

審査結果の要旨

論文題目「Winning Strategies for the Cops and Robbers Game on Planar Graphs」
(平面的グラフにおける警察・泥棒ゲームの勝ち戦略に関する研究)

学位申請者 PHOTCHCHARA PISANTECHAKOOL

本論文は、申請者の PHOTCHCHARA PISANTECHAKOOL 氏がこれまで行ってきた警察・泥棒ゲームの勝利戦略問題についての研究結果をまとめたものである。特に、平面的グラフにおけるゲームのプレー時間（泥棒を捕まえるのにかかる時間）を大幅に短縮する新しい研究成果をまとめている。警察 3 人勝ちの最小サイズの平面的グラフについては、オイラー公式や貪欲法を巧みに使い、それが頂点数 20 の dodecahedral グラフと予想した。さらに、群ロボットが格子グラフを支配するための分散アルゴリズムの提案も行っている。

第 1 章では、本研究の背景、警察・泥棒ゲームの勝利戦略問題に関するこれまでの研究結果と手法、そして本論文の目的およびその意義などについて述べている。

平面的グラフにおける警察・泥棒ゲームとは、警察と泥棒がグラフの辺上を移動し、泥棒を捕まえるゲームである。いずれの辺を通過する時間も 1 とし、相手の居場所（グラフの頂点）が互いに分かる場合、1 人の泥棒を捕まえるのに必要な最少の警察人数が 3 であることが既に証明されている。しかしながら、提案されていた勝利戦略でゲームをプレーすると、 $O(n^2)$ 時間がかかる。ここで、 n はグラフの頂点の数である。

実用性の観点から、ゲームのプレー時間の短縮や、平面的グラフのサイズと警察の最少人数の関係の解明は重要な課題であり、本研究では、これらのことを研究の目的としている。

申請者は警察・泥棒ゲームの勝利戦略問題について幅広い知識を有し、第 1 章では本論文の目的と意義を明確に示していると審査員一同判断した。また、警察・泥棒ゲームの勝利戦略の考案はゲームソフトの設計や遭難者捜索などの問題への応用があり、学術的な価値のみならず工学的・社会的にも意義があると判断した。

第 2 章では、警察・泥棒ゲームにおける線形時間の新しい勝利戦略を提案している。戦略の設計には、監視パスと泥棒の活動領域の外周サイクルの概念を用いた。監視パスには、パス上のどの頂点も泥棒より監視警察の方が近いという「監視的頂点」が存在する。申請者の戦略の各ステップでは、警察が監視するパスが最大 2 本であり、フリーの警察が少なくとも 1 人いる。次のステップで泥棒活動範囲から新たに監視パスを作り、フリー警察はその新しいパスを監視させることにより、各ステップで泥棒の活動領域を縮小させている。申請者の提案戦略の主な特徴は、端点を除いた監視パスがすべて異なることであり、これは評価できる。

第 3 章では、本研究のゲーム戦略のプレー時間について検討した結果を述べている。各パスの監視については、泥棒の活動領域と共有する部分のみ監視すればよい。パスの監視に既にできている場合、その監視パス上の警察移動はプレー時間の計算に寄与しない。したがって、フリー警察の移動時間のみでゲームの時間を決めることができる。さらに、フリー警察の移動を

分類して解析することによって、どの監視パスも最大2回通ることが明らかにした。端点を除いた監視パスがすべて異なるため、ゲームのプレー時間は $2n$ 以内であることが示された。

申請者が提案したゲーム戦略の時間は、線形時間 $2n$ となり、これまでの $O(n^2)$ 時間を大きく改善した。この成果は、世界的に最先端の研究結果と判断される。

第4章では、警察3人勝ちの平面的グラフの最小サイズについて論じている。そのグラフは頂点数20のdodecahedralグラフであると予想されたため、警察2人でゲームに勝つ場合の平面的グラフの最大頂点数について検討している。その結果、頂点数が19以下の平面的グラフには必ず勝ち頂点が存在することが示された。平面的グラフのオイラー公式や貪欲法などを巧みに利用して定理を導いた手法はとても洗練されており、評価したい。

以上の議論から、本研究では線形時間の勝利戦略の有効性が示され、警察3人勝ちの最小サイズの平面的グラフが頂点数20のdodecahedralグラフであると示唆された。

第5章では、与えられた平面的グラフが2人勝ちか3人勝ちかを判別する問題について解説している。警察1人勝ちのグラフを判定する必要十分条件が知られているが、2人勝ちまたは3人勝ちの平面的グラフを判別できる必要十分条件は未だに分かっていない。このため、3人勝ちの新しいグラフはいくつか紹介された。これらの事例研究は、平面的グラフが2人勝ちか3人勝ちかを判別できる方法を見つけるのに役に立つと考えられ、研究の意義がある。

第6章では、警察・泥棒ゲームに関連するグラフの支配問題について解説している。具体的に、群ロボットが格子グラフを支配するための分散アルゴリズムを提案している。 $m \times n$ 格子グラフを支配するのに必要な群ロボットの数を現行数の $\lfloor (m+2)(n+2)/2 \rfloor + 1$ から $\lfloor (m+2)(n+2)/2 \rfloor - 3$ に減らすことができた。本研究で得られた群ロボットの数は最良数 $\lfloor (m+2)(n+2)/2 \rfloor - 4$ と1つしか違わない。その研究成果が先進的であり、評価できる。

第7章では、本研究で得られた結果および今後の研究課題をまとめている。2人勝ちまたは3人勝ちの平面的グラフを判別できる必要十分条件に向けた検討は、問題解決に繋がるヒントが幾つか含まれており、先進的な内容であると判断される。

以上の結果、本論文は学位論文として十分な内容を有するものと審査委員全員の一致で判定された。

したがって、申請者 PHOTCHCHARA PISANTECHAKOOL 氏は東海大学博士(工学)の学位を授与されるに値すると判断した。

論文審査委員

主査	博士(工学)	内田 理	情報理工学部教授	(総合理工学研究科総合理工学専攻)
委員	博士(工学)	黒田 輝	情報理工学部教授	(総合理工学研究科総合理工学専攻)
委員	博士(工学)	浅川 毅	情報理工学部教授	(総合理工学研究科総合理工学専攻)
委員	博士(工学)	譚 学厚	情報理工学部教授	(総合理工学研究科総合理工学専攻)
委員	博士(工学)	虎谷充浩	工学部教授	(地球環境科学研究科地球環境科学専攻)
委員	博士(理学)	酒井利訓	理学部教授	