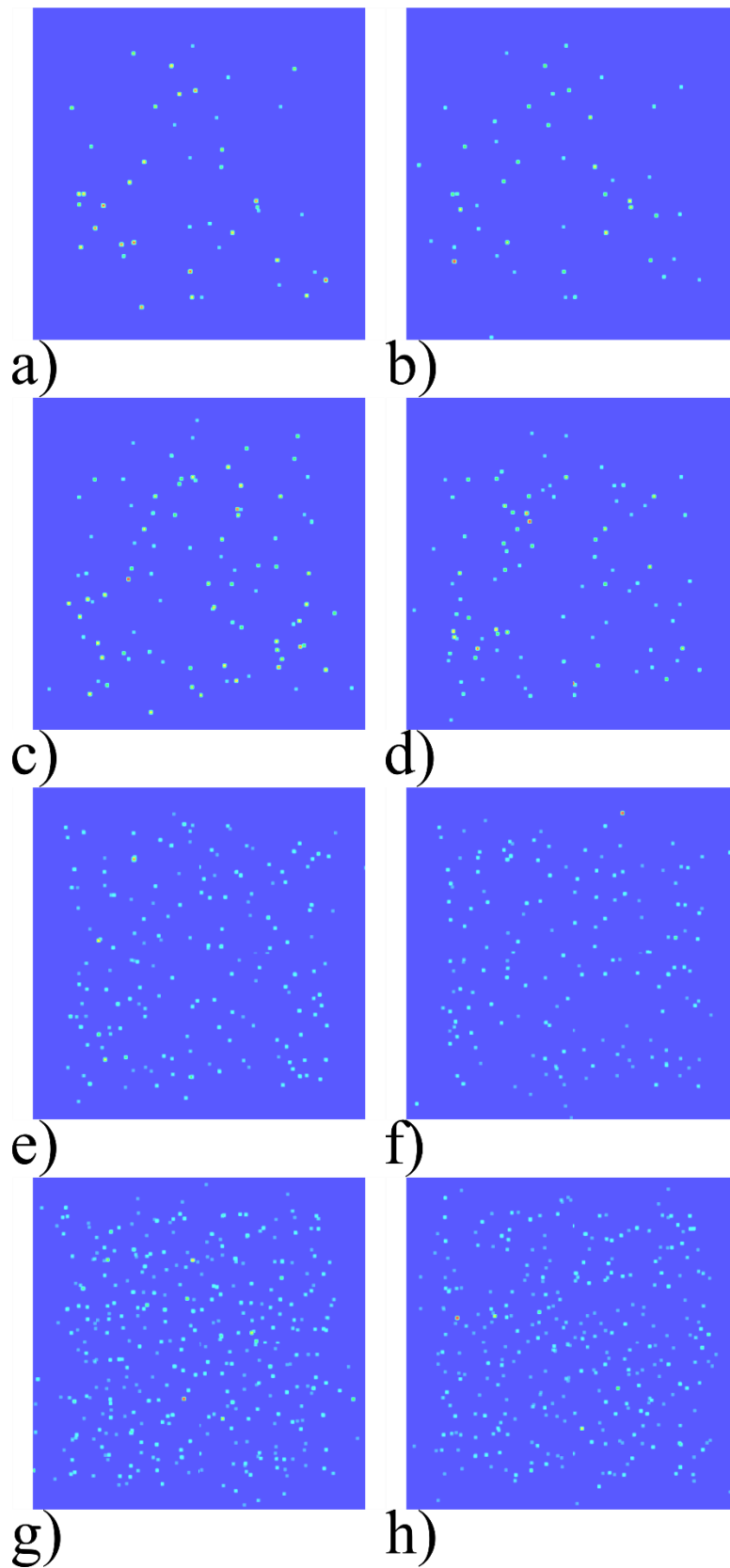


Figure 4.3.1.11 Distribution of collisions on the wall in schemes A050 (a), B050 (b), A100 (c), B100 (d), A200 (e), B200 (f), A500 (g) and B500 (h).

4.4.1 構造解析と剛体接触モデル

構造解析で用いる剛体の微粒子と構造物の接触モデルについて検証を行った。用いる接触モデルによって連成解析の結果に影響を及ぼすと考えられるため、高精度かつ低コスト（計算の容易さ）の手法である必要性がある。そこで、新たに提案した剛体接触モデル（RCM）と従来手法である Hertz モデルや理論値と比較することで RCM の精度の検証を行った。

4.4.1.1 解析条件

本構造解析を行うにあたって有次元として各諸量を扱う。計算コストの削減と現象に対象性があることから軸対象として 1/4 モデルで解析を行う（図 4.4.1.1）。微粒子は直径 2.36 mm の剛体球として扱い、一定の速度 16, 32 と 64 m/s で押し込まれるとする。解析対象となる構造物はアルミの材料特性値を与えて計算モデルの大きさは 7.5×7.5×5.1 mm とする。その他の条件を表 4.4.1.1 と各計算ケースを表 4.4.1.2 まとめる。

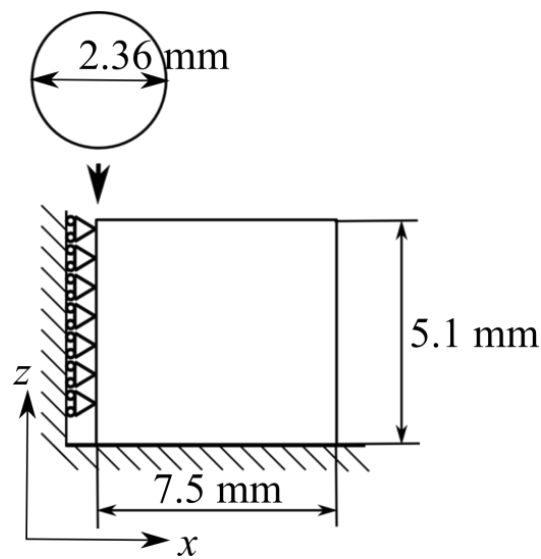


Figure 4.4.1.1 Computational model.

Table 4.4.1.1 Computational conditions.

Parameter	Unit	Value
Young's Modules	GPa	74.43
Poisson's ratio	-	0.34
Density	kg/m ³	2810
<i>x</i> - and <i>y</i> -axes	mm	7.5
<i>z</i> -axis	mm	5.1
Particle diameter	mm	2.36
Particle mass	kg	5.37×10^{-5}
Particle velocity	m/s	16, 32, 64

Table 4.4.1.2 Test cases.

Contact model	Element size mm	Velocity m/s	Case		
Hertz	1.5	16	hc16		
		32	hc32		
		64	hc64		
		16	hm16		
		32	hm32		
		64	hm64		
	0.375	16	hf16		
		32	hf32		
		64	hf64		
		Rigid	1.5	16	rc16
				32	rc32
				64	rc64
0.375	16		rm16		
	32		rm32		
	64		rm64		
0.375	16	rf16			
	32	rf32			
	64	rf64			

4.4.1.2 解析結果

図 4.4.1.2 から 4.4.1.4 に微粒子が一番押し込まれた際の z 軸方向の応力成分の分布を示す。衝突した点から構造物の下部に向かって応力の分布が形成されており、その分布は球の衝突速度が大きいケースほど深くまた広く分布する。また構造物表面の変形においても同様に衝突速度が大きいケースほど深くまた広範囲で変形する。これらは、衝突時に微粒子が持つ運動エネルギーが大きく、構造物が受ける衝突エネルギーが大きくなるためである。格子幅の影響は、表面近傍の応力分布に違いや粗いケースで滑らかに分布していないことが確認できるが全体で同様な傾向を示している。RCM は Hertz モデルに比べて、衝突点における押し込み量が大きく、応力の分布も広範囲に分布する。これは、Hertz モデルでは計算要素がない点での表面圧力の分布を考慮していないことと球形状の変形を捉えきれていないことが影響している。

図 4.4.1.5 から 4.4.1.7 に微粒子が一番押し込まれた際の表面応力分布を示す。ここで、黒の実線で Hertz の接触理論から求めた値を示す。衝突点で最大値を示し、外側に向けて値が減少する傾向を示す。格子幅の影響は、粗い格子でも参照点が少ないが傾向は捉えていることが確認できる。ただし、格子幅が 0.75 (m) と 0.375 (f) mm では大きな差はないことが確認できる。一方で、接触モデルで比較すると Hertz モデルに比べて RCM モデルが理論値に近い値を示している。これは、RCM は Hertz モデルで高精度に予測できていない接触面の形状を評価できていることが影響している。

図 4.4.1.8 と 4.4.1.9 に RCM を用いて格子幅 0.375 (f) mm の各微粒子速度のケースに対する接触時間と最大接触力をそれぞれに示す。ここで、参考値として Hertz の接触理論から求めた値を示す。Hertz モデルを用いた場合はこれらの値は理論値と等しくなる。接触時間はどの速度においても定性的かつ定量的に予測できている。一方で、最大接触力においては速度が速くなるにつれて最大値が大きくなる傾向は捉えているが、速度が大きいケースでは理論値との差異が確認できる。これは、Hertz の接触理論では準静的接触の仮定で評価が行われるためである。

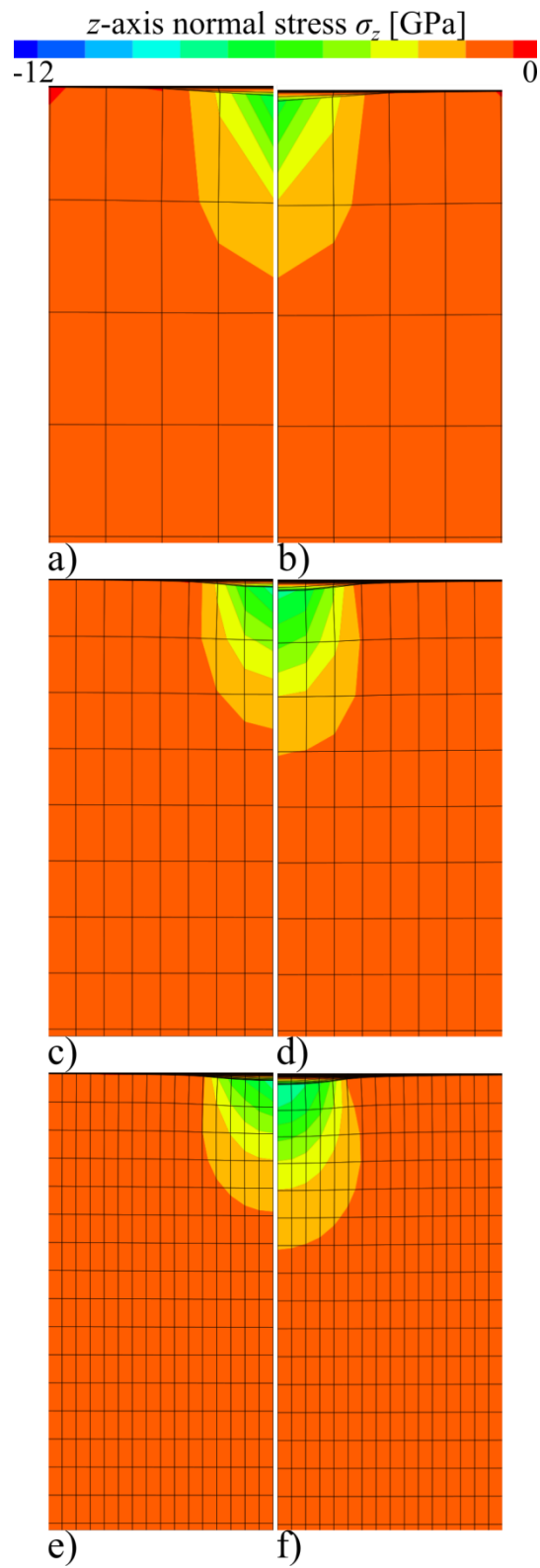


Figure 4.4.1.2 Nominal stress distributions at 16 m/s; hc16 (a), rc16 (b), hm16 (c), rm16 (d), hf16 (e) and rf16 (f).

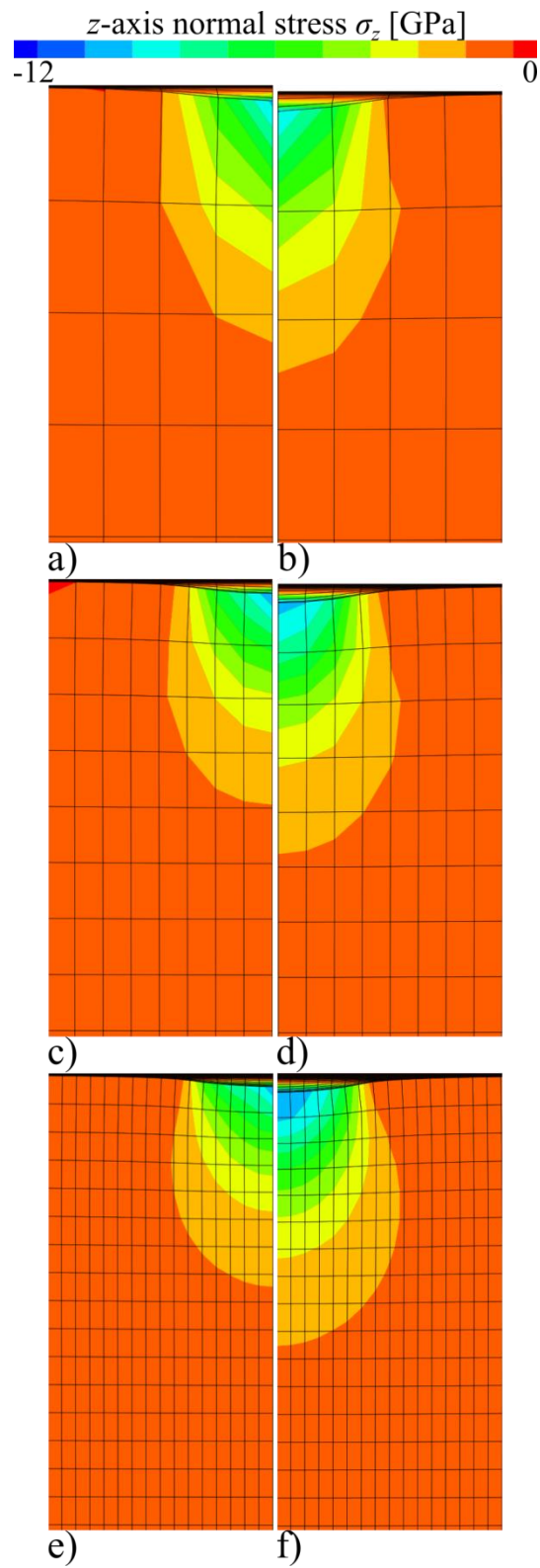


Figure 4.4.1.3 Nominal stress distributions at 32 m/s; hc32 (a), rc32 (b), hm32 (c), rm32 (d), hf32 (e) and rf32 (f).

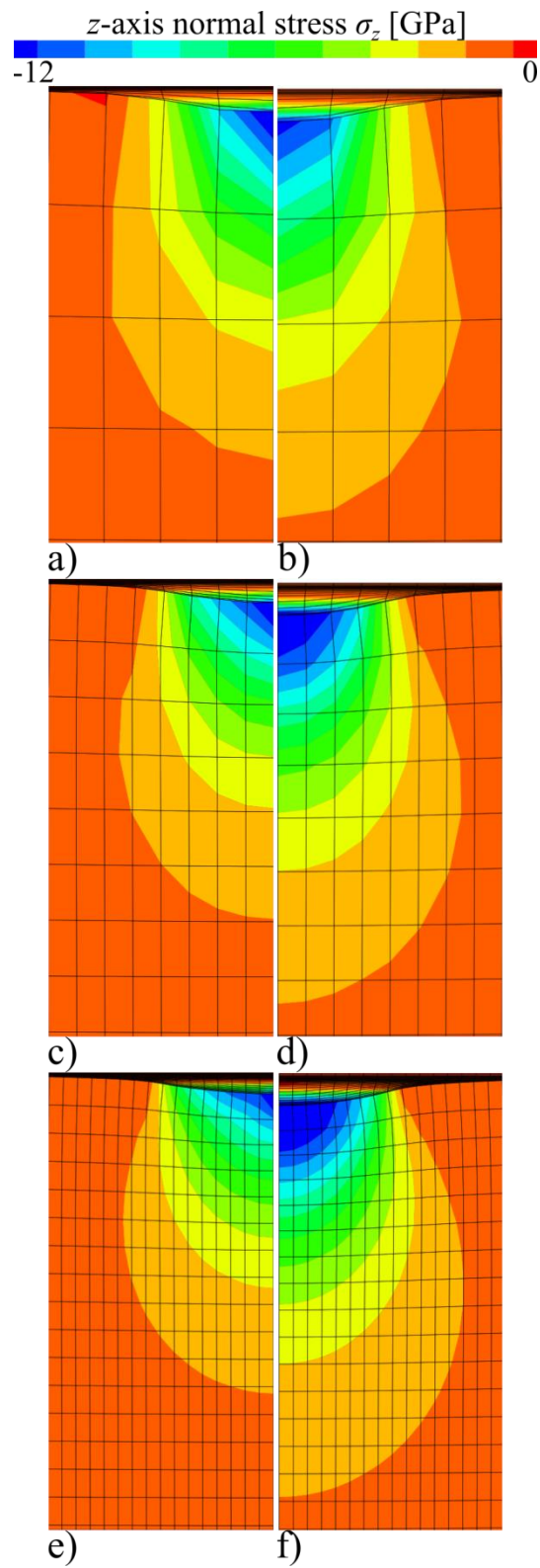


Figure 4.4.1.4 Nominal stress distributions at 64 m/s; hc64 (a), rc64 (b), hm64 (c), rm64 (d), hf64 (e) and rf64 (f).

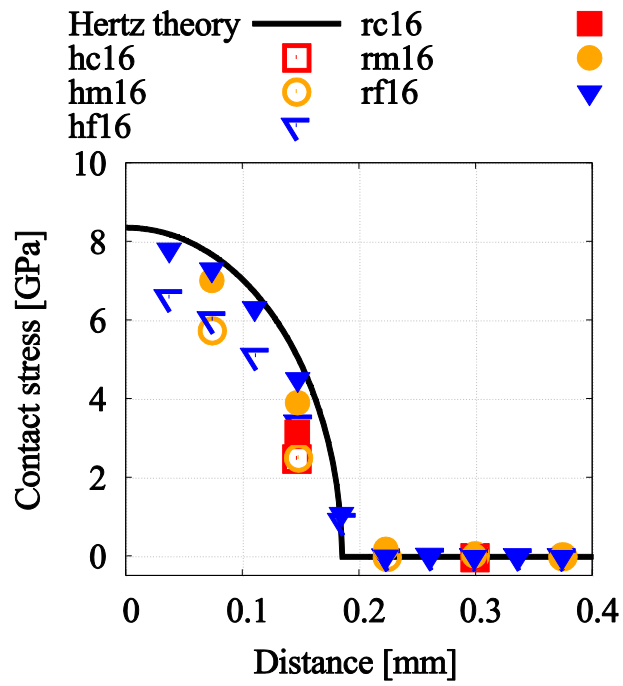


Figure 4.4.1.5 Contact stress at 16 m/s.

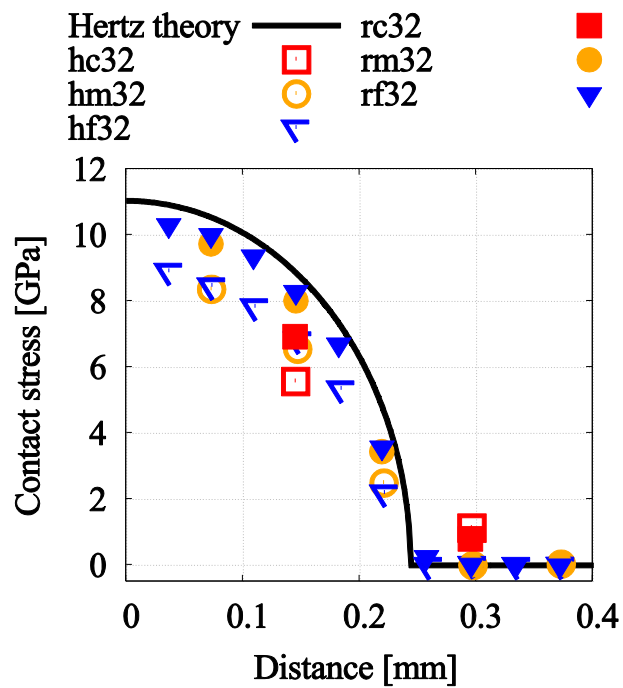


Figure 4.4.1.6 Contact stress at 32 m/s.

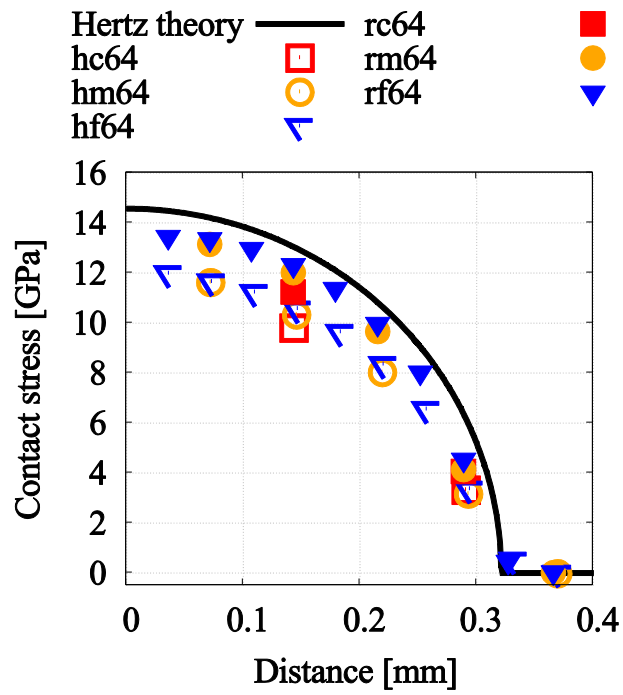


Figure 4.4.1.7 Contact stress at 64 m/s.

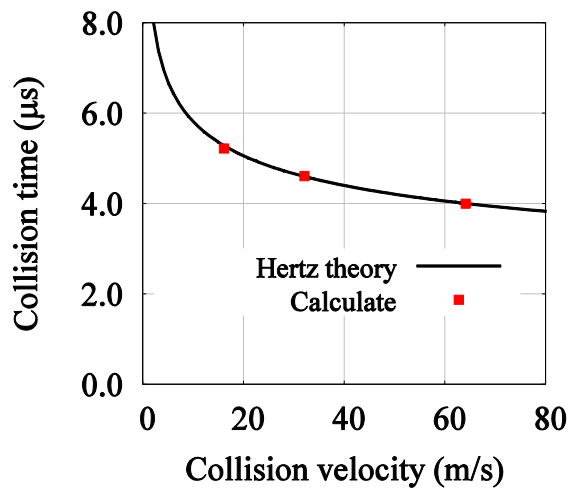


Figure 4.4.1.8 Collision time in case of rf.

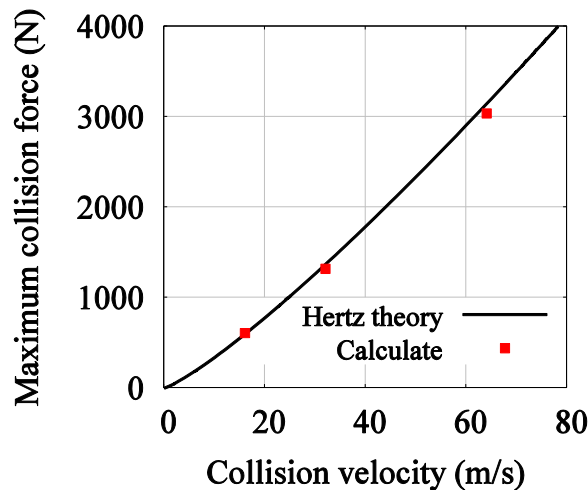


Figure 4.4.1.9 Maximum collision force in case of rf.

4.4.2 まとめ

剛体の微粒子と構造物が衝突する現象の構造解析から新たに提案した剛体接触モデル (RCM) の精度検証を行った。従来手法である Hertz モデルや理論値と比較した結果、RCM は Hertz モデルに比べて理論値に対して高精度に予測することを確認した。同じ計算条件では RCM の優位性を確認することができた。

4.5.1 流体 - 構造連成解析

一様流によって投射される単体微粒子が構造物と衝突し跳ね返る際の現象を流体と物体運動と構造物の連成解析を行った。4.3.1 の解析では流体と物体 (微粒子) の運動による相互干渉について確認をしたが、微粒子と構造物は剛体であり構造物の変形や衝突時のエネルギー損失等は評価できていない。より詳細に現象を解析する場合にはこれらを考慮した解析を行う必要があるため、4.4.1 で検証を行った RCM を用いて流体-物体運動-構造連成解析を行った。

4.5.1.1 解析条件

本連成解析では有次元として各諸量を扱う。単体微粒子が一様流によって流されて構造物の表面と衝突運動を行った際に、衝突時間の前後で衝突点や衝突速度を基に構造解析を行い、得られた反発エネルギーや構造変形の情報を流体解析に引き渡す解析を対象とする。ここで、微粒子の運動は構造解析のみでは考慮できない流体力を基に運動方程式を解くことで評価す

る. 一様流と初期微粒子速度は $V=12$ (V12), 16 (V16), 20 (V20) と 24 (V24) m/s とし
て与えられる. 格子幅は球直径 D に対して 40 分割となる 0.6×10^{-5} m とする. 構造物はアルミ
として材料特性値を与える. 微粒子は剛体球の鉄を仮定する. 各流れ場, 構造物, 微粒子の
諸量を表 4.5.1.1 にまとめる. また, 計算領域と計算の初期状態の微粒子を図 4.5.1.1 に示す.
ここで, 流体解析では $2.5D \times 2.5D \times 2.5D$ の領域に等間隔直交格子を配置し計算を行い, 構造解
析では $2.5D \times 2.5D \times 0.8D$ の領域に要素を配置し計算を行う. 計算格子と要素は各軸方向にそれ
ぞれ $200 \times 200 \times 200$ の計 $8,000,00$ 点と $100 \times 100 \times 32$ の計 $3,200,00$ 点とする.

Table 4.5.1.1 Computational condition.

Parameter	Unit	Value
Freestream	m/s	12, 16, 20, 24
Grid size for flow simulation	m	0.60×10^{-5}
Element size for structure simulation	m	1.20×10^{-5}
Young's Modules	GPa	74.43
Poisson's ratio	-	0.34
Density	kg/m ³	2810
Particle diameter	m	2.40×10^{-4}
Particle mass	kg	5.65×10^{-8}
Particle velocity	m/s	12, 16, 20, 24

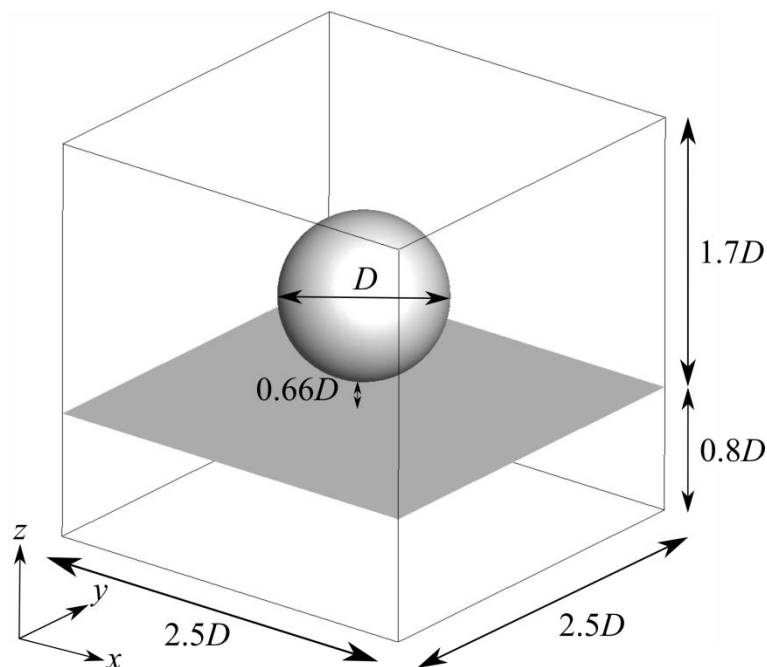


Figure 4.5.1.1 Computational domain.

4.5.1.2 解析結果

図 4.5.1.2 に V16 と V24 のケースにおける z 軸方向における速度分布（流体解析結果）と Von Mises 応力分布（構造解析結果）を示す。また初期状態 (a)、衝突時 (b) と衝突後 (c) をそれぞれ示す。計算開始と同時に微粒子が一様流によって落下運動を行い始める。微粒子が構造物と衝突すると構造物表面で応力が発生し始める。衝突した点から応力の分布が広がり変形が生じる。微粒子が跳ね返ると流体解析においても構造物の表面上で窪みが形成されることが確認できる。微粒子の速度が速いケースでは、発生する応力の値が大きく、変形量も大きくなる。

図 4.5.1.3 に一様流と球直径を基に無次元化した時間に対して、初期の微粒子速度で正規化した微粒子速度の時間履歴のグラフを示す。衝突前における微粒子の速度変化はほとんどなく、衝突すると速度の符号が逆転して変動する。ここで、衝突後の速度の値は衝突前の速度に比べて小さくなる傾向を示す。これは、衝突時に構造物で残留応力が発生し衝突前のエネルギーに比べて衝突後のエネルギーが小さくなるためである。さらに、衝突速度が大きいケースほど衝突後の速度が小さくなるのは、構造物で発生する残留応力が大きくなり、より衝突後のエネルギーが小さくなるためだと考えられる。4.3.1 で記載した流体解析では反発係数を $e = 1$ として扱ったため、このエネルギー交換による運動速度の減少は考慮できていない。そのため、得られた解析結果を基に反発係数と衝突時の変形量に対しての衝突モデルの構築を行う。まず、衝突時の速度 V_{impact} と衝突後の速度の値から最小二乗法を用いて線形式として反発係数 e の式を求めた。

$$e = -0.058V_{\text{impact}} + 0.537. \quad (4.5.1.1)$$

得られた式を用いることで衝突時の速度から衝突後の速度が求められるようになる。図 4.5.1.5 に衝突による変形後の最大深さ δ_{max} と衝突時の速度の関係のグラフを示す。衝突速度が大きくなると最大深さも大きくなることがわかり、線形関係も確認できる。そのため、これらの値から最小二乗法を用いて線形式として最大深さの式を求めた。

$$\delta_{\text{max}} = 2.235 \times 10^{-7} V_{\text{impact}} + 2.661 \times 10^{-7}. \quad (4.5.1.2)$$

得られた式を用いることで衝突時の速度から変形後の最大深さの値が求まる。また、衝突時の微粒子の中心位置、半径と最大深さの値から押し込まれる形状を予測することで、衝突後の表面形状を求めて level set 関数を再定義することで、衝突後の形状を表現できる。この衝突モデルでは衝突時の角度の影響や微粒子や構造物の材料特性値の影響は十分に考慮できて

いない。さらに適用範囲は衝突速度と跳ね返り速度や最大深さが線形的な関係性を持つ速度域に限られる（当舎ら 2004, ショットピーニング技術協会 2018）。

4.5.2 まとめ

微粒子が構造物と衝突する現象の流体-構造連成解析を行い現象把握と得られた結果から衝突モデルを構築した。連成解析の結果から、本連成解析では情報のやり取りや現象を正しく評価できていることを確認した。また、今回解析した微粒子の運動速度の範囲では、反発係数と最大深さは衝突時の微粒子速度に線形的に変化することを確認した。この関係から反発係数と最大深さの予測式を構築し、衝突時のエネルギー損失と形状と壁面形状の変化を評価できる衝突モデルを構築した。

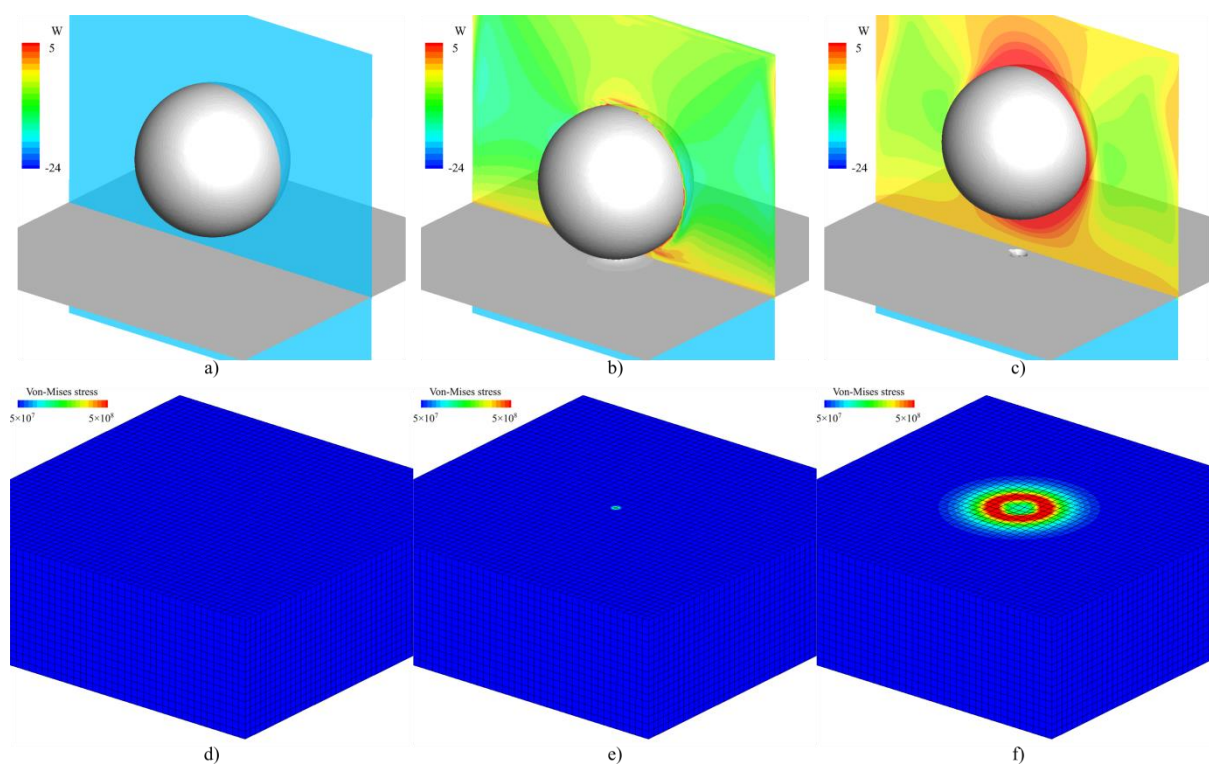


Figure 4.5.1.2 Velocity and Von Mises stress distributions of V16; (a) and (d) at initial, (b) and (e) at collision, (c) and (f) at post-collision.

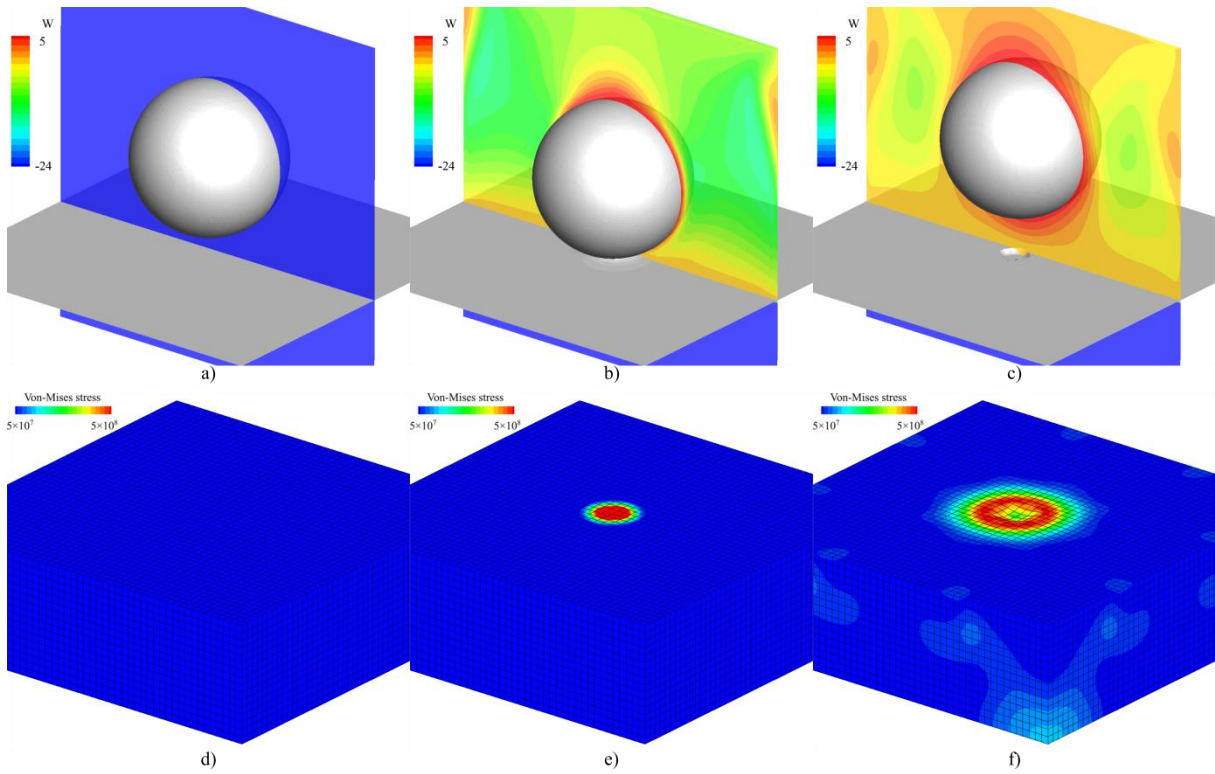


Figure 4.5.1.3 Velocity and Von Mises stress distributions of V24; (a) and (d) at initial, (b) and (e) at collision, (c) and (f) at post-collision.

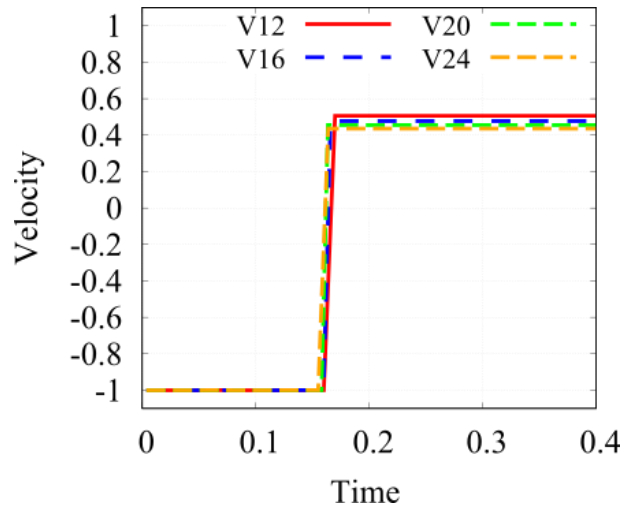


Figure 4.5.1.4 Nondimensional time history of normalized particle velocity.

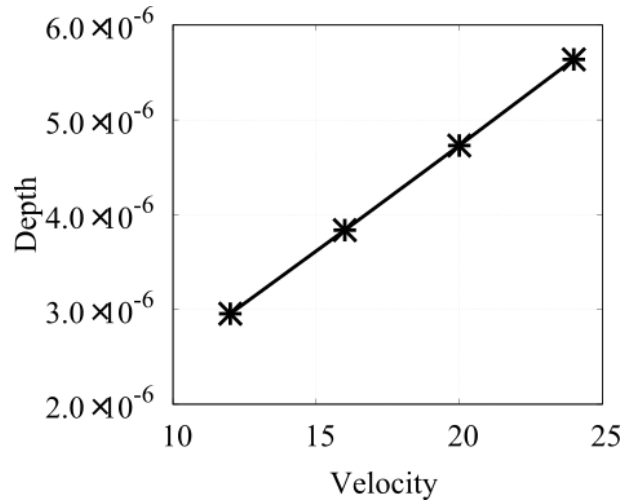


Figure 4.5.1.5 Maximum depth [m] of structure for impact velocity [m/s].

4.6.1 衝突モデルを用いた単体微粒子の流体解析

4.5.1 の流体-構造連成解析の結果を基に構築した衝突モデルを流体解析に適用した解析を行った。構築した衝突モデルを用いることで衝突時の速度から跳ね返り速度と衝突後の壁面形状の変化を考慮した解析を行うことで連成解析に比べて容易的に衝突現象を考慮した流体現象の特徴を予測できる。検証の条件は単体微粒子が一様流と流れて壁面と衝突する現象を対象とした。参考として衝突モデルを適用していない完全弾性衝突モデルと壁面形状の変化を考慮しない場合の解析結果と比較を行った。

4.6.1.1 解析条件

本解析では有次元として各諸量を扱う。一様流と微粒子の初期速度は 20 m/s とした。主な条件を表 4.6.1.1 にまとめる。また、計算領域を図 4.2.4.1 のように設定した。計算格子は各軸方向にそれぞれ $200 \times 200 \times 600$ の計 240,000,000 点とする。微粒子の初期座標は $(x, y, z) = (3.0 \times 10^{-4} \text{ m}, 3.0 \times 10^{-4} \text{ m}, 1.5 \times 10^{-3} \text{ m})$ とし、壁面高さは $z = 2.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ とした微粒子は計算開始とともに落下運動を行う。衝突モデルを適用していない A モデルと衝突モデルを適用した B モデルとしてそれぞれ解析を行った (表 4.6.1.2)。ここで、A モデルにおける衝突現象は反発係数 $e = 1$ とした完全弾性衝突かつ壁面形状の変化なし。一方で、B モデルにおける衝突現象は反発係数を式(4.5.1.1)で求めた非弾性衝突かつ壁面形状を式(4.5.1.2)で求めた最大深さの値を基に変形するように取り扱う。また、この解析では壁面の表面にのみポリゴンメッシュを配置することで壁面形状の変形を評価する。

Table 4.6.1.1 Computational condition.

Parameter	Unit	Value
Freestream	m/s	20
Grid size	m	0.60×10^{-5}
Particle diameter	m	2.40×10^{-4}
Particle mass	kg	5.65×10^{-8}
Particle velocity	m/s	20

Table 4.6.1.2 Test cases

Model	Velocity m/s	Case
A	20	A20
B		B20

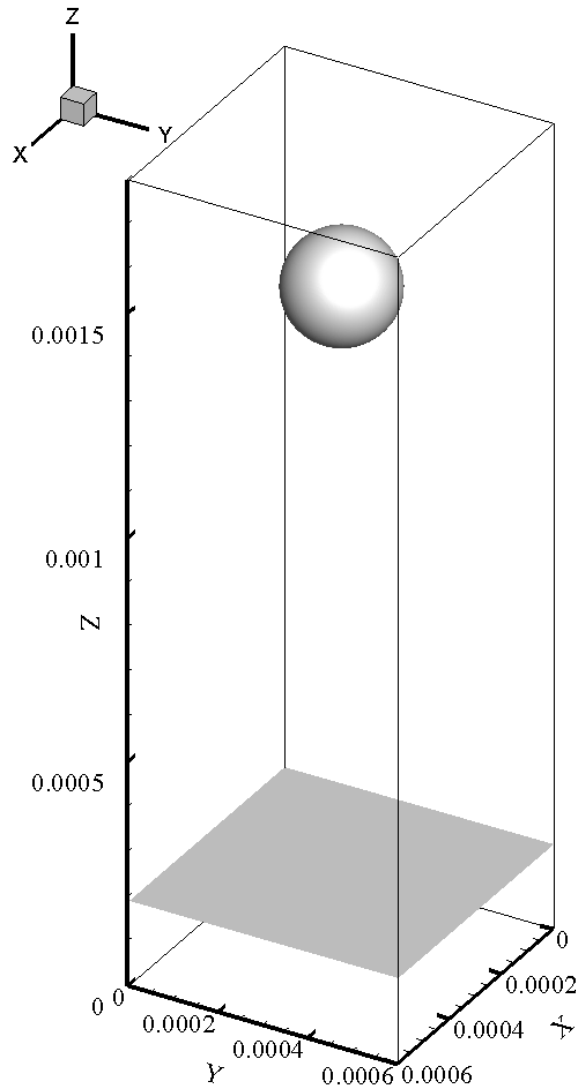


Figure 4.6.1.1 Computational domain.

4.6.1.2 解析結果

図 4.6.1.2 に一様流と球直径を基に無次元化した時間に対して、初期の微粒子速度で正規化した微粒子速度の時間履歴のグラフを示す。モデル A では衝突前後における微粒子速度の変化は符号のみであり、モデル B では衝突モデルによって速度の減速が確認できる。モデル B における衝突後の速度は連成解析の結果と同じ値を示すことから正しく評価できている。

図 4.6.1.3 と図 4.6.1.4 に A20 と B20 における速度の絶対値の断面分布図を示す。ここで、 t^* は一様流と微粒子の直径で無次元化した時間を示す。初期場(a)から衝突する(c)までは同様な分布を示し、一様流と微粒子が運動することによって微粒子周りや壁面近傍における流れ場が発達する。衝突後(d)と(e)では同じ時刻を示しているものの流れ場と微粒子の位置が異なることが確認できる。さらに、衝突した壁面に着目すると凹みが形成されていることがわかる。これらは衝突モデルを適用した B モデルでは衝突後の微粒子速度が A モデルに比べて減速していることと壁面形状が変化することによるものである。また、図 4.6.1.2 (d) と図 4.6.1.3 (e) は異なる時刻ではあるが微粒子の位置は同じ位置の状態である。微粒子後流における壁面近傍の分布が明らかに異なり、壁面形状の変化の影響があることを示す。ポリゴンメッシュを壁面に配置したことで球形状の変形を捉えられていることも確認できる。可視化図では格子の大きさに依存した状態で示されるがレベルセット関数の分布では滑らかな分布を示す。

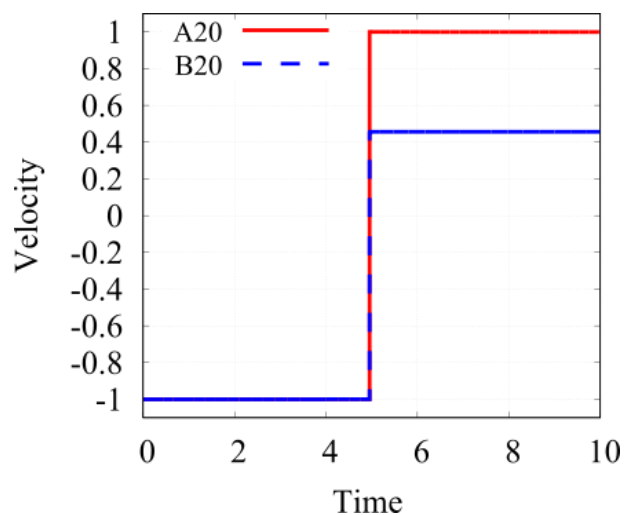


Figure 4.6.1.2 Nondimensional time history of normalized particle velocity.

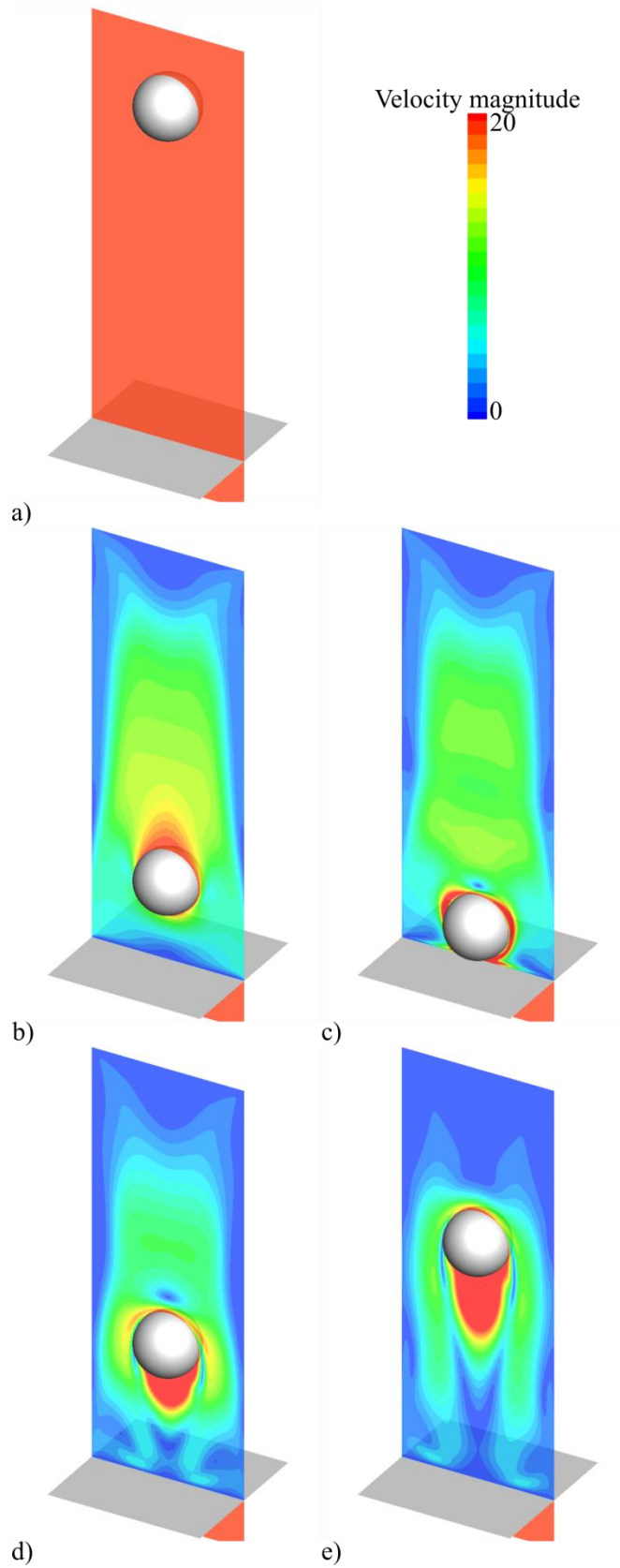


Figure 4.6.1.3 Velocity magnitude distributions at A20; a) $t^* = 0.0$, b) $t^* = 4.2$, c) $t^* = 5.0$, d) $t^* = 6.7$, e) $t^* = 8.3$.

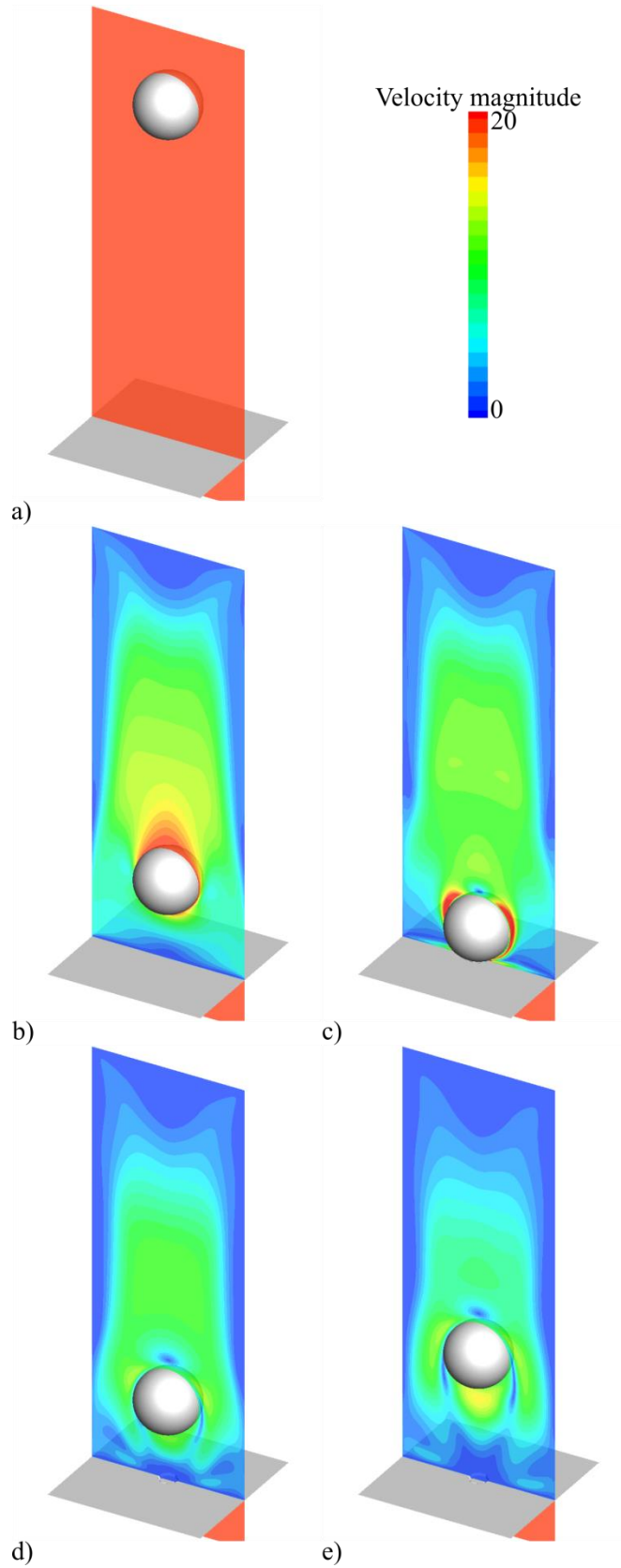


Figure 4.6.1.4 Velocity magnitude distributions at B20; a) $t^* = 0.0$, b) $t^* = 4.2$, c) $t^* = 5.0$, d) $t^* = 6.7$, e) $t^* = 8.3$.

4.6.2 衝突モデルを用いた複数微粒子の流体解析

単体の微粒子の検証解析によって、構築した衝突モデルによって微粒子の衝突前後の速度の変化と壁面形状の変化を評価できていることが確認できたため、複数の微粒子の条件で衝突モデルを用いた解析と現象把握を行った。ただし、構築した衝突モデルは限定的なモデルとなるため複雑な流れ場ではなく簡易的な流れの条件の解析を行う。

4.6.2.1 解析条件

本解析では有次元として各諸量を扱う。主な条件は単体条件と同じであり表 4.6.2.1 にまとめる。計算格子は各軸方向にそれぞれ $200 \times 200 \times 600$ の計 240,000,00 点とする。3 つの微粒子 (P1, P2 と P3) の初期座標を表 4.6.2.2 に示し、壁面高さは $z = 2.4 \times 10^{-4} \text{ m}$ とする。各条件は微粒子の配置間隔が異なり、その距離が $2.50 \times 10^{-4} \text{ m}$ (C01), $2.75 \times 10^{-4} \text{ m}$ (C02), $3.00 \times 10^{-4} \text{ m}$ (C03) と $3.50 \times 10^{-4} \text{ m}$ (C04) とする。微粒子は計算開始とともに落下運動を行う。

4.6.2.2 解析結果

図 4.6.2.1–4.6.2.4 に C01 から C04 における速度の絶対値の断面分布図を示す。ここで、 t^* は一様流と微粒子の直径で無次元化した時間を示す。(a)は初期分布、(b)は P2 が衝突した時刻、(c)は跳ね返った P2 と遅れて流れてきた P1 と P3 がすれ違う時刻、(d)は P1 と P3 が衝突した時刻、(e)と(f)は全ての微粒子が跳ね返った際の分布をそれぞれに示す。P2 が衝突する際は後流に位置する P1 と P3 の位置関係によって後流の速度分布に差異が生じる。P2 が衝突したことによって衝突した点で表面形状の変化が生じ、P1 と P3 がすれ違う際はその位置関係によって微粒子間の速度分布が異なることから壁面近傍の分布にも差異が確認できる。P1 と P3 が衝突する際は微粒子間の流れ場の影響から P2 が衝突した点における速度分布が異なる。また、全ての微粒子が跳ね返った際は各微粒子間の後流における干渉により壁面近傍の分布が異なることが確認できる。

Table 4.6.2.1 Computational condition.

Parameter	Unit	Value
Freestream	m/s	20
Grid size	m	0.60×10^{-5}
Particle diameter	m	2.40×10^{-4}
Particle mass	kg	5.65×10^{-8}
Particle velocity	m/s	20

Table 4.6.2.2 Particle positions.

Particle	x-axis m	y-axis m	z-axis m	Case
P1	3.50×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	C01
P2	6.00×10^{-4}	3.00×10^{-4}	6.00×10^{-4}	
P3	8.50×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	
P1	3.25×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	C02
P2	6.00×10^{-4}	3.00×10^{-4}	6.00×10^{-4}	
P3	8.75×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	
P1	3.00×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	C03
P2	6.00×10^{-4}	3.00×10^{-4}	6.00×10^{-4}	
P3	9.00×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	
P1	2.50×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	C04
P2	6.00×10^{-4}	3.00×10^{-4}	6.00×10^{-4}	
P3	9.50×10^{-4}	3.00×10^{-4}	9.60×10^{-4}	

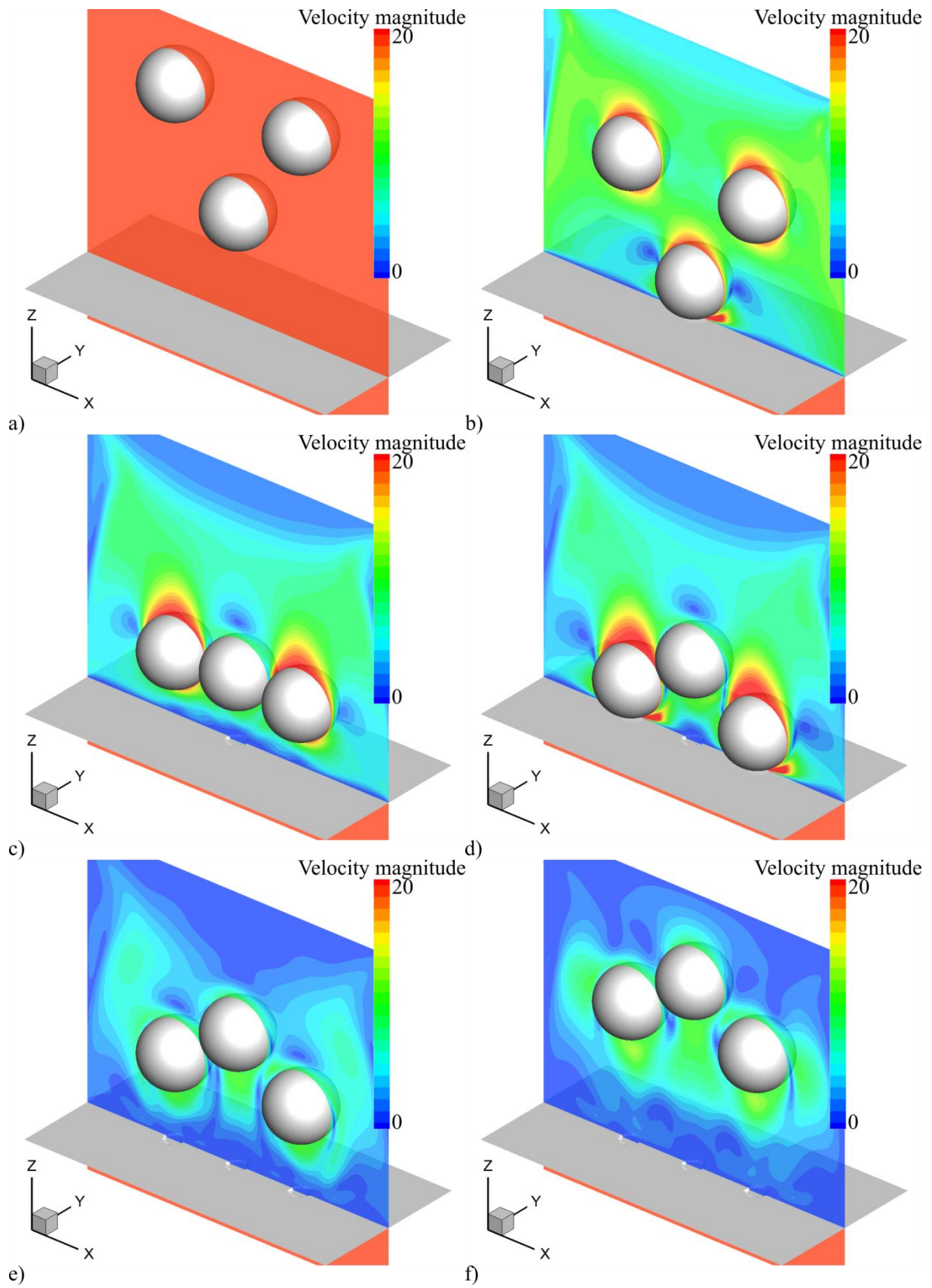


Figure 4.6.2.1 Velocity magnitude distributions at C01; a) $t^* = 0.0$, b) $t^* = 1.0$, c) $t^* = 2.0$, d) $t^* = 2.5$, e) $t^* = 4.0$, f) $t^* = 6.0$.

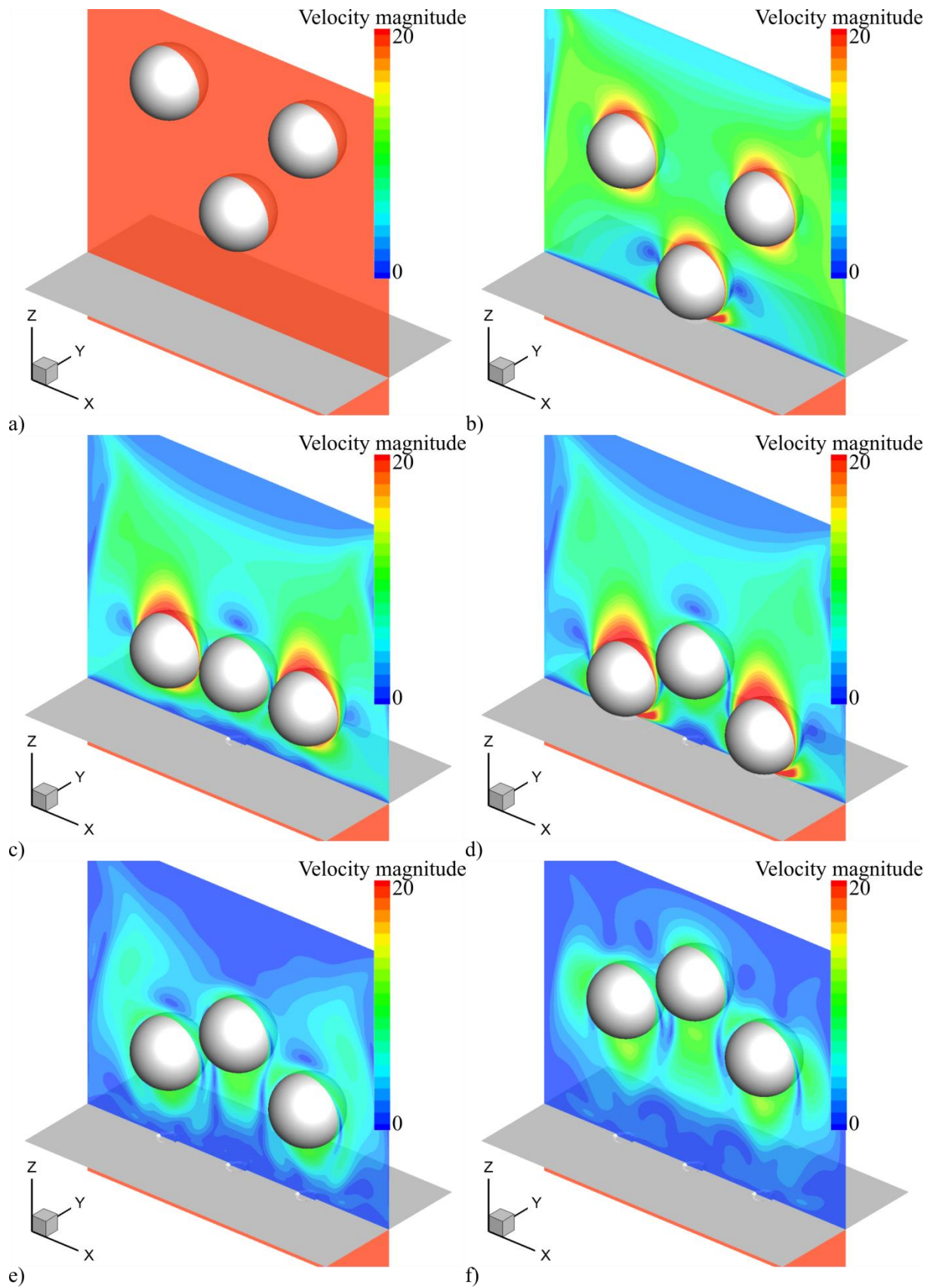


Figure 4.6.2.2 Velocity magnitude distributions at CO₂; a) $t^* = 0.0$, b) $t^* = 1.0$, c) $t^* = 2.0$, d) $t^* = 2.5$, e) $t^* = 4.0$, f) $t^* = 6.0$.

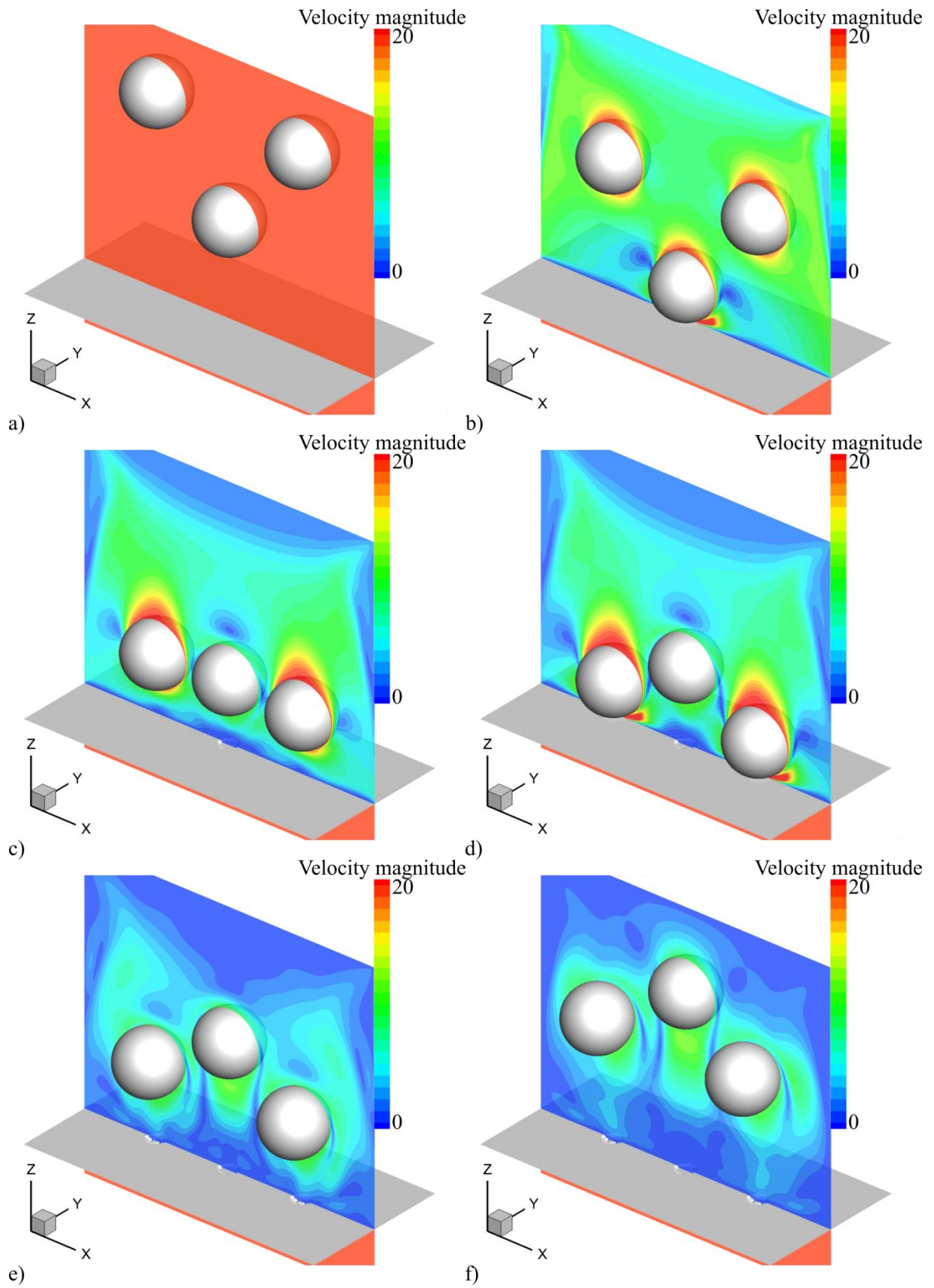


Figure 4.6.2.3 Velocity magnitude distributions at C03; a) $t^* = 0.0$, b) $t^* = 1.0$, c) $t^* = 2.0$, d) $t^* = 2.5$, e) $t^* = 4.0$, f) $t^* = 6.0$.

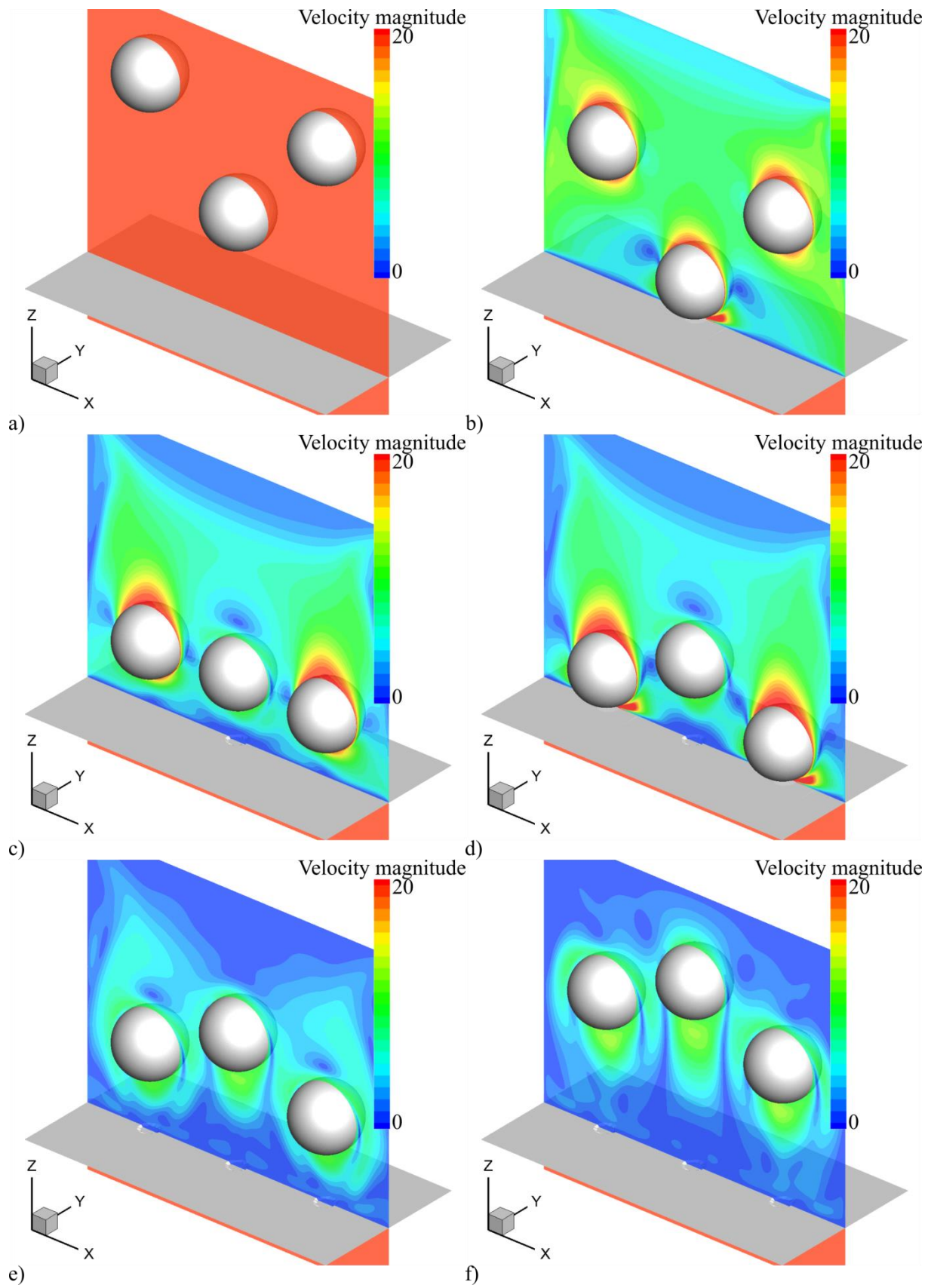


Figure 4.6.2.4 Velocity magnitude distributions at C04; a) $t^* = 0.0$, b) $t^* = 1.0$, c) $t^* = 2.0$, d) $t^* = 2.5$, e) $t^* = 4.0$, f) $t^* = 6.0$.

図 4.6.2.5-4.6.2.8 に C01 から C04 における一様流と球直径を基に無次元化した時間に対して、初期の微粒子速度で正規化した微粒子速度の時間履歴のグラフを示す。また(a)で解析時間全体、(b)で衝突後の関係性をそれぞれに示す。P2 の速度変化は衝突直後に速度が急激に減速し、徐々に速度が遅くなり P1 と P3 が衝突すると一定の傾きで速度は減速する。P1 と P3 では跳ね返った際の速度の最大値が P2 に比べて小さく、衝突直後に速度が急激に減速し一定の傾きで減速する。これら衝突後の速度の減速は一様流の影響によるものであるが変化の違いは微粒子間や流れ場との干渉によるものと考えられる。衝突直後に速度が急激に減速するのは、衝突前の微粒子の周りの流れの影響を受けたことによるものだと考えられる。また P2 で生じた P1 と P3 が衝突するまでの変化は、P2 が P1 と P3 の後流に引っ張られることで速度の減速が抑えられたと考えられる。さらに、P2 が P1 と P3 とすれ違う際に値が振動しており、微粒子の間隔が狭い C01 や C02 ではすれ違う前後で値が増加し、C03 では変化はなく、間隔が広い C04 では値が減少する傾向を示すことより、干渉の影響が大きいと速度の減速が抑えられ、一方で影響が小さいと一様流によって減速する傾向になることが考えられる。また、P1 と P3 の衝突直後の値が P2 に比べて小さいのは、この P2 のすれ違う際の影響と P1 が衝突した点における壁面近傍の流れ場の差異によるものと考えられる。全ての微粒子が跳ね返る際、C01 や C02 では P1 と P3 が P2 に比べて傾きが小さく、C03 では等しく、C04 では傾きが大きくなる傾向を示し、微粒子がすれ違った際の現象のように干渉による影響の大きさの違いによるものだと考えられる。

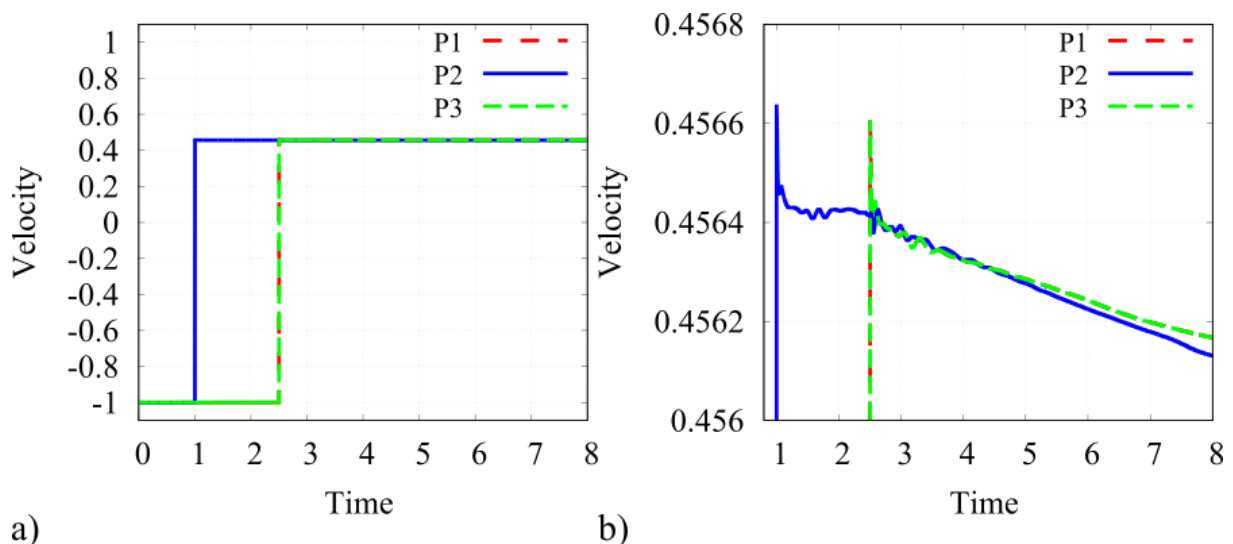


Figure 4.6.2.5 Nondimensional time history of normalized particle velocity at C01.

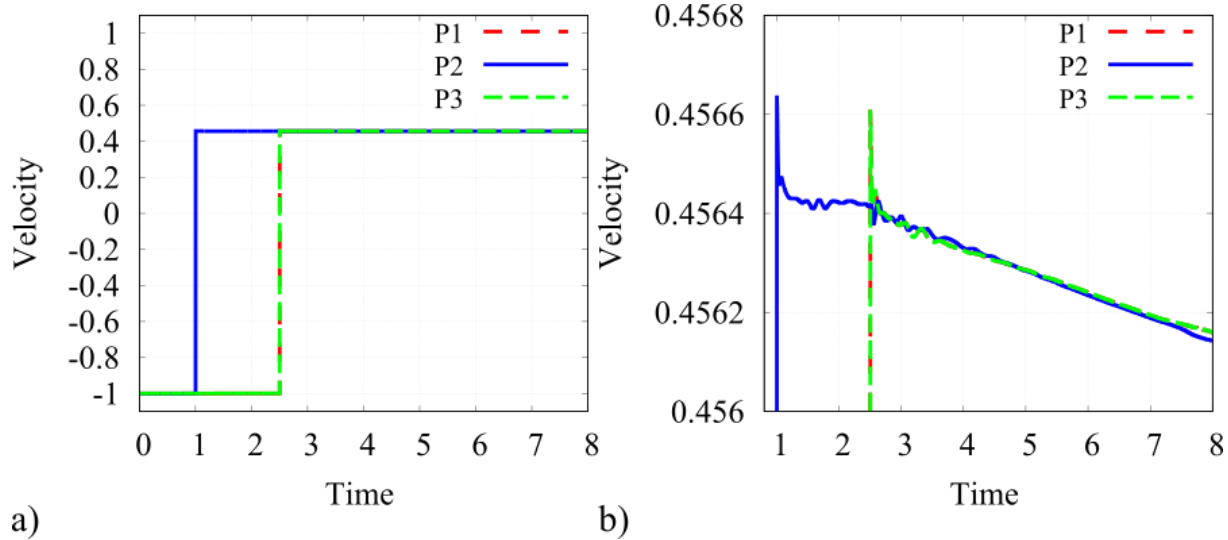


Figure 4.6.2.6 Nondimensional time history of normalized particle velocity at C02.

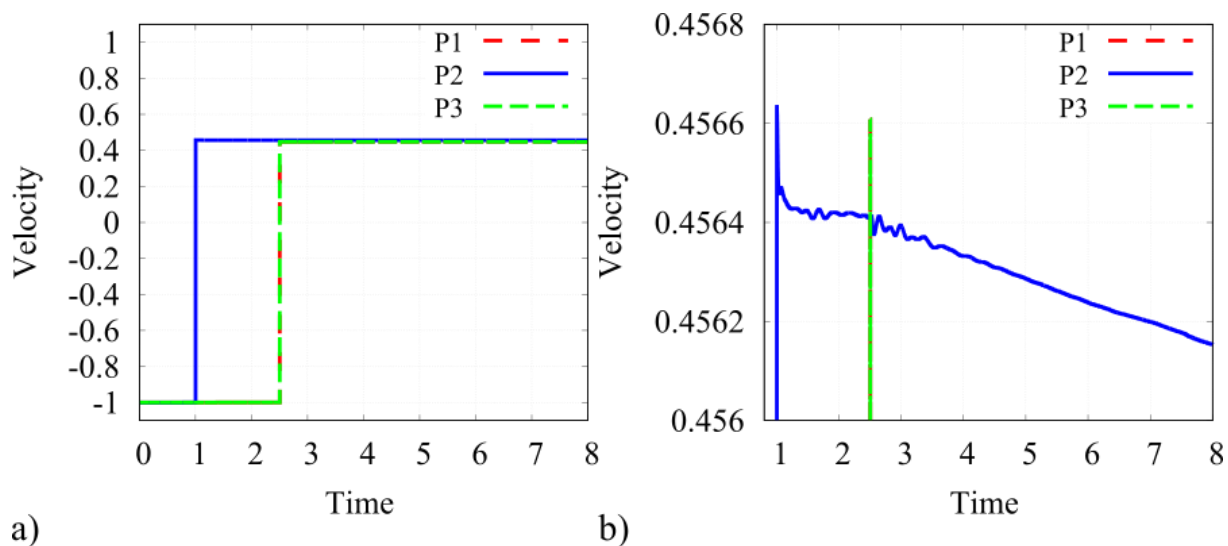


Figure 4.6.2.7 Nondimensional time history of normalized particle velocity at C03.

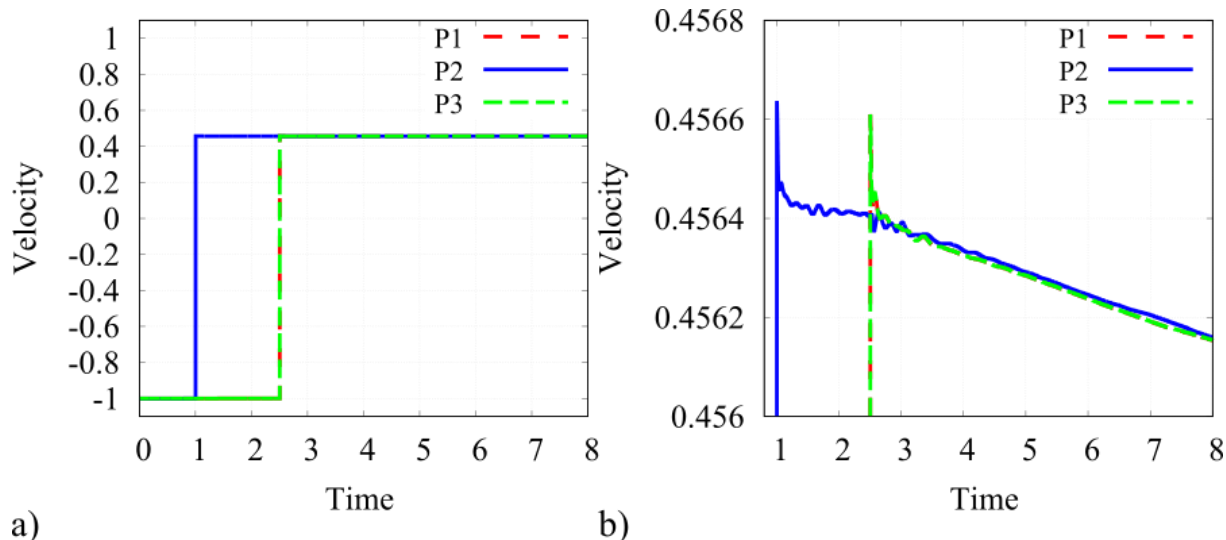


Figure 4.6.2.8 Nondimensional time history of normalized particle velocity at C04.

4.6.3 まとめ

構築した衝突モデルを用いた流体解析から流れ場への影響を調査した．始めに単体の微粒子が衝突する流れ場では完全弾性衝突かつ変形なしの条件と衝突モデルかつ変形ありの条件で比較を行った．その結果，衝突モデルを用いた条件では壁面の形状変化と微粒子の跳ね返り速度の減速から流れ場の違いを確認した．次に3つの微粒子が衝突する流れ場では微粒子の位置関係を変化させて比較を行った．その結果，微粒子間が短い条件では長い条件に比べて壁面近傍で微粒子間の干渉によって流れ場の様相が変化し，微粒子の跳ね返り速度の傾向に影響を及ぼすことを明らかにした．

第 5 章 結言

5. 結言

5.1 まとめ

本研究では気流中に微粒子群が混在する固気混相流の現象に着目し、数値シミュレーションを用いて現象把握を進めた。圧縮性固気混相流の問題としてロケットの排気ジェット中の微粒子周りの流れ場の特性と非圧縮性固気混相流の問題としてショットピーニング加工のショット周りの流れ場の特性把握をそれぞれ進めた。本解析では Euler-Euler 型解法の代表例の埋め込み境界法を用いて微粒子を格子点上に表現する手法を用いることで流れ場との干渉現象を直接評価することを可能とした。また、構造解析との連成解析にも着手し流れ場や微粒子に与える影響を調査した。

圧縮性固気混相流解析では静止する単体微粒子周りの解析と2つの微粒子が隣り合う流れ場の解析から以下の知見を得られた。

1. 本計算条件では、一様流の Mach 数による流れ場の特徴と抗力係数の定性的には捉えられるが定量的には数%の誤差を示す。
2. 2つの微粒子間を通過する流れが干渉することで速度が増加し微粒子の表面圧力係数の分布が非対称性を示す。
3. 微粒子間が短いと干渉の影響が強く、遷音速流の条件では微粒子間で超音速流の値まで増加する。また、超音速流の条件では離脱衝撃波が形成されるが微粒子間で超音速流の値まで回復する。これから抗力係数は単体の条件に比べて大きな値を示す。微粒子間が長いと干渉の影響が弱く、速度や抗力係数の増加値は小さい。
4. 衝撃波が2つの微粒子を通過すると流れ場は衝撃波速度や衝撃波後流の速度の値で発達し、微粒子は衝撃波や微粒子間で干渉することで後退しつつ離れていく方向に運動する。その傾向は微粒子間が短い条件で強くなる。

非圧縮性固気混相流解析では単体微粒子周りの解析と複数微粒子が壁面と衝突する流れ場の解析、流体-構造連成解析から以下の知見を得られた。

1. 抗力係数や流れ場の特性、物体間の衝突現象の特性を精度良く捉えられる。
2. 微粒子が運動することで流れ場が変化することで、微粒子の運動挙動に変化が生じる。これによって、従来の流れ場の影響を十分に考慮していない予測モデルでは衝突回数や分布に違いが生じる可能性があることを明らかにした。

3. 連成解析によって得られた結果から衝突速度を基にした衝突モデルを構築した。この衝突モデルは衝突時に構造物で発生する残留応力によるエネルギー損失の影響を反発係数でモデル化し、衝突時の形状が球形状と仮定して構造物の変形を評価する。
4. 構築した衝突モデルを用いた流体解析を行い、衝突による微粒子の運動速度の変化や壁面の表面形状の変化が流れ場に与える影響を確認した。微粒子間が短い条件ではその影響が強く表れ、実際の加工条件を高精度に予測するためには流体の影響並びに衝突現象を考慮する必要があることを明らかにした。

参考文献

太田高裕, 大津浩太郎, 平賀大記, “ショットピーニングにおけるカバレッジ分布の計測と関数化,” 東海大学紀要工学部, 2016.

河村哲也, “流体解析の基礎,” 朝倉書店, 初版第1刷, 2014.

酒井幹夫, “粉体の数値シミュレーション,” 丸善出版株式会社, 第2刷, 2003.

社河内敏彦, “噴流工学—基礎と応用—,” 森北出版株式会社, 第1版, 第5刷, 2013.

ショットピーニング技術協会, “金属疲労とショットピーニング,” 大河出版, 初版第1刷, 2018.

堤誠司, 宇井恭一, 石井達哉, 徳留真一郎, 和田恵, “イプシロンロケット打ち上げ時の音響環境計測試験,” 第55回宇宙科学技術連合講演会講演集, 2011.

当舎勝次, 塩谷大樹, 平井信幸, “ショットピーニングの FEM 解析 - 痕形状に及ぼす被加工材料特性値の影響,” 2014 年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, pp. 1059–1060, 2004.

富田佳宏, “弾塑性力学の基礎と応用-数値シミュレーションへの導入-,” 森北種版株式会社, 第1版第1刷, 1995.

久田俊明, 野口裕久, “非線形有限要素法の基礎と応用,” 丸善株式会社, 1997.

藤井孝蔵, “流体力学の数値計算法,” 東京大学出版会, 第4刷, 2002.

水野裕介, 高橋俊, 福田紘大, “Euler-Euler 型解法を用いた多数運動微粒子周りの数値流体解析,” LABO ART, 日本機械学会誌, 第121巻, 第1197号, 42頁, 2018年8月.

Albada G.D.V., Leer B.V., Roberts jr. W.W., “A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics,” *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 108, pp. 76–84, 1982.

Bathe K.J., “FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS,” Prentice-Hall, 1982.

Breuer M., Nayer D.G., Munsch M., Gallinger T. and Wuchner R., “Fluid–structure interaction using a partitioned semi-implicit predictor–corrector coupling scheme for the application of large-eddy simulation,” *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 29, pp. 107–130, 2012.

Carlson D.J. and Høglund R.F., “Particle drag and heat transfer in rocket nozzles,” *AIAA Journal*, vol. 2, No.11, 1964.

Chorin A.J., “On the Convergence of Discrete Approximations to the Navier-Stokes Equations,” *Mathematics of Computation*, Vol. 23, pp. 341–353, 1969.

Clift, R. and Ganvio, H.W., "Motion of entrained particles in gas streams," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 49, pp. 439–448, 1971.

Eames I. and Dalziel S.B., "Dust resuspension by the flow around an impacting sphere," *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 403, pp. 305–328, 2000.

Eldred K.M., "Acoustic Loads Generated by Propulsion System," NASA SP–8072, 1972.

Fujii K., Nonomura T. and Tsutsumi S., "Toward accurate simulation and analysis of strong acoustic wave phenomena — A review from the experience of our study on rocket problems," *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN FLUIDS*, Vol. 64, pp 1412–1432, 2010.

Fukuda K., Tsutsumi, S., Shimizu, T., Takaki, R. and Ui, K., "Examination of Sound Suppression by Water Injection at Lift-off of Launch Vehicles," *The 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, pp. 2011–2814, 2011.

Garipy A., Larose S., Perron C., Bocher P. and Levesque M., "On the effect of the peening trajectory in shot peen forming," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 69, pp. 48–61, 2013.

Georges L., Winckelmans G. and Geuzaine P., "Improving shock-free compressible RANS solvers for LES on unstructured meshes," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 215, pp. 419–428, 2008.

Gopireddy S.R., Hildebrandt C. Urbanetz N.A., "Numerical simulation of powder flow in a pharmaceutical tablet press lab-scale gravity feeder," *Powder Technology*, Vol. 302, pp. 309–327, 2016.

Gottlieb S. and Shu C., "TOTAL VARIATION DIMINISHING RUNGE-KUTTA SCHEMES," *MATHEMATICS OF COMPUTATION*, Vol. 67, pp. 73–85, 1998.

Griffith M.D., Schouveiler L., Thompson M.C. and Hourigan K., "Dynamics of the flow around colliding spheres," *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 27, pp. 1349–1356, 2011.

Grosshans H. and Papalexandris M.V., "Large Eddy simulation of triboelectric charging in pneumatic powder transport," *Powder Technology*, Vol. 301, pp. 1008–1015, 2016.

Henderson R.W., "Drag Coefficient of Spheres in Continuum and Rarefied Flows," *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 11, 1964.

Kirk D., "Optimization of Shot Peening Coverage," *The Shot Peener magazine*, Vol. 30, 2016.

Kopp R. and Wustefeld F., "Modern Simulation and Optimization of Peen Forming Processes," *Conference Proceedings*, pp. 561–572, 1990.

Kosinski P. and Hoffmann C.A., "Extension of the hard-sphere particle-wall collision model to

account for particle deposition,” *PHYSICAL REVIEWE*, Vol. 79, pp. 1–11, 2009.

Kosinski P. and Hoffmann C.A., “An extension of the hard–sphere particle–particle collision model to study agglomeration,” *Chemical Engineering Science*, Vol. 65, pp. 3231–3239, 2010.

Leer B.V., “Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. IV. A New Approach to Numerical Convection,” *JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS*, Vol. 23, pp. 276–299, 1977.

Leer B.V., “Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second-Order Sequel to Godunov’s Method,” *JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS*, Vol. 32, pp. 101–136, 1979.

Luo, K., Wang, Z. and Fan, J., “A modified immersed boundary method for simulations of fluid–particle interactions,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, pp.36–46, 2007.

Mittal R. and Iaccarino G., “IMMERSED BOUNDARY METHODS,” *Fluid Mechanics*, Vol. 37, pp. 239–261, 2005.

Mittal R., Dong H. Bozkurttas M., Najjar F. M. Vargas A. and Loebbecke A. V., “A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, pp. 4825–4852, 2008.

Mizuno Y., Takahashi S., Nonomura T. Nagata, T. and Fukuda K., “A Simple Immersed Boundary Method for Compressible Flow Simulation around a Stationary and Moving Sphere,” *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015, pp. 1–17, 2015.

Mizuno Y., Takahashi S., Nonomura T. Nagata, T. and Fukuda K., “A Direct Numerical Simulation of Shock Waves Passed by Multiple Particles using Immersed Boundary Method,” *AIAA SciTech*, 2016.

Mizuno Y., Takahashi S., Fukuda K. and Obayashi S., “Direct Numerical Simulation of Gas–Particle Flows with Particle–Wall Collisions Using the Immersed Boundary Method,” *Applied Sciences*, Vol. 8, pp. 1–21, 2018.

Morinishi Y., “Skew–symmetric form of convective terms and fully conservative finite difference schemes for variable density low–Mach number flows,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, pp. 276–300, 2010.

Muralidharan B. and Menon S., “A high-order adaptive Cartesian cut-cell method for simulation of compressible viscous flow over immersed bodies,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 321, pp. 342–368, 2016.

Nagata T., Nonomura T., Takahashi S., Mizuno Y. and Fukuda K., “Investigation on subsonic to supersonic flow around a sphere at low Reynolds number of between 50 and 300 by direct numerical simulation,” *Physics of Fluids*, Vol. 28, 2016.

Nagata T., Nonomura T., Takahashi S., Mizuno Y. and Fukuda K., “Direct numerical simulation of flow around a heated/cooled isolated sphere up to a Reynolds number of 300 under subsonic to supersonic conditions,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 120, pp. 284–299, 2017.

Nagata T., Nonomura T., Takahashi S., Mizuno Y. and Fukuda K., “Direct numerical simulation of flow past a transversely rotating sphere up to a Reynolds number of 300 in compressible flow,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 857, pp. 878–906, 2018.

Nestola G.C. M., Becsek B., Zolfaghari H., Zulian P., Marinis D.D, Krause R. and Obrist D., “An immersed boundary method for fluid-structure interaction based on overlapping domain decomposition,” *Journal of Computational Physics*, 2018.

Nguyen V.B., Poh H.J. and Zhang Y. W., “Predicting shot peening coverage using multiphase computational fluid dynamics simulations,” *Powder Technology*, Vol. 256, pp. 100–112, 2014.

Nonomura, T., Morizawa S., Obayashi S. and Fujii K., “Computational Prediction of Acoustic Waves from a Subscale Rocket Motor,” *JSASS Aerospace Technic*, Vol. 12, No. ists29, pp. Pe_11–Pe_17, 2014.

Nonomura, T. and Onishi, J. A comparative Study on Evaluation Methods of Fluid Forces on Cartesian Grids. *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2017, pp. 1–15, 2017.

Regele J.D., Rabinovitch J., Colonius T. and Blanquart G., “Unsteady effects in dense, high speed, particle laden flows,” *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 61, pp. 1–13, 2014.

Riahi, H., Meldi, M., Favier, J., Serre, E. and Goncalves, E., “A pressure-corrected Immersed Boundary Method for the numerical simulation of compressible flows,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 374, pp. 361–383, 2018.

Roe P. L., “Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes,” *JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS*, Vol. 43, pp. 357–372, 1981.

Rudinger G., “FUNDAMENTALS OF GAS–PARTICLE FLOW,” *Handbook of powder technology*, Elsevier scientific publishing company, 1980.

Sakai M., “How Should the Discrete Element Method Be Applied in Industrial System? : A Review,” *Powder and Particle Journal*, No. 33, pp. 169–178, 2016.

Shimada T., Daimon Y. and Sekino N., “Computational Fluid Dynamics of multiphase Flows in Solid Rocket Motors,” *JAXA–SP–05–035E*, 2006.

Smith I.M, Griffiths D.V. and Margetts L., “Programming the Finite Element Method,” *WILEY*, 2014.

Takahashi S., Monjugawa I. and Nakahashi K., “Unsteady flow computations around moving airfoils by overset unstructured grid method,” *Department of Aerospace Engineering*, Vol. 51, No. 172, pp. 78–85, 2008.

Takahashi S., Nonomura T. and Fukuda K., “A Numerical Scheme Based on an Immersed Boundary Method for Compressible Turbulent Flows with Shocks: Application to Two-Dimensional Flows around Cylinders,” *Journal of Applied Mathematics*, Vol. 2014, pp. 1–21, 2014.

Terakado D., Nagata Y., Nonomura T., Fujii K. and Yamamoto M., “Computational analysis of compressible gas-particle-multiphase turbulent mixing layer in Euler–Euler formulation,” *ISTS2015*, 2015.

Tsutsumi S., Ishii T., Ui K. Tokudome S. and Wada K., “Study on Acoustic Prediction and Reduction of Epsilon Launch Vehicle at Liftoff,” *JOURNAL OF SPACECRAFT AND ROCKETS*, 2014.

Tu F., Delbergue D., Miao H., Klotz T., Brochu M., Bocher P. and Levesque M., “A sequential DEM-FEM coupling method for shot peening simulation,” *Surface & Coatings Technology*, Vol. 319, pp. 200–212, 2017.

Vanella M. and Balaras E., “A moving-least-squares reconstruction for embedded–boundary formulations,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, pp. 6617–6628, 2009.

Versteeg H.K. and Malalasekera W., “An Introduction to Computational Fluid Dynamics (数值流体力学),” (松下ら訳), 森北出版株式会社, 第2版, 第1刷, 2011.

Wen, C.Y. and Yu, Y.H., “A generalized method for predicting the minimum fluidization velocity,” *American Institute of Chemical Engineers*, Vol. 12, 1699.

Zienkiewics, O.C., Taylor R.L. and Fox D.D., “THE FINITE ELEMENT METHOD FOR SOLID & STRUCTURAL MECHANICS,” Butterworth-Heinemann, 2014.

謝辞

指導教員を引き受けて頂いた東海大学工学部航空宇宙学科航空宇宙学専攻の福田紘大准教授には本研究の遂行にあたり終始懇切丁寧なご指導とご助言を賜りましたことに深く感謝致します。

本論文をまとめるに際して有益なご教示とご検討を賜りました東海大学工学部動力機械工学科の高橋俊准教授，東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻の野々村拓准教授に対して謹んで御礼申し上げます。

本論文の審査員を引き受けて頂いた東海大学工学部航空宇宙学科航空宇宙学専攻の堀澤秀之教授，同稲田喜信教授には本審査での多くのご意見とご助言を賜りましたことに深く感謝致します。

本研究の遂行にあたり多くのご支援とご協力を頂いた東北大学流体科学研究所の大林茂教授に対して謹んで御礼申し上げます。

本計算は東北大学流体科学研究所の次世代融合研究システム（AFI-NITY）並びに東北大学サイバーサイエンスセンター NEC SX-ACE にて遂行し，計算機サーバの管理を行って頂いた職員の皆様に，御礼申し上げます。

福田研究室並びに高橋研究室に在籍されました多くの方々には，充実した研究生活を日々送らせて頂いたことに厚くお礼申し上げます。

最後に，研究を進めるにあたり多大なる理解と協力を示してくれた家族と友人に心からお礼申し上げます。

水野 裕介