東海大学大学院　平成 25 年度　博士論文

等分布荷重を受ける非矩形スラブの変形と設計式

東海大学大学院総合理工学研究科総合理工学専攻

野村　圭介

目　次

第1章　序論
1.1　研究背景および研究目的　3
1.2　研究方法および本論文の構成　4

第2章　内接円を描ける非矩形形状スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式
2.1　はじめに　9
2.2　周辺固定三角形スラブ　12
2.2.1　スラブの変形性状と算定式の構成　12
2.2.2　算定式の提案　24
2.2.3　算定式の精度　25
2.2.4　既往の解との比較　28
2.3　周辺固定内接円四角形スラブ　33
2.3.1　スラブの変形性状と算定式の構成　35
2.3.2　算定式の提案　40
2.3.3　算定式の精度　41
2.3.4　既往の解との比較　43
2.4　境界辺固定度の変化が及ぼす影響を考慮した三角形スラブ　45
2.4.1　境界辺固定度が最大値に及ぼす影響　45
2.4.2　算定式の構成　49
2.4.3　仮想スラブの内接円半径算定式提案　51
2.4.4　算定式の精度　52
2.5　おわりに　55

第3章　内接円を描けない非矩形形状スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式
3.1　はじめに　59
3.2　長方形を仮定する手法による解の精度　60
3.3　等脚台形および直角台形スラブの最大応力算定式　63
3.3.1　スラブの変形と算定式の構成　64
3.3.2　算定式の提案　68
3.3.3　算定式の精度　69
3.4　おわりに　71

第4章　三角形および内接円四角形スラブにおける設計応力算定式
4.1　はじめに　75
4.2　応力平均幅を適用した三角形および内接円四角形の設計応力算定式　77

4.2.1　矩形形状スラブにおける応力平均幅　77
4.2.2　算定式の提案　78
4.3　余裕度を適用した三角形および内接円四角形の設計応力算定式　82
4.3.1　RC 規準の設計応力算定式が持つ余裕度　83
4.3.2　算定式の提案　84
4.4　応力平均幅，余裕度による設計応力算定式の差異　90
4.5　おわりに　91

第5章　三角形および内接円四角形スラブにおける最小スラブ厚算定式
5.1　はじめに　95
5.2　たわみ制限を目的とした最小スラブ厚算定式　96
5.2.1　最大たわみ式　96
5.2.2　最小スラブ厚算定式の導出　97
5.2.3　近似式の提案　98
5.2.4　近似式の精度　103
5.3　応力度制限を目的とした最小スラブ厚算定式　104
5.3.1　最大応力度算定式　105
5.3.2　最小スラブ厚算定式の導出　105
5.3.3　近似式の提案　106
5.3.4　近似式の精度　108
5.4　たわみ制限、応力度制限による最小スラブ厚算定式の差異　108
5.5　おわりに　110

第6章　結論　113

参考文献　119
関連投稿論文　123
付録 1　RC 規準による矩形形状スラブの設計式　125
付録 2　平板理論と近似解析法および既往の研究　128
付録 3　FEM 解析概要　136
付録 4　主曲げモーメントの算定方法と曲げモーメントの座標変換　138
付録 5　三角形および内接円四角形での内接円算出方法　139
付録 6　FEM 解析した非矩形形状スラブ　142

謝辞　151

記　号　表

δ_{max}　：最大のたわみ
M_1,M_2　：単位幅あたりの主曲げモーメント
M_{b1i},M_{b2i}　：i 番境界辺上における最大の M_1 あるいは M_2（負曲げ側）
M_{c1},M_{c2}　：スラブ内部における最大の M_1 あるいは M_2（正曲げ側）
$\alpha_t, \alpha_q^e, \alpha_q^a$　：δ_{max} 算定式での形状による変化を表す係数
β_{ti}, β_{qi}　：M_{b2i} 算定式での形状による変化を表す係数
$\gamma_{t1}, \gamma_{q1}^e, \gamma_{q1}^a$　：M_{c1} 算定式での形状による変化を表す係数
$\gamma_{t2}, \gamma_{q2}^e, \gamma_{q2}^a$　：M_{c2} 算定式での形状による変化を表す係数
ζ　：曲げ戻しによる影響を表す係数
$\tilde{r}_d, \tilde{r}_c, \tilde{r}_b$　：仮想スラブの内接円半径
${}_tM_{dai},{}_qM_{dai}$　：境界部の設計用曲げモーメント（応力平均幅）
M_{dm}　：境界部の設計用曲げモーメント（余裕度）
${}_tD_{ai},{}_qD_{ai}$　：設計応力算定式における低減比（応力平均幅）
${}_tD_m,{}_qD_m$　：設計応力算定式における低減比（余裕度）
t_t,t_q　：最小スラブ厚
ζ_t,ζ_q,μ,η　：最小スラブ厚算定式の近似項

w　：等分布荷重
r　：内接円半径
E　：ヤング係数
t　：スラブの厚さ
ν　：ポアソン比
L_i　：i 番境界辺の長さ
θ_j　：j 番頂点の角度（算定式中では単位を rad で用いる）
θ_{min1}　：最小の頂点角度（算定式中では単位を rad で用いる）
θ_{min2}　：θ_{min1} の次に小さい頂点角度（算定式中では単位を rad で用いる）
B_r　：曲げ戻し割合（固定なら 0,ピンなら 1）
L_{bk}　：k 番曲げ戻し境界辺の長さ
r_1,r_2　：台形スラブ内に収まる 3 つの境界辺に接する円の半径（$r_1 \leqq r_2$）
d　：r_1 と r_2 の円中心間距離
φ　：台形スラブにおける斜辺の傾斜角（算定式中では単位を rad で用いる）
w_p　：仕上荷重と積載荷重の和
γ　：コンクリートの単位体積重量
F_c　：コンクリートの設計基準強度
U　：たわみ制限条件の設定値
σ_r　：応力度制限条件の設定値

第１章　序論

第1章　序論

1.1　研究背景および研究目的

建築物の構造上の安全性は構造設計で確認されている．日本では，その安全の最低基準が法律（建築基準法）に定められている．また，日本建築学会等の学協会が設計規準や設計指針を定めており，それらには具体的な設計方法や安全性を確認するための計算式（以後，設計式）が示されている．なお，構造設計は計算機等が充分に発達していない時代から行われており,その時代の規準や指針には,人間の手と電卓のみで安全性を確認できる方法が示されていた．現在では手で計算されることは少ないが，その流れは踏襲されており，規準や指針に示されている設計式は，人間の手と電卓で時間をかけずに計算できる式である．

建築物においては，床スラブと骨組は別々に構造設計されており，床スラブを構造設計する場合は，日本建築学会による鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説 [1)]（以後，RC 規準）の方法を用いることが多い．それは，設計用に大きく想定された等分布荷重で構造上の安全性と居住性を確認する方法であり，RC 規準には,それらを確認するための設計式が,矩形形状のスラブに対して示されている．

一方で，実際の建築物においては床スラブが矩形以外の形状（以後，非矩形形状）となる場合があるが，そのような形状に対しては定まった規準が存在せず，対象の非矩形スラブより大きな矩形スラブを仮定してＲＣ規準の矩形スラブ用の設計式を用いる方法や，対象の形状を有限要素法により解析する方法が採用されている．大きな矩形を仮定する場合には，大きな値が算出されるため，安全側の解が得られていると思われるが，その程度は明らかでなく，また，有限要素法による方法では，現在のコンピュータ処理速度で正しいと考えられる要素分割を実務の上で採用することは困難であり，大雑把な有限要素解を用いているため，設計値の妥当性に疑問が残り，さらに，応答値に対する形状の影響が明確でないため，試行錯誤を繰り返す設計には不適と言わざるを得ない．

以上のことから，現状を改善するには，簡便で精度が高く，形状の影響が明確に表された非矩形形状スラブの設計式が必要であると考え，本論文では，そのような設計式の提案を目的としている．また前述の理由から，本論文では電卓で計算できる程度の設計式の提案を試みている．

1.2　研究方法および本論文の構成

RC 規準に示されている床スラブ用の設計式は，鉄筋の位置や量を決めるための設計用曲げモーメントを求める設計応力算定式[2)]と，過大なたわみ等の障害を防止できる厚さの最小値を求める最小スラブ厚算定式[3)]である．本論文では，これらの式の提案を試みている．

スラブのような平面板は，弾性論を基礎とする平板理論[4),5)]で解析できるが，平板理論の基礎方程式は 4 階の偏微分方程式である．既往の研究においては，その基礎方程式を近似解析法で解析的に解いて求められた非矩形形状スラブにおける変位あるいは曲げモーメントの式[6)~10)]があるが，それの形状は，辺長比が一定のものや，ある頂点の角度が固定されたものである．一方で本論文では，最大たわみや最大の曲げモーメントの算定式であれば，既往の研究とは別の方法で求められると考えた．その方法は，有限要素法解を算定式の目標値とし，その算定式の構成は，有限要素法解から求めた変形の性状から見出す方法である．本論文ではまずはじめに,前述の方法で,最大たわみと最大曲げモーメントの算定式を求める．なお，この算定式を最大たわみ・最大応力算定式と呼ぶ．

なお，RC 規準による設計用曲げモーメントは前述の最大曲げモーメントとは異なる．本論文では，RC 規準を参考に設計値と最大値の関係を明らかにし，その関係を非矩形形状スラブの最大応力算定式に適用し,設計応力算定式を求める．

また，RC 規準の最小スラブ厚算定式は，最大たわみ算定式とたわみの制限条件を基にスラブの厚さについて解かれた式である．本論文でも，非矩形形状スラブの最大たわみ算定式を基に，RC 規準の最小スラブ厚算定式と同様の手順で，最小スラブ厚算定式を求める．

なお詳細は後述するが，最大たわみと最大曲げモーメントに影響が大きい変数は内接円の半径であることがわかっており，本論文では，内接円を描ける形状と描けない形状を分けて扱うこととした．

以上のように考え，本論文の構成は以下の通りである．なお，図 1.1 に本論文の構成と各章の関係を示した．

本論文の 2 章では，内接円を描ける非矩形形状スラブとして，三角形と内接円を描ける四角形（以後，内接円四角形）を扱い，等分布荷重下，周辺固定支持時での最大たわみ・最大応力算定式を提案する．また，設計時には周辺固定支持以

外の境界条件を用いる場合もあり，三角形スラブを対象に，周辺の固定度の影響を考慮した場合についても最大たわみ・最大応力算定式を提案している．

3 章では，内接円を描けない形状における最大たわみ・最大応力算定式について検討する．そのような形状のうち，直角を 2 つ持つ台形（以後，直角台形）と対辺に直交する軸に対して対称な台形（以後，等脚台形）が設計時に用いられる可能性が高いと考え，等分布荷重を受ける周辺固定直角台形，等脚台形について最大たわみ・最大応力算定式を提案している．

4 章では，RC 規準より設計値と最大値の関係を明らかにし，その関係を 2 章で提案した三角形スラブおよび内接円四角形スラブの最大応力算定式に適用して，設計応力算定式を求める．

5 章では，2 章で提案した三角形スラブおよび内接円四角形スラブの最大たわみ算定式を基に，RC 規準の最小スラブ厚算定式と同じ手順で最小スラブ厚算定式を求めた．また，矩形形状スラブにおいては応力度を制限した最小スラブ厚算定式もあり，本論文でも，最大応力算定式から応力度の最大値の算定式を導き，その式を基に，応力度制限を目的とした最小スラブ厚算定式も求めている．

そして 6 章では，本論文の総括として，各章で得られた知見を述べる．

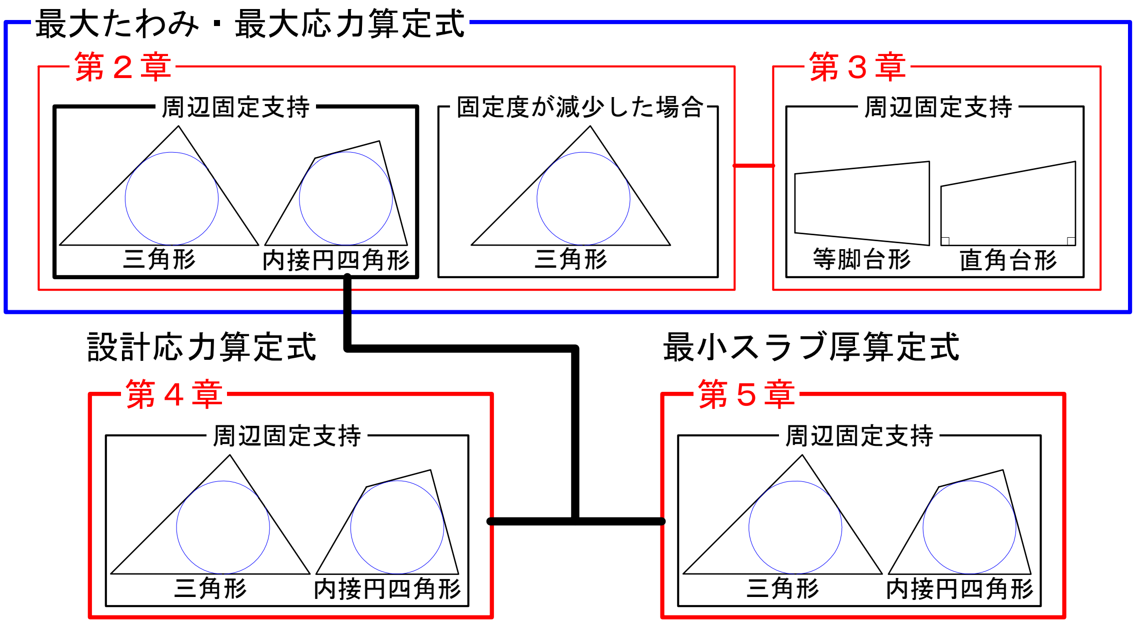


図 1.1　本論文の構成と各章の関係

第２章　内接円を描ける非矩形形状スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式

第2章　内接円を描ける非矩形形状スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式

2.1　はじめに

本章では，内接円を描ける非矩形形状スラブにおける最大たわみと最大曲げモーメントの算定式を提案する．

ここで，等分布荷重を受ける周辺固定平面板の変位と曲げモーメントを考える．変位は固定辺から離れるほど大きくなるため，最大たわみは固定辺から最も遠い点に生じると考えられる．また曲げモーメントは，スラブの曲率が大きい場所ほど大きく，大きなたわみを支えるほど曲率は大きくなるので，最大の曲げモーメントは，最大たわみ発生点に最も近い固定辺上の点に生じると考えられる．

三角形スラブにおいては，図 2.1 に示すように，各固定辺から最も遠い点は内接円中心位置であるため，最大たわみは内接円中心近傍に生じ，また，内接円中心位置に最も近い固定辺上の点は内接円接点なので，その点の近傍で最大の曲げモーメントが生じると考えられる．

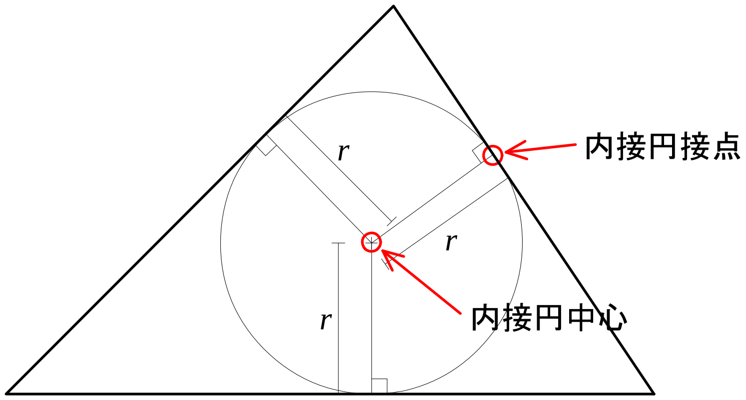


図 2.1　固定辺からの距離と内接円

また，内接円部分を円形のスラブ（以降は内接円スラブと呼ぶ）と考えると，その内接円スラブは，図 2.2 の実線部分での境界条件が固定，破線部分で固定度が小さくたわみがある円形スラブと捉えることができる．ここで，等分布荷重 w を受ける周辺固定支持とピン支持の円板での最大たわみ式 [1]を式(2.1.1)と式(2.1.2)に示す．

$$ {}_{f}\delta_{\max} = \frac{12(1-\nu^2)}{64}\frac{wr^4}{Et^3} \tag{2.1.1} $$

$$ {}_{p}\delta_{\max} = \frac{(5+\nu)}{(1+\nu)}\times\frac{12(1-\nu^2)}{64}\frac{wr^4}{Et^3} \tag{2.1.2} $$

ここに，r は半径，E はヤング係数，t はスラブ厚，νはポアソン比である．

式(2.1.1)と式(2.1.2)より，円板の最大たわみには半径 r の影響が大きいことがわかる．さらに，ポアソン比νを一定とすれば，円板の最大たわみ式は wr^4/Et^3 に定数を乗じる構成であり，その定数は周辺の境界条件によって変化すると予想できる．内接円スラブにおいては，図 2.2 の境界条件を持つ円板と考えられるため，それの最大たわみ値は，周辺固定支持円板の最大たわみ値と周辺ピン支持円板の最大たわみ値の間の値になると考えられる．これより，三角形スラブの最大たわみにおいては，主要な変数は内接円の半径であり，その算定式の構成は，円板の最大たわみ式の構成と一致すると考えた．

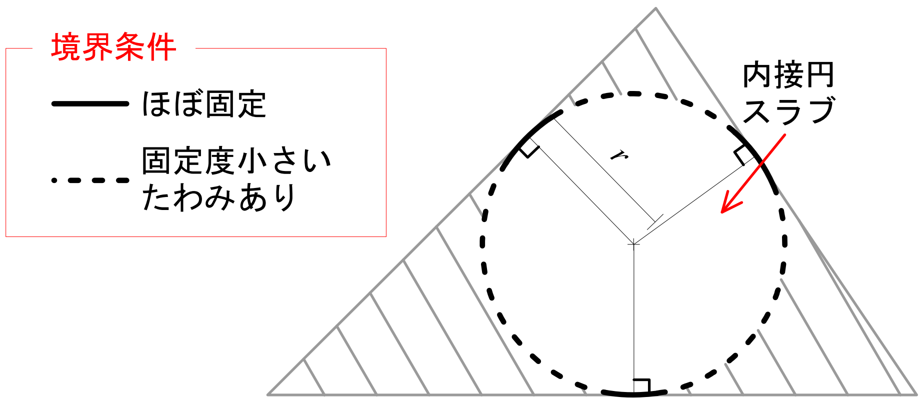


図 2.2 内接円スラブとその境界条件

また，周辺固定円板の固定辺での曲げモーメント算定式[1)]は式(2.1.3)である．

$$ {}_{f}M_{\max} = -\frac{1}{8}wr^2 \tag{2.1.3} $$

この式においても，半径 r が主要な変数である．周辺ピン支持の場合には，曲げモーメントが 0 となり，その式は式(2.1.3)における-1/8 が 0 になったものと考えれば，最大たわみと同様に，曲げモーメント式は wr^2 に境界条件で変化する定数を乗じる構成だと予想できる．三角形スラブの固定辺上の最大曲げモーメントについても，その発生点が内接円上であることから，内接円半径が主要な変数で，

算定式の構成は円板の曲げモーメント式と同じ構成であると考えた．

以上のように，三角形スラブの最大たわみ，最大曲げモーメントには内接円半径の影響が大きいと考えた．また，内接円を描ける形状であれば，内接円スラブの境界条件が変化するのみなので，この考えは内接円を描ける全形状に適用できるであろう．よって本論文では，内接円を描ける形状と描けない形状で分けて考えることとする．

本章では，内接円を描ける非矩形形状として，図 2.3 に示す三角形と内接円四角形を扱い，等分布荷重下，周辺固定支持での最大たわみ・最大応力算定式を提案する．また，周辺固定支持は構造設計時に最も多く用いられる支持条件であるが，周辺の固定度を考慮する場合も多い．そこで本章では，三角形スラブを対象に，周辺固定度が各最大値に及ぼす影響を調べ，周辺固定度が減少した場合での最大たわみ・最大応力算定式を提案する．なお，2 節で周辺固定三角形スラブを，3 節で周辺固定内接円四角形を，4 節で固定度の影響を考慮した三角形スラブを扱っている．5 節では 2 章のまとめを述べる．

ところで，矩形形状スラブの配筋方向は短辺あるいは長辺と平行な方向が一般的であるが，非矩形形状スラブにおいては，配筋は他スパンとの関係で決まるため，その方向は不明である．そのため本論文では，単位幅あたりの主曲げモーメントを対象とし，また本算定式は，スラブ内部（正曲げ側）での最大値と各境界辺上（負曲げ側）での最大値を求める式とし，それらの主軸の向きについても考察する．なお本論文では，最大たわみを$\delta_{\max}$と呼び，さらに，スラブ内部での最大主曲げモーメントは M_{c1} あるいは M_{c2}（$M_{c1} \geqq M_{c2}$），i 番目の境界辺上における最大主曲げモーメントを M_{b1i} あるいは M_{b2i}（$M_{b1i} \geqq M_{b2i}$）と呼んでいる．

また算定式は，RC 造スラブの設計に使用することを想定し，ポアソン比 1/6 として定式化しているため，式中にはポアソン比を変数として与えていない．

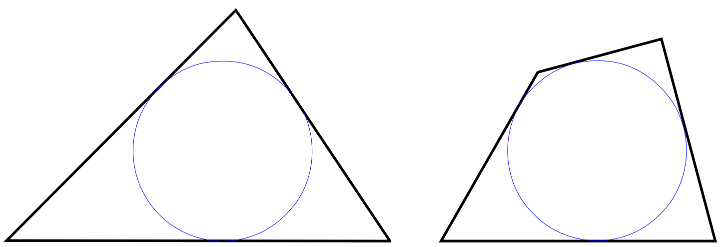


図 2.3　第 2 章で扱う形状

2.2　周辺固定三角形スラブ

等分布荷重を受ける周辺固定三角形スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式を提案する．

なお，頂点角度が極端に小さいあるいは大きい形状のスラブは設計時に扱われる可能性が低いと考えており，2 節では，頂点の角度が 30deg から 120deg までの三角形形状を対象としている．また，算定式の目標値として FEM 解を求めた形状は頂点角度を 30deg から 120deg まで 5deg ずつ変化させた 37 種の三角形スラブである．表 2.1 に 37 種の形状の頂点角度θ_1からθ_3を示す．なお，$\theta_1 \leqq \theta_2 \leqq \theta_3$の関係である．これらの形状は，$\theta_1$，$\theta_2$，$\theta_3$を順次 30deg から 5deg ずつ増やし，三角形を形成しない組み合わせを除外して作成しており，作成した形状には順次番号（表 2.1 の Model No.）を振っている．また，これらの詳しい形状は付録 6 に示している．なお，FEM 解析には汎用解析ソフト midas/Gen[2)]を用いており，FEM 解析の概要は付録 3 に示している．

表 2.1　三角形スラブの頂点角度一覧（deg）

Model No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
θ_1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	35	35	35	35	35	35	35	35	40	40	40	40	40	40	40
θ_2	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	35	40	45	50	55	60	65	70	40	45	50	55	60	65	70
θ_3	120	115	110	105	100	95	90	85	80	75	110	105	100	95	90	85	80	75	100	95	90	85	80	75	70

Model No.	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
θ_1	45	45	45	45	45	50	50	50	50	55	55	60
θ_2	45	50	55	60	65	50	55	60	65	55	60	60
θ_3	90	85	80	75	70	80	75	70	65	70	65	60

2.2.1　スラブの変形性状と算定式の構成

(a)　最大たわみ算定式

前述のように，固定辺から最も離れ，かつ各固定辺からの距離が等しいのは内接円中心位置であり，その近傍に最大たわみが生じると考えている．FEM 解からその妥当性を確認する．図 2.4 に内接円中心位置と FEM 解による最大たわみ位置の関係を示す．対象形状は表 2.1 に示した 37 種の三角形スラブである．図の縦軸は内接円中心位置から最大たわみ位置まで距離と内接円半径の比であり，横軸は表 2.1 のモデル番号である．最大たわみまでの距離と内接円半径の比は最大で 15%程度であり，最大たわみは内接円中心近傍に生じていることを確認できる．

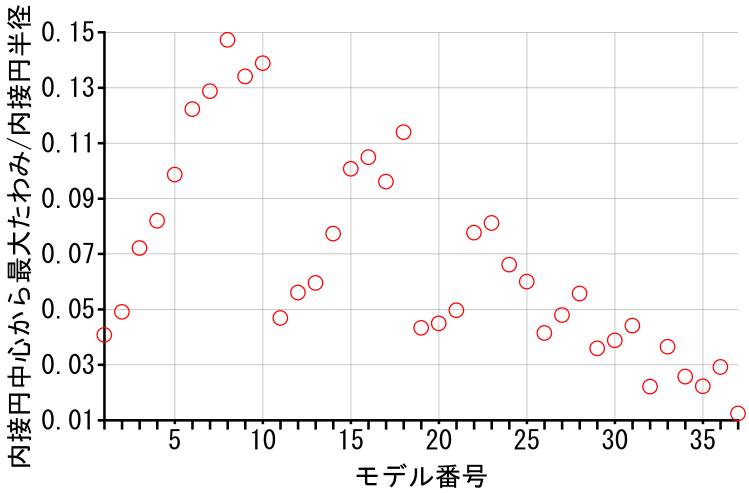
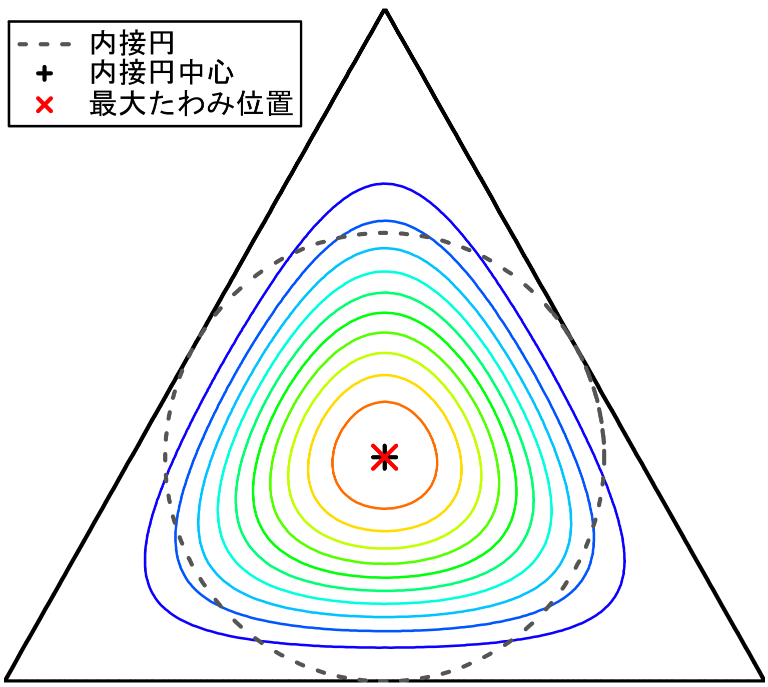
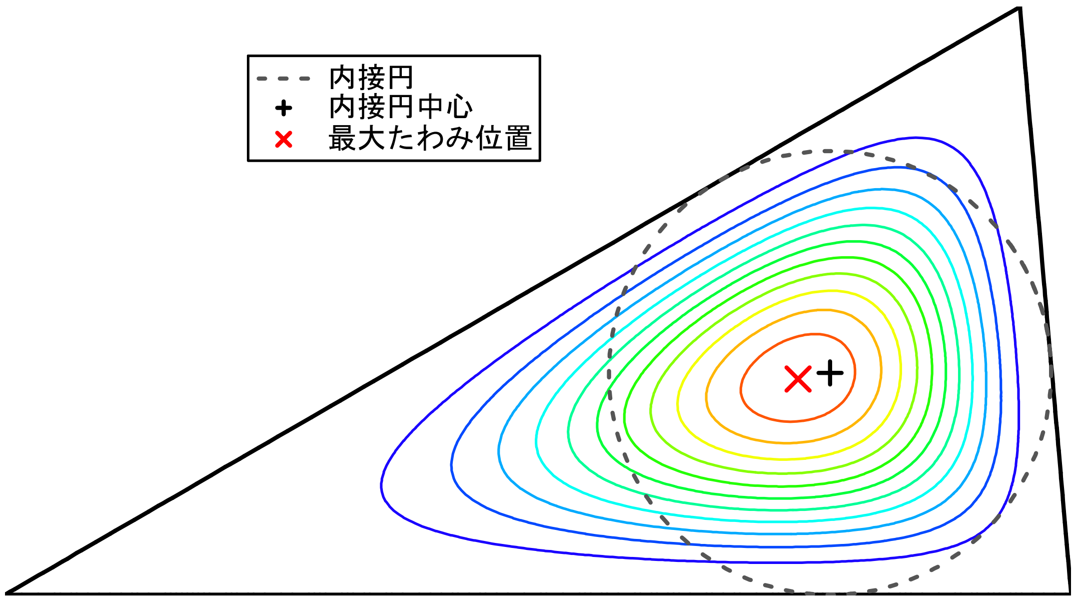


図 2.4　最大たわみ位置と内接円中心位置の関係

また，図 2.5 に FEM 解による変位等高線図の例を示す．(a)は最大たわみと内接円位置が最も近い形状（モデル 37，頂点角度 60，60，60deg），(b)は最も離れた形状（モデル 8，頂点角度 30，65，85deg）である．図の×印は最大たわみ位置であり，＋印は内接円中心位置である．この図からも，最大たわみが内接円中心近傍に生じていることが確認できる．



(a)　内接円中心位置と最大たわみ位置が最も近い形状（モデル 37）



(b)　内接円中心位置と最大たわみ位置が最も離れた形状（モデル 8）

図 2.5　FEM 解による変位の等高線図

次に，算定式の構成を考察する．

最大たわみ算定式の構成は，円板の最大たわみ算定式の構成と一致すると考えている．円板の最大たわみ式は，式(2.1.1)と式(2.1.2)より，wr^4/Et^3 に境界条件で決まる定数を乗じる構成である．ここで，定数部分を未知係数α_tとおき，三角形スラブの最大たわみ算定式を式(2.2.1)のように仮定した．

$$\delta_{\max} = \alpha_t \frac{wr^4}{Et^3} \tag{2.2.1}$$

ここに，w は等分布荷重値，r は内接円半径，E はヤング係数，t はスラブ厚である．

未知係数α_tは，内接円スラブが固定と固定度が低減した部分が混在した境界条件を持つことから，周辺固定支持円板での定数と周辺単純支持円板での定数の間の値になると考えられる．また，内接円スラブの境界条件は，図 2.6 に示すように，三角形の形状に依存して変化するので，係数α_tは三角形の形状で決まると考えた．

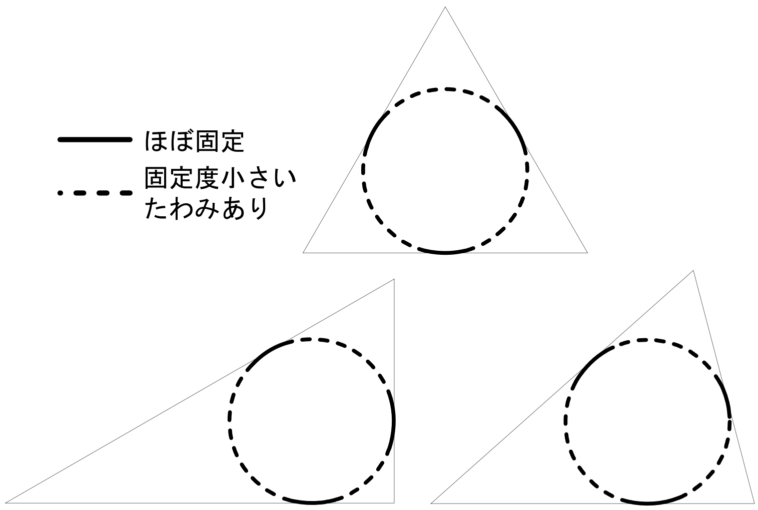


図 2.6　三角形形状で変化する内接円スラブの境界条件

三角形の形状により係数α_tが変化するか確認する．

FEM 解析で用いた w，r，E，t と，FEM 解から求めた最大のたわみ値を式(2.2.1)に与え，それをα_tについて解き，α_tの目標値を求めた．なお，その目標値をα_t^Fとする．図 2.7 に表 2.1 の全形状から求めたα_t^Fを示す．横軸はモデル番号である．また図には，最小頂点角度θ_1が大きくなった形状（表 2.1 でのモデル 1,11,19,26,31,35,37）でのα_t^Fにθ_1の値を示している．これらの間の形状では，θ_1は変化せず，θ_1の次に小さい頂点角度θ_2が大きくなる．

この図より，係数α_tは三角形の形状によって変化することが確認できる．

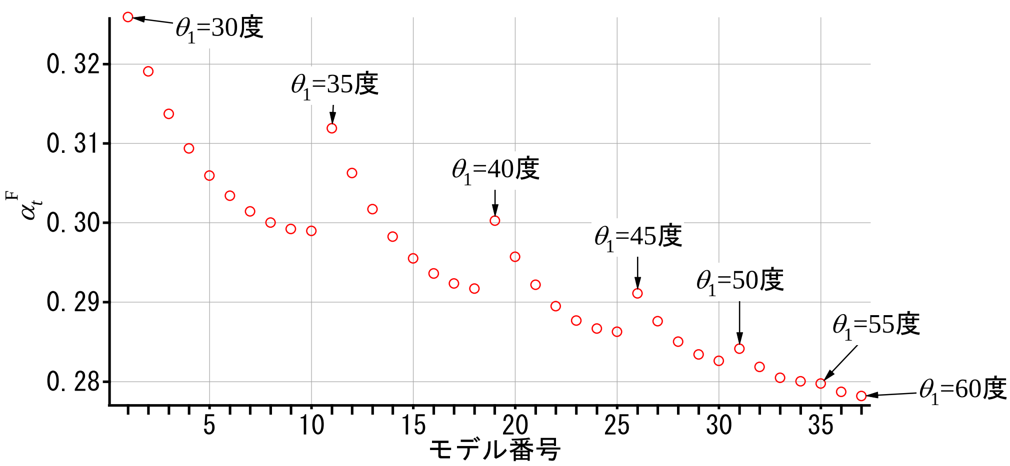
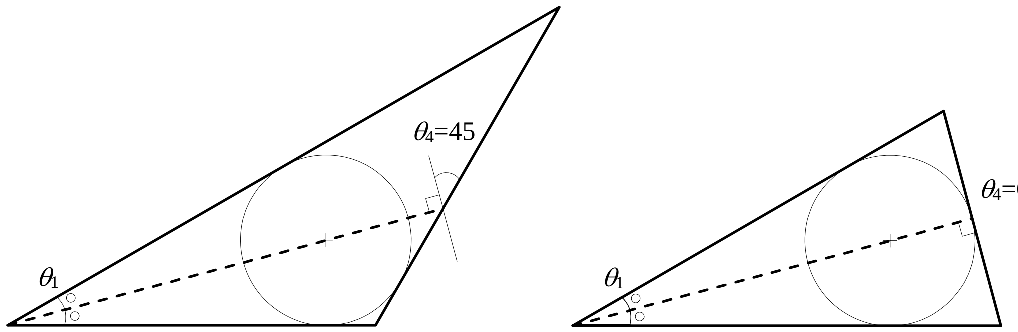


図 2.7　FEM 解から求めた目標値α_t^F

次に係数α_tの式の構成を考察する．

図 2.7 より，α_tにθ_1が影響することは明らかである．また，θ_1が同じ形状で

のα_t^{F}の変化量は，モデル番号が大きくなるほど小さくなっていることがわかる．ここで，θ_1 から伸ばした二等分線に直交する直線と境界辺でできる角度をθ_4 とする．このθ_4 は図 2.8 に示す角度である．図の(a)ではモデル 1，(b)ではモデル 10 の場合を描いている．このθ_4 は$(\theta_3-\theta_2)/2$ で求めることができ，モデル 1 では 45deg となりモデル 10 では 0deg となる．この傾向は，θ_1 が同じ区間でのα_t^{F}の変化と良い対応を示すと考えた．



(a)　モデル 1 の場合　　(b) モデル 10 の場合

図 2.8　三角形での角度θ_4

以上より，係数α_t はθ_1 とθ_4 で表すこととした．図 2.7 の分布より，α_t に対してθ_1 とθ_4 は別々に影響しており，また，その効果は線形でないと考えられる．さらに，θ_1 あるいはθ_4 が 0 であっても，係数α_t が 0 とならないことから，α_t を式(2.2.2)のように仮定した．

$$\alpha_t = I_1^\alpha (1 + I_2^\alpha \theta_1^{I_3^\alpha})(1 + I_4^\alpha \theta_4^{I_5^\alpha}) \tag{2.2.2}$$

ここに，$I_1^\alpha \sim I_5^\alpha$ は未定定数である．これらは 37 種の FEM 解と算定式解の差が小さくなるように求める．

(b)　境界辺上の最大主曲げモーメント算定式

前述のように，曲率が大きい場所ほど曲げモーメントが大きくなるため，境界辺上においては，最大たわみ点である内接円中心位置に最も近い内接円接点位置に，最大曲げモーメントが生じると考えている．

FEM 解から，その考えの妥当性を確認する．最大曲げモーメントが内接円接点位置に発生したとすると，内接円中心から最大曲げモーメント発生点までの距離は内接円半径と同じになるはずである．そこで，その距離を求め，内接円半径長さとの差を調べることとした．ここで，その距離を l_b と呼ぶこととする．図

2.9 に，37 種の FEM 解から求めた l_b と内接円半径 r の差を示す．なお，三角形スラブの境界辺には長さごとに番号を付しており，その番号は最長辺で 1，最短辺で 3 としている．図 2.9 の l_b は全境界辺について求めており，i 番目の境界辺で求めたものを l_{bi} としている．また図では，辺番号 1 の場合を○印，2 の場合を□印，3 の場合を△印で表している．図の縦軸は r に対する l_{bi} の差を%表記したものであり，横軸は表 2.1 のモデル番号である．なお，主曲げモーメントは M_1 と M_2 があるが，解析した全形状において，境界辺上での M_1 と M_2 の最大値発生点は同位置であった．また，それらの主軸の向きは，M_1 は境界辺に平行な方向，M_2 は境界辺に直交する方向であり，主軸も全ての形状で同じ傾向を示した．なお，本論文で述べている主軸とは，その主曲げモーメントの回転軸に直交する軸である．

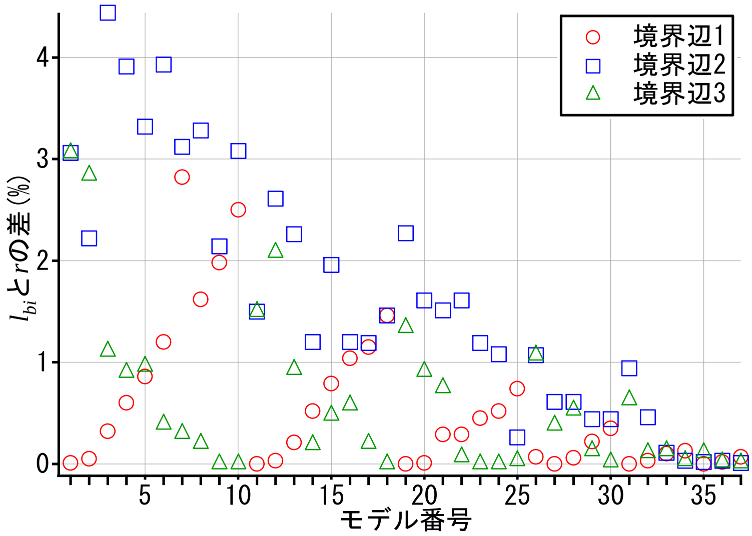
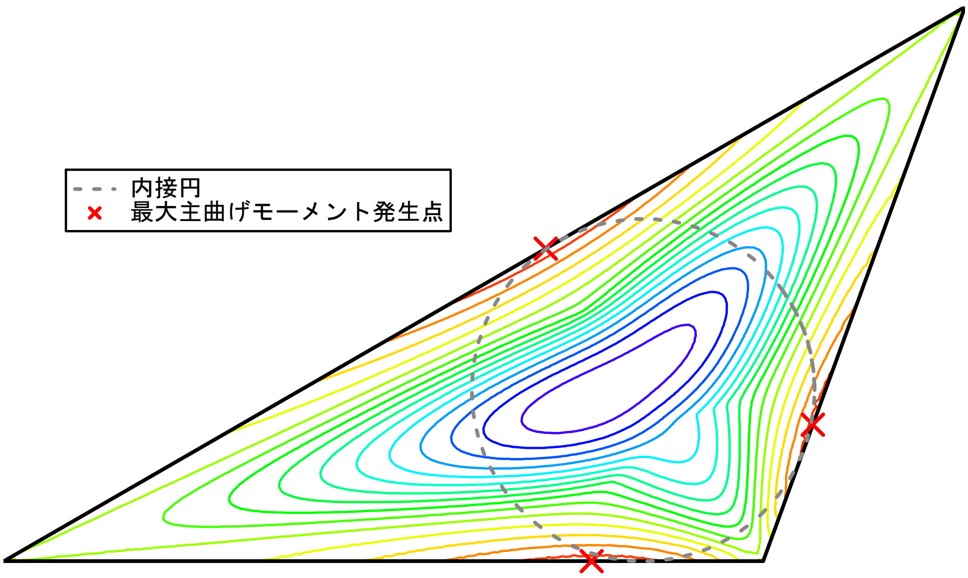
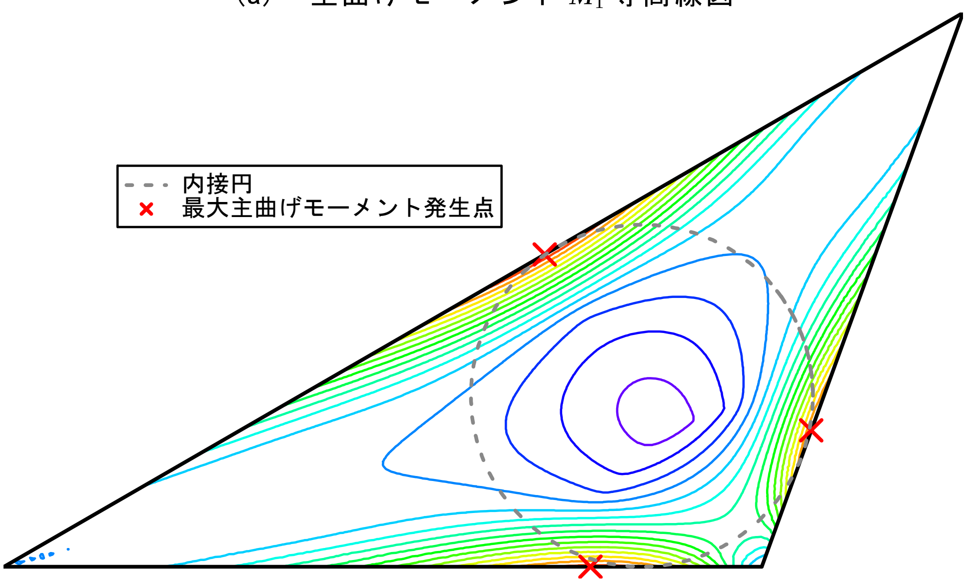


図 2.9　最大主曲げモーメント発生点と内接円接点位置の関係

差が最大となるのは，モデル 3（頂点角度 30，40，110deg）の辺 2 番で，その差は 4%程度であった．図 2.10 にその形状での主曲げモーメント等高線図と最大値発生点を示す．(a)は主曲げモーメント M_1 の，(b)は M_2 の等高線図であり，最大値発生点は×印で表している．図 2.9 および図 2.10 より，境界辺上の最大主曲げモーメントは，内接円接点近傍に生じていることがわかる．



(a)　主曲げモーメント M_1 等高線図



(b)　主曲げモーメント M_2 等高線図

図 2.10　FEM 解析による主曲げモーメントの等高線図（モデル 3）

最大の主曲げモーメントが内接円上に生じていることより，その算定式の構成は，円板の固定辺上の曲げモーメント式と同じ構成であると考えている．円板の曲げモーメント式は，wr^2 に定数を乗じた構成である．三角形スラブにおける境界辺上の最大主曲げモーメント算定式も，この係数部分が変化すると考えた．

ここで，i 番目の境界辺における最大主曲げモーメント M_{b2i} の算定式を，前述の定数部分を未知係数 β_{ti} とおいて，式(2.2.3)のように仮定した．

$$M_{b2i} = \beta_{ti} w r^2 \tag{2.2.3}$$

なお M_{b1i} は，M_{b2i} と同位置に生じることから，M_{b2i} にポアソン比 ν を乗じるこ

とで求められるため，ここでは式を示していない．

次に係数β_{ti}の構成について考察する．

境界辺上の最大曲げモーメントはそれが生じている境界辺の長さによって変化すると考えた．その妥当性を，β_{ti}の目標値β_{ti}^{F}から確認する．なおβ_{ti}^{F}は，最大たわみと同様に 37 種の FEM 解と式(2.2.3)から求めている．求めたβ_{ti}^{F}を図 2.11 に示す．図の横軸は境界辺長さ L_i を内接円半径 r で無次元化した値であり，辺番号 1 の場合を○印，2 を□印，3 を△印で表している．この図より，目標値β_{ti}^{F}は概ね境界辺の長さに依存していると考えられる．また，L_iが 0 になるとβ_{ti}も 0 になると考えられるため，β_{ti}の算定式を式(2.2.4)のように仮定した．

$$\beta_{ti} = I_1^{\beta}\left(\frac{L_i}{r}\right)^{I_2^{\beta}} \tag{2.2.4}$$

ここに，I_1^{β}とI_2^{β}は未定定数である．未定定数は FEM 解から求める．

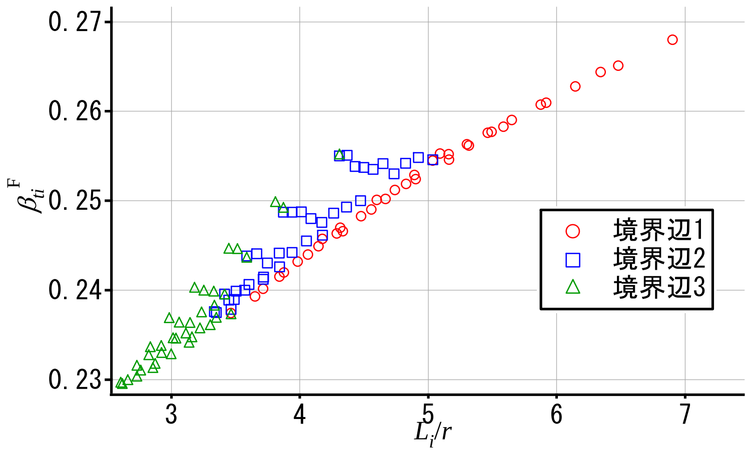


図 2.11　FEM 解から求めた目標値β_{ti}^{F}

(c)　スラブ内部の最大主曲げモーメント算定式

スラブ内部においては，最大たわみの近くで曲率が大きくなるであろう．ここで，スラブ内部での最大主曲げモーメント発生点を FEM 解から求め，その位置と内接円中心位置の関係を図 2.12 に示す．縦軸は内接円中心位置から最大値発生点までの距離と内接円半径の比であり，横軸は表 2.1 のモデル番号である．なお，主曲げモーメントは M_1 と M_2 があり，M_1 の最大を M_{c1}，M_2 を M_{c2} としている．図では，M_{c1} を＋印，M_{c2} を□印で表している．M_{c2} は内接円中心位置から半径の 20%程度の範囲に，M_{c1} は 40%程度の範囲に分布していることがわかる．

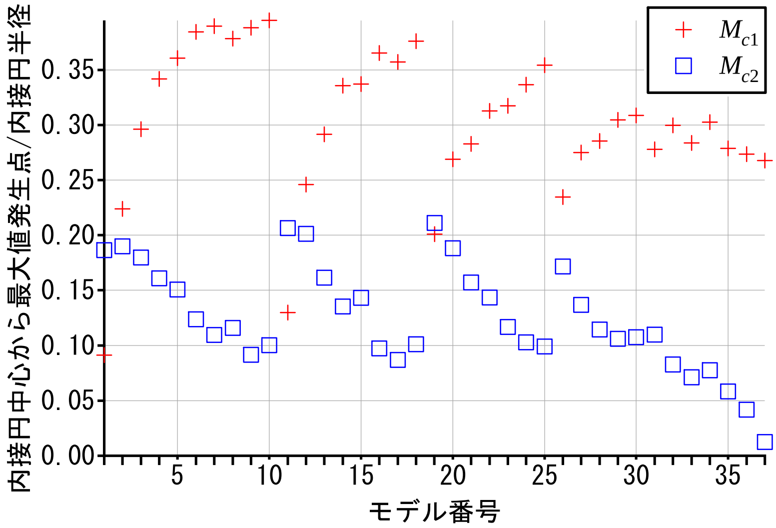
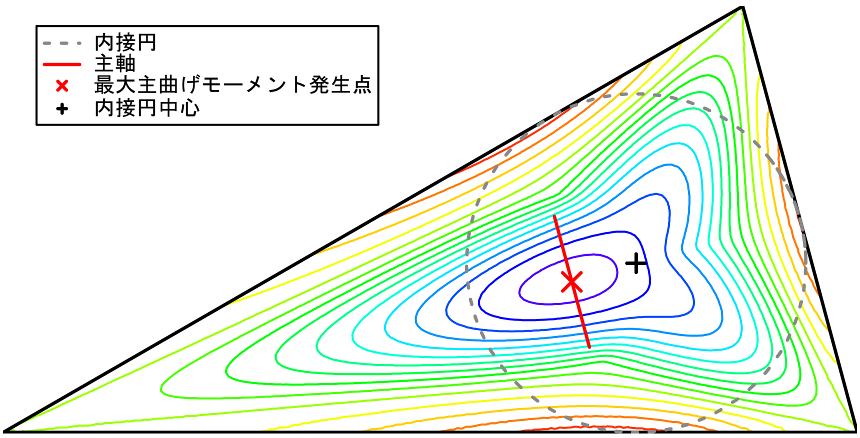
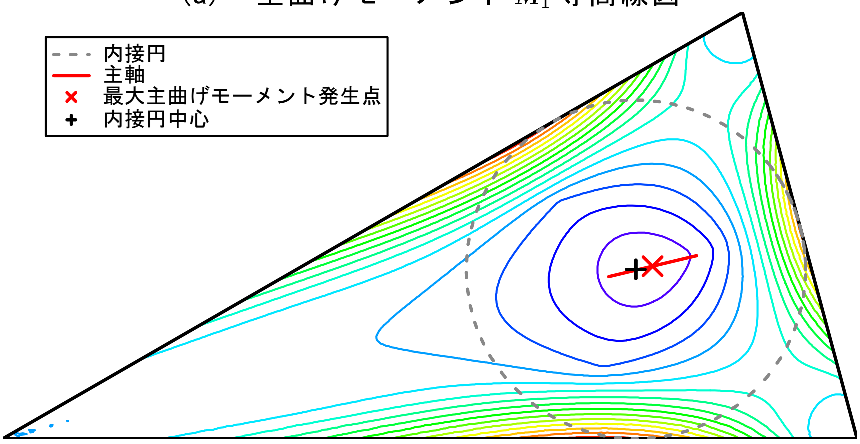


図 2.12　内接円中心位置と最大値発生点

さらに，これらが生じる点とその主軸の傾向を調べた．図 2.13 にモデル 10（頂点角度 30，75，75deg），



(a)　主曲げモーメント M_1 等高線図



(b)　主曲げモーメント M_2 等高線図

図 2.13　FEM 解による主曲げモーメントの等高線図（モデル 1）

図 2.14 にモデル 19（頂点角度 40，40，100deg），図 2.15 にモデル 37（頂点角度 60，60，60deg）での主曲げモーメント等高線図を示す．なおどの図も，(a)は M_1，(b)は M_2 の等高線図である．また図では，最大値の発生点を×印で示し，その主軸の向きも実線で示している．

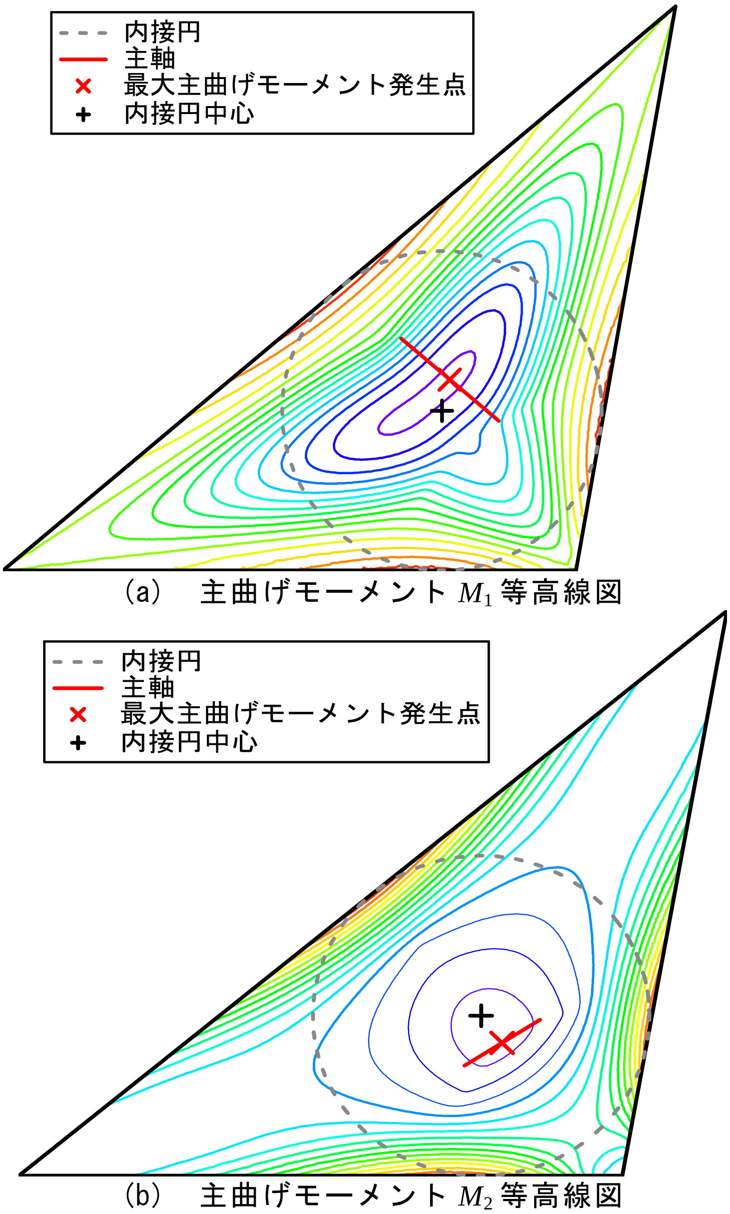
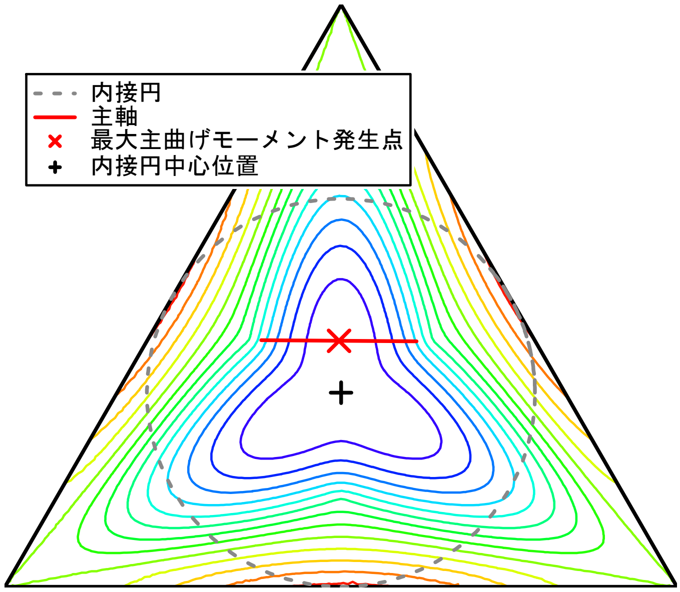
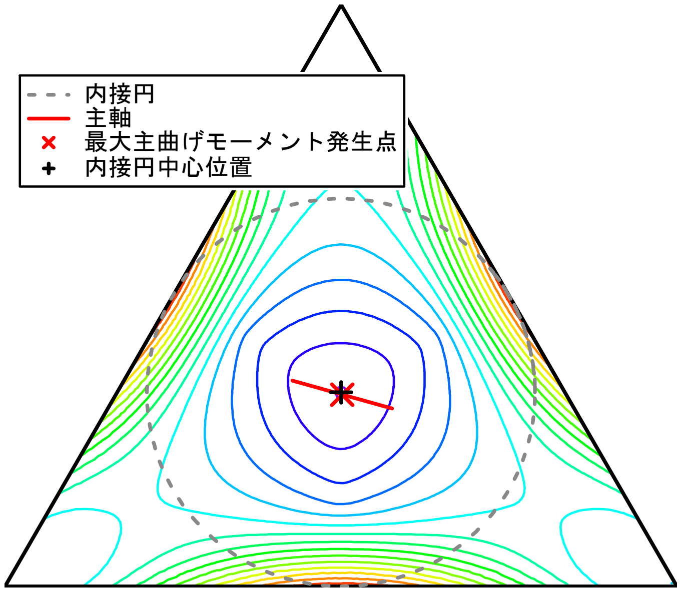


図 2.14　FEM 解による主曲げモーメントの等高線図（モデル 19）



(a)　主曲げモーメント M_1 等高線図



(b)　主曲げモーメント M_2 等高線図

図 2.15　FEM 解による主曲げモーメントの等高線図（モデル 37）

これらの図より，M_{c1} は内接円中心位置から最小角度の頂点側に移動しており，その角度が小さいほど移動量は大きい．そして主軸向きは，最小角度の頂点を含む 2 つの境界辺上の内接円接点を結んだ直線と同じ向きだと考えられる（図 2.16 の破線）．また，図 2.17 にその直線と主軸の向きの角度差を示す．縦軸は角度の差の絶対値，横軸はモデル番号である．その差は最大で 14deg 程度である．また，この差は θ_1 に対する θ_2 の大きさで決まっており，θ_1 に対して θ_2 が大きくなると差は小さく，θ_2 が θ_1 と同じ大きさだと差は大きくなる．差が大きくなる

形状での M_{c1} の主軸の向きは，図 2.14（モデル 19）の(a)に示したように，最長の境界辺に直交する方向となる．また，M_{c2} においては，その発生点は内接円中心近傍であり，主軸の向きは M_{c1} の主軸に直交する向きだといえる．

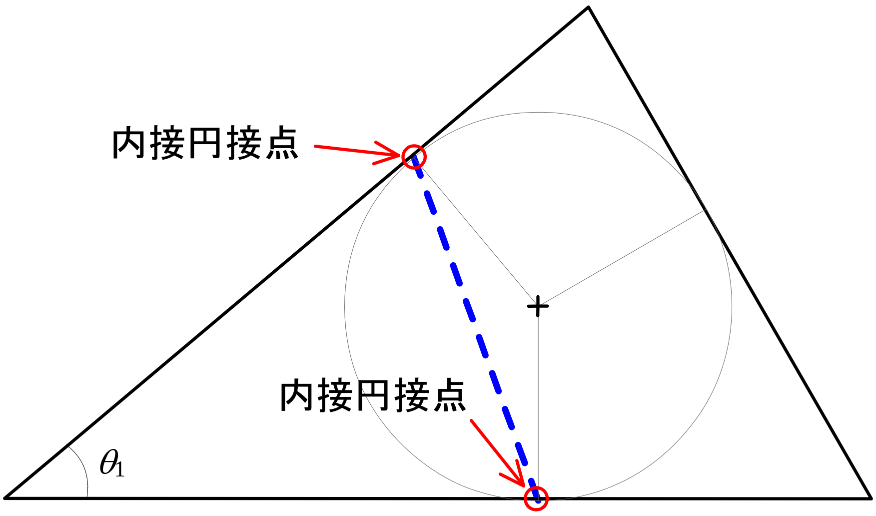


図 2.16　内接円接点間を結ぶ直線

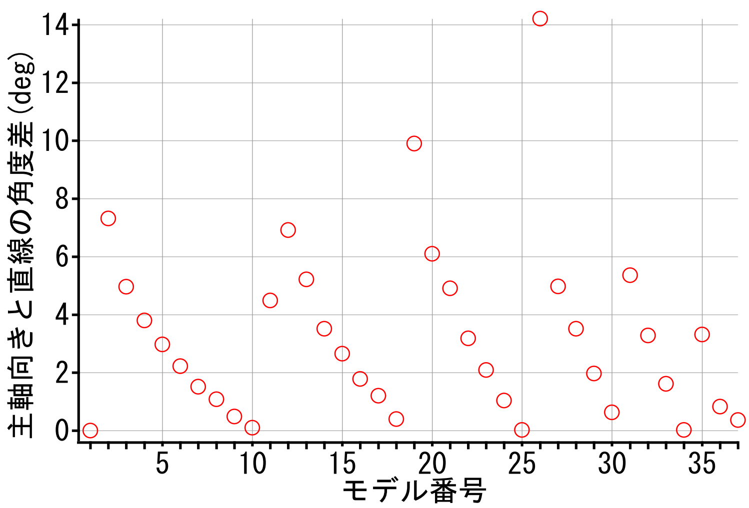


図 2.17　M_{c1} の主軸と内接円節点間を結ぶ直線の傾斜角の差

次に算定式の構成を考察する．M_{c1} と M_{c2} は内接円の内側に生じていることから，円板の最大曲げモーメント式と同じ構成であり，また，最大たわみと同様に，内接円スラブの境界条件によって値が変化すると考えた．定数部分を未知係数 γ_{tj} とおいて，算定式を式(2.2.5)のように仮定した．

$$M_{cj} = \gamma_{tj} w r^2 \tag{2.2.5}$$

ここに，j は主曲げモーメントの種類(j=1,2)を表している．

図 2.18 に FEM 解から求めたγ_{tj}の目標値$\gamma_{tj}{}^{\mathrm{F}}$を示す．

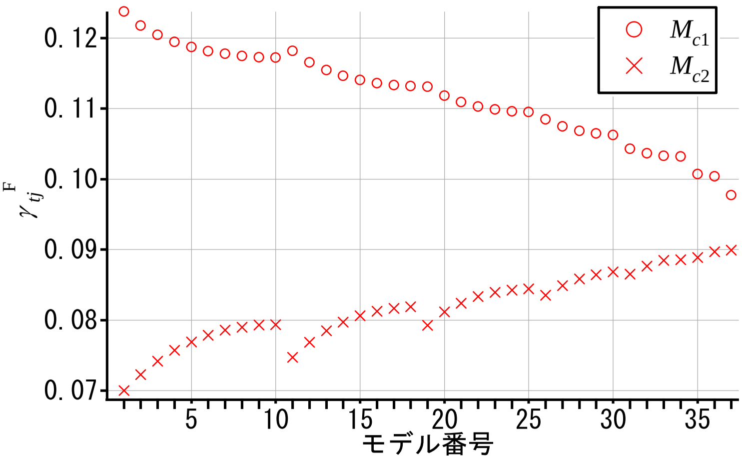


図 2.18　FEM 解から求めた目標値$\gamma_{tj}{}^{\mathrm{F}}$

図の横軸はモデル番号である．図の分布より，係数γ_{tj}は最大たわみでの係数α_tと似た傾向にあるため，γ_{tj}の式はα_tと同様に，角度θ_1とθ_4で表すこととした．

$$\gamma_{tj} = I_1^{\gamma j}(1+I_2^{\gamma j}\theta_1^{I_3^{\gamma j}})(1+I_4^{\gamma j}\theta_4^{I_5^{\gamma j}}) \tag{2.2.6}$$

ここに，$I_1^{\gamma j}$~$I_5^{\gamma j}$は未定定数である．これらの未定定数も FEM 解から求める．

2.2.2　算定式の提案

未定定数を FEM 解から求め，最大たわみ・最大応力算定式を提案する．未定定数は FEM 解と算定式解の差の和を目的関数とする最小値問題を解いて求めている．なお，差は(FEM 解-算定式解)/FEM 解で求めており，差の符号が正であれば算定式解は FEM 解に比べて安全側（絶対値が大きい），負であれば危険側（絶対値が小さい）である．算定式解が FEM 解に対して安全側の解となるように，差が 0 以上という条件を付与して最小値問題を解いている．また，解析には Microsoft Office Excel 2003 の最適化分析アドインであるソルバー[3)]を用いた．解法は準ニュートン法である．なお本論文では，算定式を簡便にするため，全ての未定定数をパラメータとし，それらをソルバーで求め，その中で変数の乗数としている定数（例えば，最大たわみ式の係数α_tの式(2.2.2)内のI_3^{α}など）の値を，求めた値に近く，かつ数学的に扱いやすい数値に任意に変更し，変更した値は固定して，残りの定数を再度求めている．また定数の有効桁数は 3 桁としている．

ここで，求めた定数を式に表記し，最大たわみ・最大応力算定式を示す．

(a) 最大たわみ算定式

最大たわみ$\delta_{\max}$の算定式は式(2.2.1)と式(2.2.2)のように仮定している．未定定数は式(2.2.2)の$I_1^\alpha \sim I_5^\alpha$である．FEM解より，$\delta_{\max}$は式(2.2.7)のように求まった．

$$\delta_{\max} = \alpha_t \frac{wr^4}{Et^3}$$

$$\alpha_t = 0.258(1 + \frac{0.0847}{\theta_1})(1 + 0.15\theta_4^2) \qquad (2.2.7)$$

ここに，wは等分布荷重値，rは内接円半径，Eはヤング係数，tはスラブ厚であり，θ_1は最小の頂点角度，θ_4は$(\theta_3\text{-}\theta_2)/2$である．なお$\theta_1$と$\theta_4$の単位はradである．

(b) 境界辺上の最大主曲げモーメント算定式

境界辺上の最大主曲げモーメントの算定式は，式(2.2.3)と式(2.2.4)のように仮定している．未定定数は式(2.2.4)のI_1^βとI_2^βである．FEM解より，i番目の境界辺におけるM_{b2i}およびM_{b1i}は式(2.2.8)のように求まった．

$$M_{b2i} = \beta_{ti} wr^2 \,, M_{b1i} = \nu M_{b2i}$$

$$\beta_{ti} = 0.198(\frac{L_i}{r})^{0.175} \qquad (2.2.8)$$

ここに，L_iはi番目の境界辺の長さである．

(c) スラブ内部の最大主曲げモーメント算定式

スラブ内部の最大主曲げモーメントの算定式は，式(2.2.5)と式(2.2.6)のように仮定している．未定定数は式(2.2.6)の$I_1^{\gamma j} \sim I_5^{\gamma j}$である．FEM 解より，$M_{c1}$および$M_{c2}$は式(2.2.9)，式(2.2.10)のように求まった．

$$M_{c1} = \gamma_{t1} wr^2$$

$$\gamma_{t1} = 0.137(1 - 0.272\theta_1)(1 + 0.08\theta_4^{1.5}) \qquad (2.2.9)$$

$$M_{c2} = \gamma_{t2} wr^2$$

$$\gamma_{t2} = 0.0711(1 + 0.293\theta_1)(1 - 0.169\theta_4^{1.5}) \qquad (2.2.10)$$

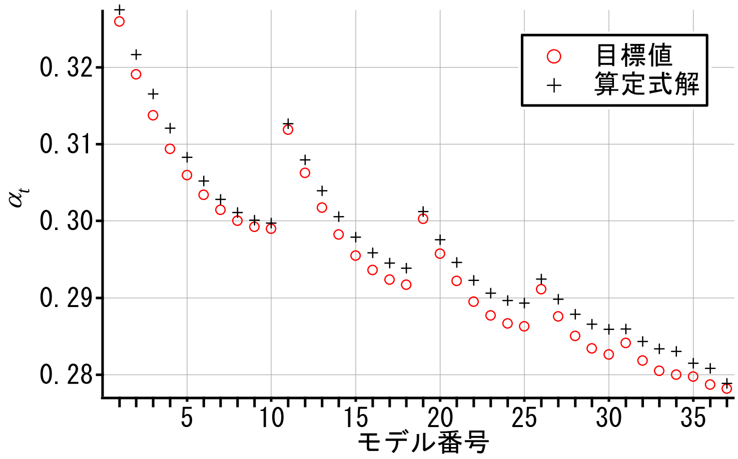
なお，θ_1とθ_4の単位はradである．

2.2.3 算定式の精度

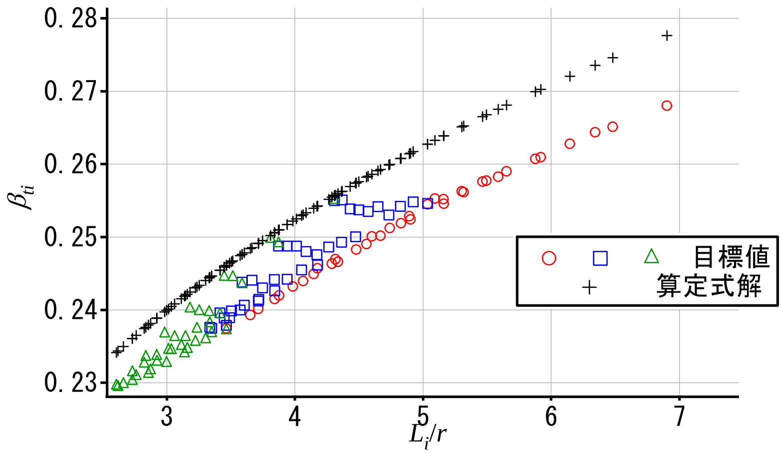
提案した算定式の解の精度について述べる．

図 2.19 に本算定式の係数$\alpha_t, \beta_{ti}, \gamma_{tj}$とそれらの目標値$\alpha_t^{\mathrm{F}}, \beta_{ti}^{\mathrm{F}}, \gamma_{tj}^{\mathrm{F}}$を示す．なお(a)には$\alpha_t$，(b)には$\beta_{ti}$，(c)には$\gamma_{tj}$を示している．これらの図より，各係数は形状に

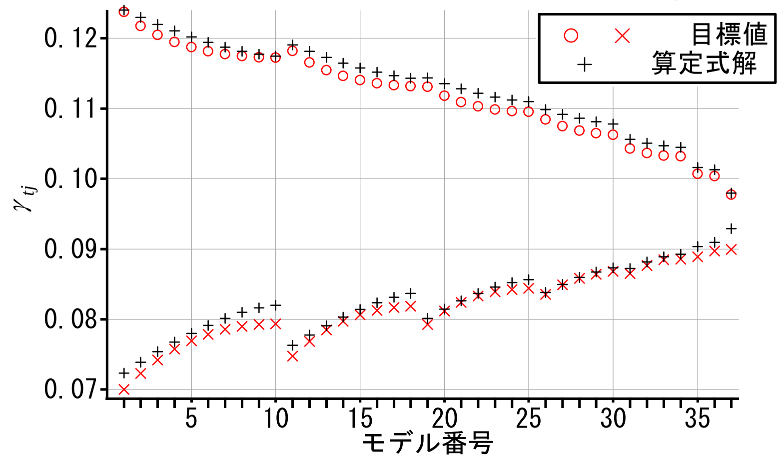
よる解の変化を正確に表せていることがわかる．



（a）　最大たわみの係数α_t



（b）　境界辺最大主曲げモーメントの係数β_{ti}



（c）　スラブ内部最大主曲げモーメントの係数γ_{tj}

図 2.19　本算定式の性能

また図 2.20 に，モデル番号を横軸とした FEM 解と算定式解の差の分布を，図 2.21 にその差の累積頻度分布を示す．図での差あるいは頻度は%表記してい

る．図 2.20 ではδ_{max}を×印，M_{c1} と M_{c2} を緑の●印と▲印，M_{b21}～M_{b23} を青の□印，△印と○印で示している．図 2.21 では，δ_{max} を赤の実線，M_{c1} と M_{c2} を青の実線と破線，M_{b21}～M_{b23} を緑の破線，一点鎖線と二点鎖線で示している．これらの図より，FEM 解との差は最大で 4%程度であり，本算定式の解は非常に精度良く FEM 解を表していることがわかる．さらに，M_{b21}，M_{b22} と M_{b23} の分布が異なることがわかる．M_{b21} は最長辺での最大値であり，最長辺とそれ以外の辺では，最大値の傾向に差異があることがわかる．しかし，前述のように本算定式の精度は充分に高い．

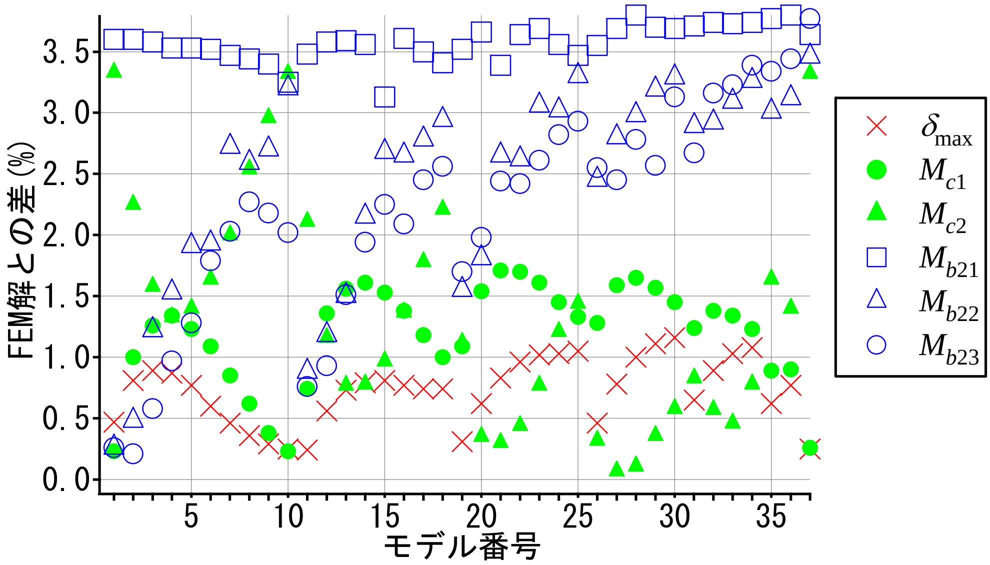


図 2.20　FEM 解との差

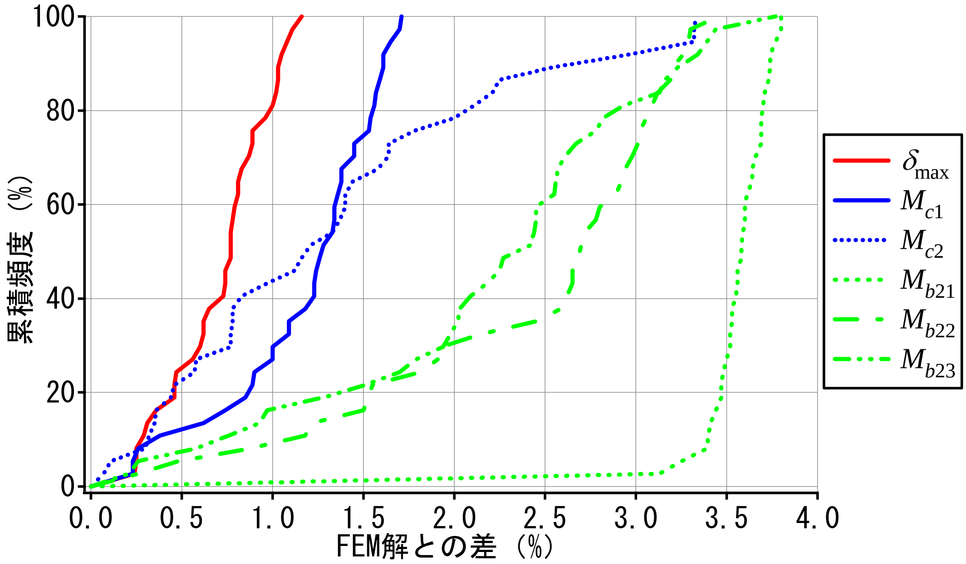


図 2.21　FEM 解との差の累積頻度分布

2.2.4　既往の解との比較

三角形スラブにおいては既往の研究により解が示されている．本算定式解と既往の解を比較し，本算定式の有効性を示す．既往の解として，澤田によってエネルギー法で解かれた解 [4]と，構造設計データブックに示されている差分法で解かれた解 [5]がある．これらの詳しい説明は付録 2 に示している．

それぞれ解を下記の 3 種の差異で比較する．

・差異 A=(本算定式解-既往の解)/(既往の解)

・差異 B=(既往の解-FEM 解)/(FEM 解)

・差異 C=(本算定式の解-FEM 解)/(FEM 解)

差異 A は既往の解に対する本算定式解を，差異 B は FEM 解に対する既往の解を，差異 C は FEM 解に対する本算定式解を比較したものである．差異の符号が正の場合は比較される解の絶対値が大きく，負の場合は比較する解の方が大きくなる．なお，本章で示す既往の解はすべて等分布荷重を受ける周辺固定支持の三角形板であり，単位は，曲げモーメントに Nmm/mm を，たわみに mm を用いている．

(a)　澤田による解 [4]との比較

澤田は等分布荷重を受ける周辺固定任意三角形板について，重心位置で最大となるたわみ関数を多項式で仮定し，近似たわみ式を求めている [4]．しかし，本論文の FEM 解析の結果では最大たわみは内接円中心近傍に生じている．そこで，内接円中心と重心位置が一致している正三角形と，内接円中心と重心位置がずれている二等辺三角形について解を比較する．

はじめに正三角形板について比較する．澤田の式を，正三角形形状，重心位置での最大たわみに変換すると，

$$\delta_{\max} = \frac{5w(1-\nu^2)k^4}{18Et^3} \tag{2.2.11}$$

である．ここに，$3k$ は境界辺から対角の頂点に垂直に伸ばした直線の長さである．

等分布荷重値 w を-0.1N/mm^2，一辺の長さを 10392mm（内接円半径 r=3000mm, k=3000mm 相当），ヤング係数 E を 20596N/mm^2，スラブ厚 t を 100mm，ポアソン比 νを 0.2 として求めた最大たわみを表 2.2 に示す．また差異 A から C を表

2.3 に示す．澤田による解が FEM 解，本算定式解に比べて小さいが，解ごとの差異は小さい．

表 2.2　正三角形板における最大たわみ（mm）

澤田の解	-106.2
本算定式解	-109.7
FEM解	-109.4

表 2.3　各解の比較

差異A(本算定式-澤田)/(澤田)	3.26%
差異B(澤田-FEM)/(FEM)	-2.92%
差異C(本算定式-FEM)/(FEM)	0.25%

次に，重心位置と内接円中心位置がずれている二等辺三角形板について比較する．二等辺三角形板における澤田の最大たわみ式は下式である．

$$\delta_{\max} = \frac{20(1\text{-}\nu^2)wk^4}{3Et^3(9+2\varphi^2+\varphi^4)} \tag{2.2.12}$$

ここに，φは $\tan(\pi/2-\theta_1/2)$である．

w=-0.1N/mm^2，k=4863mm（内接円半径 r=3000mm，頂点角度 30，75，75deg)，として最大たわみを求め表 2.4 に示す．また，各解の比較を表 2.5 に示す．澤田の解は本算定式の解，FEM 解と大きな差になっていることがわかる．

表 2.4　二等辺三角形における最大たわみ（mm）

澤田の解	-76.3
本算定式解	-117.9
FEM解	-117.6

表 2.5　各解の比較

差異A(本算定式-澤田)/(澤田)	54.53%
差異B(澤田-FEM)/(FEM)	-35.12%
差異C(本算定式-FEM)/(FEM)	0.25%

以上より，内接円中心と重心位置が一致している正三角形においては本算定式解と澤田の解の差は小さいが，内接円中心と重心がずれている二等辺三角形においては差が非常に大きい．また，澤田の解と FEM 解の差も非常に大きいため，内接円中心と重心が異なる三角形においては，澤田の解は誤りであると考えられる．

(b)　構造設計データブックの解[5)]との比較

構造設計データブックでは，正三角形板と二等辺三角形板における曲げモーメントの解が示されている．それぞれの三角形板について解を比較する．

①　正三角形の場合

正三角形では中央部と固定辺の最大曲げモーメントの式が示されている[5)].

$$M_{x\max} = 0.00812wl^2$$
$$M_{y\max} = 0.00716wl^2 \qquad (2.2.13)$$
$$M_{f\max} = -0.01787wl^2$$

$M_{x\max}$ と $M_{y\max}$ は中央部の最大曲げモーメントであり，x と y の方向は図 2.22 を参照されたい．$M_{f\max}$ は固定辺における法線方向の最大曲げモーメントである．また，l は一辺の長さである．w=-0.1N/mm^2，l=10392mm とした場合の解を表 2.6 に，差異を表 2.7 に示す．なお，M_{c1} は $M_{x\max}$ と，M_{c1} は $M_{y\max}$ と，M_{b2} は $M_{f\max}$ と対応している．M_{b2} は $M_{b\min\mathrm{I}}$ の式より求めている．

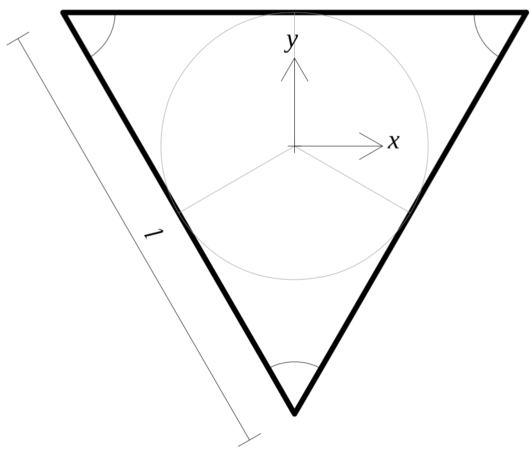


図 2.22　正三角形板の座標系

表 2.6　正三角形板における最大曲げモーメント（Nmm/mm）

	M_{c1}	M_{c2}	M_{b21}
データブック	87696	77328	-192996
本算定式解	88180	83624	-221481
FEM解	87950	80933	-213692

表 2.7　各解の比較

	M_{c1}	M_{c2}	M_{b21}
差異A(本算定式-データブック)/(データブック)	0.55%	8.14%	14.76%
差異B(データブック-FEM)/(FEM)	-0.29%	-4.45%	-9.68%
差異C(本算定式-FEM)/(FEM)	0.26%	3.32%	3.64%

構造設計データブックの解は FEM 解より小さい．また，中央部の最大曲げモーメントでの差異は小さいが，境界辺上では大きな差となっている．

② 二等辺三角形の場合

二等辺三角形板の式は下式である．

$$\delta = \alpha \frac{w\lambda_x^4}{D}$$

$$M_x = \eta_x w \lambda_x^2 \tag{2.2.14}$$

$$M_y = \eta_y w \lambda_x^2$$

ここに，λは各辺を x と y 方向に 8 等分割した辺の長さである．α，η_x，η_y は定数であり，λ_x/λ_y=0.50,0.75,1.00,1.50,2.00 の場合において，図 2.23 の各節点ごとに示されている．

ここでは，λ_x/λ_y=0.5 の二等辺三角形における最大たわみと最大曲げモーメントについて解を比較する．なお，構造設計データブックでは図 2.23 中の丸印で囲んだ節点で各値が最大となる．固定辺では座標変換が不要な最短辺の節点を採用している．

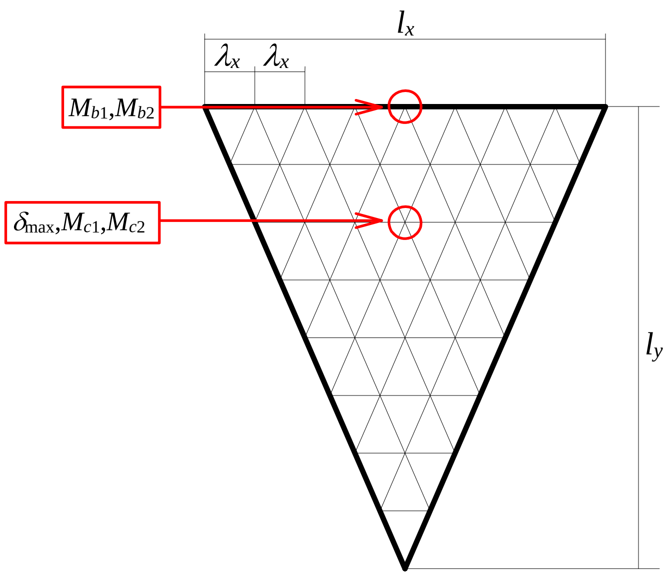


図 2.23 格子状に分割された三角形板

例として，l_x=7819mm，l_y=15638mm の三角形スラブを扱う．各節点の定数は，α =3.22220 であり，中央部ではη_x =1.2585，η_y =0.6864，固定辺ではη_x =0.2237，

η_y =1.3418 である．解を表 2.8 に，差異を表 2.9 に示す．

表 2.8 データブックによる解との比較

	δ_{max}	M_{c1}	M_{c2}	M_{b1}	M_{b2}
データブック	−167	120231	65575	−21371	−128189
本算定式解	−118	105740	73807	−35121	−210725
FEM解	−118	105498	71436	−34427	−206560

表 2.9 各解の比較

	δ_{max}	M_{c1}	M_{c2}	M_{b1}	M_{b2}
差異A(本算定式−データブック)/(データブック)	−29.24%	−12.05%	12.55%	64.34%	64.39%
差異B(データブック−FEM)/(FEM)	41.67%	13.97%	−8.20%	−37.92%	−37.94%
差異C(本算定式−FEM)/(FEM)	0.25%	0.23%	3.32%	2.02%	2.02%

データブックの解と FEM 解の差異は，正三角形の場合と比べると大きくなっている．最大たわみδ_{max}と境界辺上での最大曲げモーメント M_{b1}，M_{b2} では，4 割程度の差異となっており，特に，M_{b1}，M_{b2} においては，危険側の値となっている．

以上より，それぞれの解において中央部の最大曲げモーメントの差は小さいが，境界辺の最大曲げモーメントにおいては，既往の解は本算定式の解，FEM 解との差が大きく，また，既往の解の値が小さくなる傾向にある．

FEM 解に対する本算定式解の精度を考慮すれば，構造設計データブックの固定辺の最大曲げモーメントは危険側であるといえる．そのため，構造設計データブックの解を用いて設計する場合には注意が必要であると考えられる．

2.3 周辺固定内接円四角形スラブ

等分布荷重を受ける周辺固定内接円四角形スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式を提案する．

三角形スラブにおいては，内接円部分を円板と捉えて算定式を求めているため，内接円を描ける四角形スラブであれば，算定式の構成は三角形スラブでの構成と大きな違いはないと考えられる．

なお，対象とした内接円四角形スラブの形状は頂点角度が 30deg から 120deg までのものである．算定式の目標値として FEM 解を求めた形状は頂点角度が 30deg から 120deg まで 5deg ずつ変化させた 313 種の内接円四角形スラブである．表 2.10 に 313 種の形状の頂点角度θ_1からθ_4を示す．なお，内接円四角形における頂点角度θの関係は，θ_1 を最小頂点角度とし，その対角をθ_3，θ_1 に隣り合う頂点で小さいものをθ_2 としている．これらの形状は，θ_1，θ_2，θ_3，θ_4 を順次 30deg から 5deg ずつ増やし，内接円四角形にならない組み合わせを除外して作成しており，それらの形状には作成した順に番号（表 2.10 の Model No.）を振っている．また，これらの詳しい形状は付録 6 に示した．

また，FEM 解析には汎用解析ソフト midas/Gen[2)]を用いており，FEM 解析の概要は付録 3 に示している．

表 2.10 内接円四角形スラブの形状一覧(deg)

Model No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
θ_1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
θ_2	90	95	95	100	100	100	105	105	105	110	110	115	85	90	90	95	95	95	100	100	100	100	105
θ_3	120	115	120	110	115	120	105	110	115	100	105	95	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100
θ_4	120	120	115	120	115	110	120	115	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120
Model No.	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
θ_1	35	35	35	35	35	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
θ_2	105	105	110	110	115	80	85	85	90	90	90	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110
θ_3	105	110	95	100	90	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	95	100	105	90
θ_4	115	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	120	115	110	120
Model No.	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
θ_1	40	40	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
θ_2	110	115	75	80	80	85	85	85	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105
θ_3	95	85	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110	90	95
θ_4	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115
Model No.	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
θ_1	45	45	45	45	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
θ_2	105	110	110	115	70	75	75	80	80	80	85	85	85	85	90	90	90	90	90	95	95	95	95
θ_3	100	85	90	80	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110
θ_4	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105

Model No.	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
θ_1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
θ_2	95	100	100	100	100	105	105	105	110	110	115	65	70	70	75	75	75	80	80	80	80	85	85
θ_3	115	90	95	100	105	85	90	95	80	85	75	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105
θ_4	100	120	115	110	105	120	115	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115
Model No.	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138
θ_1	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
θ_2	85	85	85	90	90	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110	110
θ_3	110	115	120	95	100	105	110	115	120	90	95	100	105	110	85	90	95	100	80	85	90	75	80
θ_4	110	105	100	120	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115	110	120	115
Model No.	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161
θ_1	55	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
θ_2	115	60	65	65	70	70	70	75	75	75	75	80	80	80	80	80	85	85	85	85	85	85	90
θ_3	70	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110	115	120	90
θ_4	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105	100	95	120
Model No.	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184
θ_1	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	65	65
θ_2	90	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110	110	115	120	65	65
θ_3	95	100	105	110	115	85	90	95	100	105	80	85	90	95	75	80	85	70	75	65	60	110	115
θ_4	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115	110	120	115	120	120	120	115
Model No.	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207
θ_1	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
θ_2	70	70	70	70	75	75	75	75	75	80	80	80	80	80	80	85	85	85	85	85	85	85	90
θ_3	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110	115	120	90	95	100	105	110	115	120	85
θ_4	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	95	90	120
Model No.	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
θ_1	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	70	70	70	70
θ_2	90	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110	115	70	70	70	75
θ_3	90	95	100	105	110	80	85	90	95	100	75	80	85	90	70	75	80	70	65	100	105	110	95
θ_4	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115	110	115	115	120	115	110	120
Model No.	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253
θ_1	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
θ_2	75	75	75	75	75	80	80	80	80	80	80	80	85	85	85	85	85	85	85	90	90	90	90
θ_3	100	105	110	115	120	90	95	100	105	110	115	120	85	90	95	100	105	110	115	80	85	90	95
θ_4	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	95	90	120	115	110	105	100	95	90	120	115	110	105
Model No.	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276
θ_1	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75
θ_2	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	105	110	75	75	75	75	80	80	80	80	80	80	80
θ_3	100	105	75	80	85	90	95	75	80	85	75	70	90	95	100	105	85	90	95	100	105	110	115
θ_4	100	95	120	115	110	105	100	115	110	105	110	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	95	90
Model No.	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299
θ_1	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	80	80	80	80	80
θ_2	80	85	85	85	85	85	85	85	90	90	90	90	90	95	95	95	100	105	80	80	80	80	85
θ_3	120	80	85	90	95	100	105	110	80	85	90	95	100	80	85	90	80	75	85	90	95	100	85
θ_4	85	120	115	110	105	100	95	90	115	110	105	100	95	110	105	100	105	105	115	110	105	100	110
Model No.	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313									
θ_1	80	80	80	80	80	80	80	80	80	85	85	85	85	90									
θ_2	85	85	85	85	90	90	90	95	100	85	85	90	95	90									
θ_3	90	95	100	105	85	90	95	85	80	90	95	90	85	90									
θ_4	105	100	95	90	105	100	95	100	100	100	95	95	95	90									

2.3.1　スラブの変形性状と算定式の構成

(a)　最大たわみ算定式

最大たわみは，三角形スラブと同様に内接円中心位置に生じると考えられる．図 2.24 に内接円中心位置と FEM 解による最大たわみ発生点の関係を示す．縦軸は内接円中心から最大たわみ位置までの距離と内接円半径の比であり，横軸はモデル番号である．なお，解析したモデルは番号が小さいほど最小の頂点角が小さく，ある頂点のみが尖った形状であり，番号が大きいほど正方形に近い形状である．最大たわみ位置までの距離と内接円半径の比は最大で 20%程度である．また，図 2.25 に内接円中心位置と最大たわみ位置が最も離れた形状（モデル 3，頂点角度 30，95，120，115deg）での変位等高線図を示す．最も離れた形状であっても，最大たわみは内接円中心近傍に生じていると考えられる．

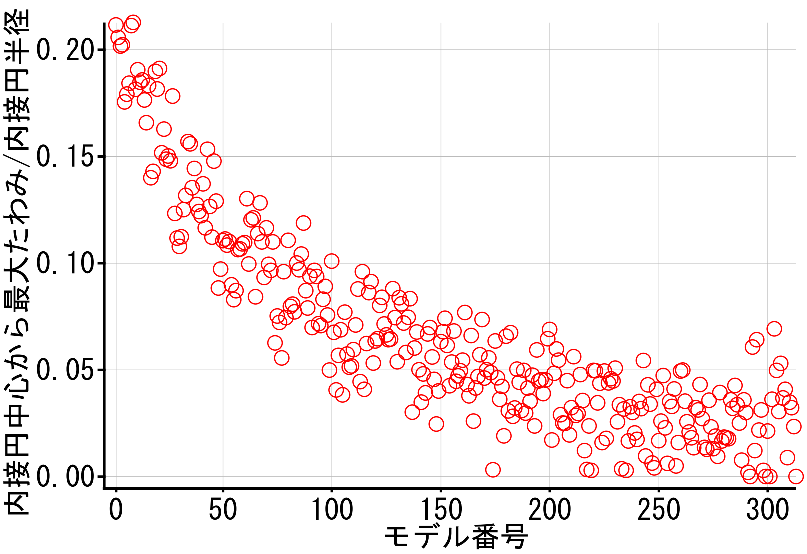


図 2.24　最大たわみ位置と内接円中心位置の関係

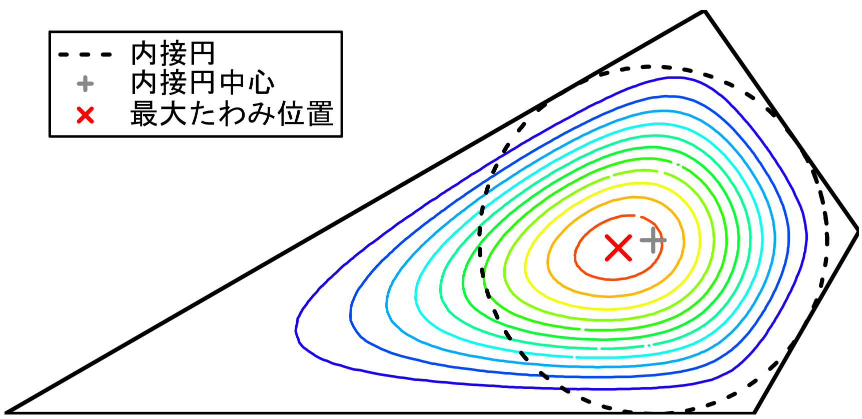


図 2.25　FEM 解析による変位の等高線図（モデル 3）

また，内接円四角形スラブにおいても，図 2.26 のように内接円スラブを考えることができるので，最大たわみ式は三角形スラブと同様に式(2.3.1)と仮定した．

$$\delta_{\max} = \alpha_q \frac{wr^4}{Et^3} \tag{2.3.1}$$

ここに，w は等分布荷重値，r は内接円半径，E はヤング係数，t はスラブ厚である．

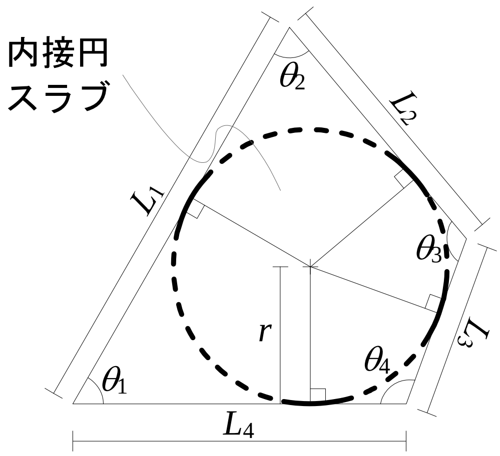


図 2.26 内接円四角形スラブでの内接円スラブ

α_q はスラブ形状に依存して変化する係数であり，三角形スラブと同様に，頂点角度θで表すことができるであろう．ところで，三角形スラブにおいては小さい頂点角度ほど解への影響が大きい傾向にあった．また，最大たわみを大きく支えているのは，前述したように内接円接点だと考えられる．最大たわみには，この内接円接点間の距離が影響し，その距離が長いものほど影響が大きいと考えた．その距離は小さい頂点角度で決まるので，最小頂点角度を$\theta_{\min1}$，$\theta_{\min1}$ の次に小さい頂点角度を$\theta_{\min2}$ とすると，これらの影響が大きいと考えた．本論文では，内接円四角形の全ての頂点角度を用いる α_q^e と，$\theta_{\min1}$ と$\theta_{\min2}$ を用いる α_q^eを仮定している．

$$\alpha_q^e = S_1^\alpha (1+S_2^\alpha \theta_1^{S_3^\alpha})(1+S_4^\alpha \theta_2^{S_5^\alpha})(1+S_6^\alpha \theta_3^{S_7^\alpha})(1+S_8^\alpha \theta_4^{S_9^\alpha}) \tag{2.3.2}$$

$$\alpha_q^a = S_{10}^\alpha (1+S_{11}^\alpha \theta_{\min1}^{S_{12}^\alpha})(1+S_{13}^\alpha \theta_{\min2}^{S_{14}^\alpha}) \tag{2.3.3}$$

ここに，$S_1^\alpha \sim S_{14}^\alpha$ は未定定数である．

$\delta_{\max}$ では，煩雑であるが精度良く解を得られる式(2.3.2)と計算しやすい式(2.3.3)を仮定した．どちらの場合でも未定定数を求める．

(b)　境界辺上の最大主曲げモーメント算定式

境界辺上の曲げモーメントの最大値においても，三角形スラブと同様に，内接円接点近傍に生じると考えられる．ここで図 2.27 に，内接円中心から最大値発生点までの距離 l_b と内接円半径 r との差を示す．なお，境界辺には図 2.26 に示した番号を付しており，θ_1 と θ_2 の頂点の間の境界辺を辺番号 1 番とし，そこから θ_3，θ_4 側に辺番号 2~4 番としている．図 2.27 では，辺番号 1 での最大値を○印，2 を□印，3 を△印，4 を×印で表している．図の縦軸は l_{bi} と r の差を%表記したものであり，横軸はモデル番号である．なお，主曲げモーメントは M_1 と M_2 が求められるが，解析した全ての形状で，境界辺上での M_1 と M_2 の最大値発生点は同位置であった．また，それらの主軸の向きは，M_1 は境界辺に平行な方向，M_2 は境界辺に直交する方向であり，全形状で同じ傾向を示した．

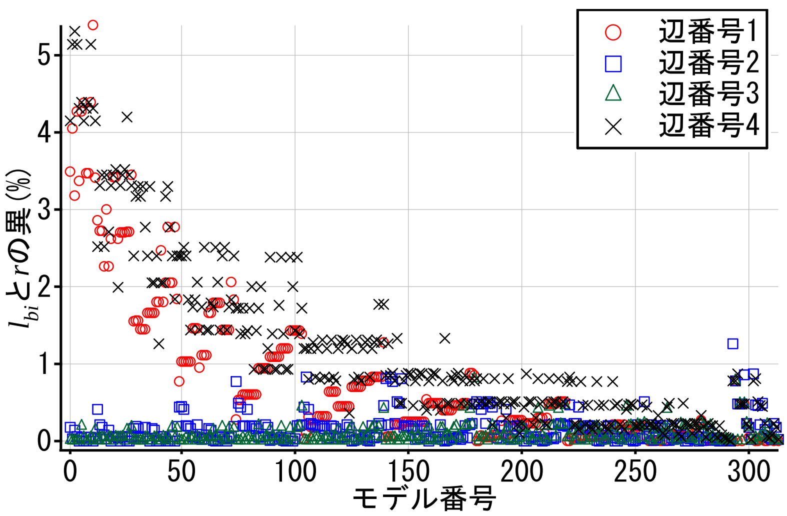
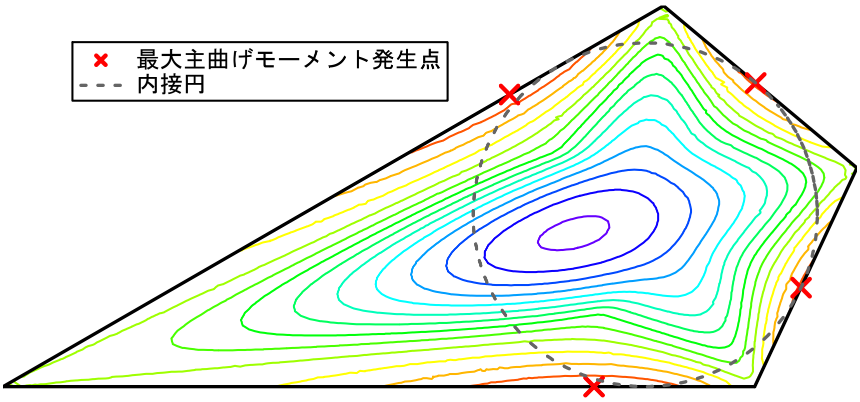
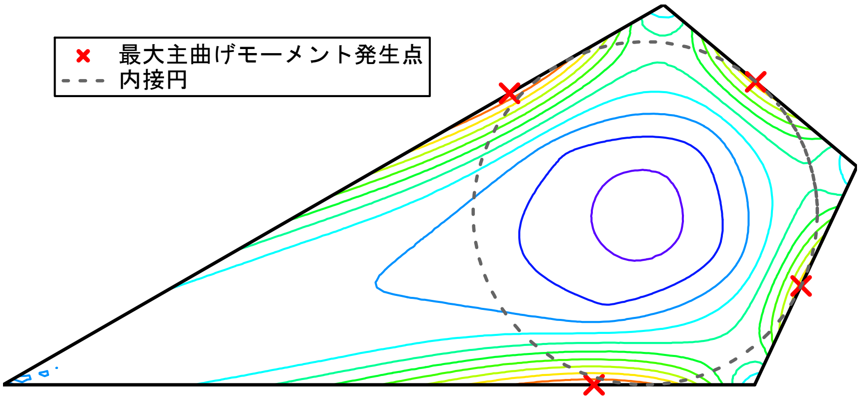


図 2.27　最大主曲げモーメント発生点と内接円接点位置

内接円四角形スラブにおいては，辺番号 1 と 4 の境界辺が長くなり，長い辺で誤差が大きくなる傾向にある．最大値発生点と内接円接点位置の差が最大となったのは，モデル 11（頂点角度 30，110，120，115deg）の境界辺 1 番である．その形状での主曲げモーメント等高線図を図 2.28 に示す．図の(a)は主曲げモーメント M_1 の，(b)は主曲げモーメント M_2 の等高線図であり，最大値発生点は×印で表している．最も離れた形状であっても，最大値は内接円接点近傍に生じていると考えられる．



(a) 主曲げモーメント M_1 等高線図



(b) 主曲げモーメント M_2 等高線図

図 2.28　FEM 解析による主曲げモーメントの等高線図（モデル 11）

また算定式は，三角形スラブと同様に，式(2.3.4)のように仮定した．

$$M_{b2i} = \beta_{qi} w r^2 \tag{2.3.4}$$

係数β_{qi}は境界辺長さ L_i で変化すると考えられる．図 2.29 に FEM 解から求めたβ_{qi}の目標値$\beta_{qi}{}^{F}$を示す．図の横軸は境界辺長さ L_i を内接円半径 r で無次元化した値であり，境界辺 1 番での値を○印，2 を□印，3 を△印，4 を×印で表している．図より，目標値$\beta_{qi}{}^{F}$は境界辺の長さに依存していることがわかった．そのため，β_{qi}は，三角形の場合と同様に，式(2.3.5)のように仮定した．

$$\beta_{qi} = S_1^{\beta} \left(\frac{L_i}{r}\right)^{S_2^{\beta}} \tag{2.3.5}$$

ここに，S_1^{β} と S_2^{β} は未定定数である．未定定数は FEM 解から求める．

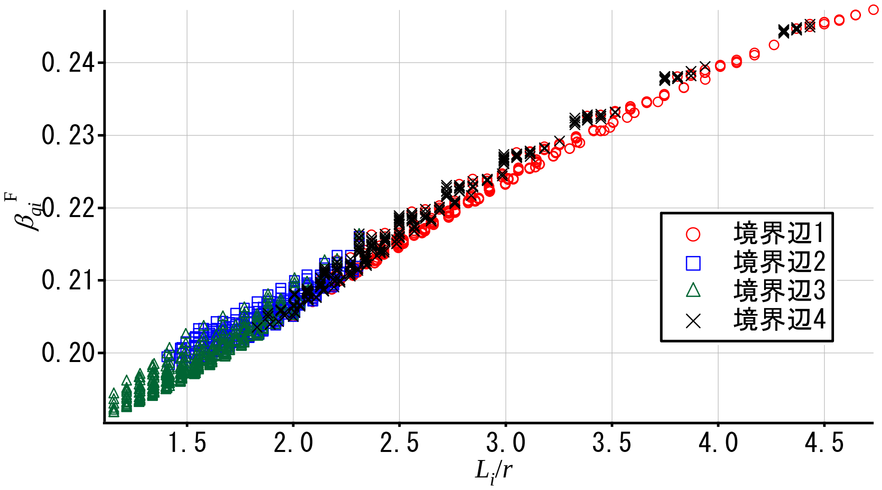


図 2.29　FEM 解から求めた目標値β_{qi}^{F}

(c)　スラブ内部の最大主曲げモーメント算定式

スラブ内部の曲げモーメントにおいても三角形スラブと同じように考える．ここで，最大値発生点と内接円中心位置の関係を図 2.30 に示す．縦軸は内接円中心位置から最大値発生点までの距離と内接円半径の比であり，横軸はモデル番号である．図では，M_{c1} を＋印，M_{c2} を□印で表している．M_{c2} は内接円中心位置から半径の 10%程度の範囲に，M_{c1} は 40%程度の範囲に分布していることがわかる．

また M_{c1} と M_{c2} 算定式は，三角形スラブと同様に式(2.3.2)を仮定した．

$$M_{cj} = \gamma_{qj} w r^2 \tag{2.3.6}$$

ここに，w は等分布荷重値，r は内接円半径，γ_{qj} はスラブ形状で変化する係数であり，j は 1 と 2 を表している．

スラブの形状で変化する係数γ_{qj} には，最大たわみで仮定した α_q^e，α_q^a と同じ構成を用いることとした．

$$\gamma_{qj}^{e} = S_1^{\gamma j}(1+S_2^{\gamma j}\theta_1^{S_3^{\gamma j}})(1+S_4^{\gamma j}\theta_2^{S_5^{\gamma j}})(1+S_6^{\gamma j}\theta_3^{S_7^{\gamma j}})(1+S_8^{\gamma j}\theta_4^{S_9^{\gamma j}}) \tag{2.3.7}$$

$$\gamma_{qj}^{a} = S_{10}^{\gamma j}(1+S_{11}^{\gamma j}\theta_{\min 1}^{S_{12}^{\gamma j}})(1+S_{13}^{\gamma j}\theta_{\min 2}^{S_{14}^{\gamma j}}) \tag{2.3.8}$$

ここに，$S_1^{\gamma j} \sim S_{14}^{\gamma j}$ は未定定数である．未定定数は FEM 解から求める．

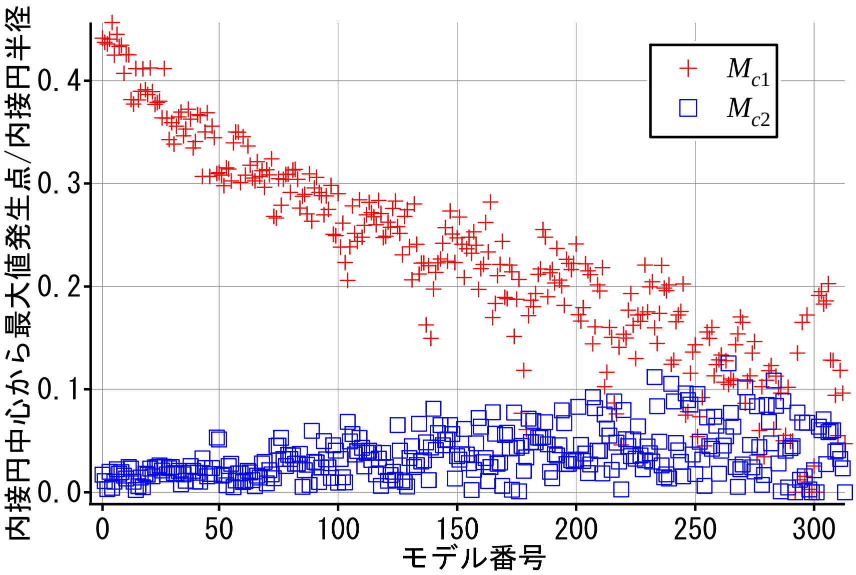


図 2.30　内接円中心位置と最大値発生点

2.3.2　算定式の提案

仮定した算定式内の未定定数は，三角形スラブと同様に FEM 解との差の和の最小値問題を解いて求めている．また，定数の有効桁数は 3 桁としている．

(a)　最大たわみ算定式

最大たわみ$\delta_{\max}$の算定式は，式(2.3.1)，式(2.3.2)と式(2.3.3)のように仮定している．スラブ形状で変わる係数α_qは式(2.3.2)と式(2.3.3)の 2 種類仮定している．また，未定定数は式(2.3.2)と式(2.3.3)の$S_1^\alpha \sim S_{14}^\alpha$である．$\delta_{\max}$は FEM 解より式(2.3.9)となった．

$$\delta_{\max} = \alpha_q \frac{wr^4}{Et^3}$$
$$\alpha_q^e = 0.0987(1+\frac{0.655}{\theta_1^{0.716}})(1+\frac{0.665}{\theta_2^{0.718}})(1+\frac{0.557}{\theta_3^{0.81}})(1-0.153\theta_4^{0.699}) \tag{2.3.9}$$
$$\alpha_q^a = 0.642(1+\frac{1}{\theta_{\min 1}^{0.312}})(1+\frac{1}{\theta_{\min 2}^{0.0565}})$$

ここに，wは等分布荷重値，rは内接円半径，Eはヤング係数，tはスラブ厚，$\theta_1 \sim \theta_4$は頂点角度，$\theta_{\min 1}$と$\theta_{\min 2}$は最小とその次に小さい頂点角度である．なおθの単位は rad である．

(b)　境界辺上の最大主曲げモーメント算定式

境界辺上の最大主曲げモーメントの算定式は，式(2.3.4)と式(2.3.5)のように仮定している．未定定数は式(2.3.5)のS_1^βとS_2^βである．FEM 解より，i 番目の境界

辺における M_{b2i} および M_{b1i} は式(2.3.10)となった．

$$M_{b2i} = \beta_{qi} wr^2, \quad M_{b1i} = \nu M_{b2i}$$

$$\beta_{qi} = 0.190 (\frac{L_i}{r})^{0.175} \tag{2.3.10}$$

ここに，L_i は i 番目の境界辺の長さである．

(c)　スラブ内部の最大主曲げモーメント算定式

スラブ内部の最大主曲げモーメントの算定式は，式(2.3.6)，式(2.3.7)と式(2.3.8)のように仮定している．未定定数は式(2.3.7)と式(2.3.8)の $S_1^{\gamma j} \sim S_{14}^{\gamma j}$ である．M_{c1} および M_{c2} の算定式は FEM 解より式(2.3.11)と式(2.3.12)となった．

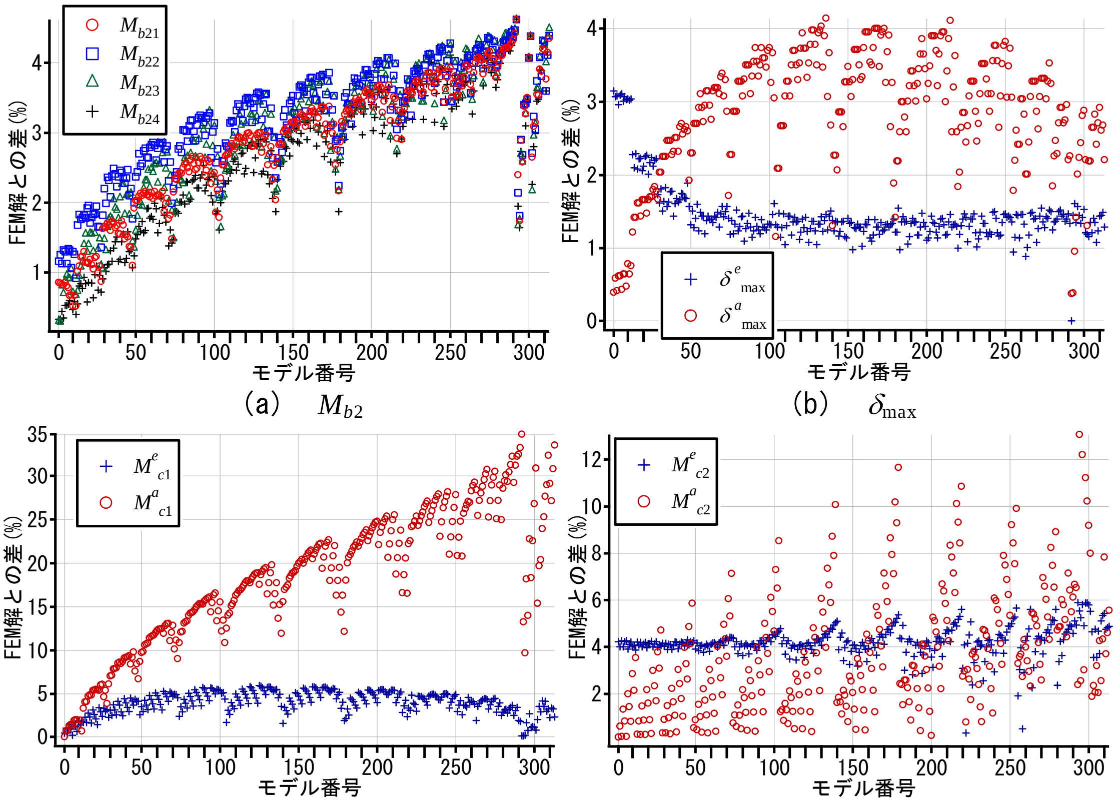
$$\begin{aligned}
&M_{c1} = \gamma_{q1} wr^2 \\
&\gamma_{q1}^e = 0.0131(1+0.558\theta_1^{0.00376})(1+0.507\theta_2^{1.05})(1+0.348\theta_3^{1.15})(1+0.216\theta_4^{1.61}) \\
&\gamma_{q1}^a = 0.0560(1+0.950\theta_{\min 2}^{0.203})
\end{aligned} \tag{2.3.11}$$

$$\begin{aligned}
&M_{c2} = \gamma_{q2} wr^2 \\
&\gamma_{q2}^e = 0.0331(1+0.569\theta_1^{0.497})(1+0.474\theta_3^{0.413}) \\
&\gamma_{q2}^a = 0.0511(1+0.612\theta_{\min 1}^{0.500})
\end{aligned} \tag{2.3.12}$$

なお，θの単位は rad である．

2.3.3　算定式の精度

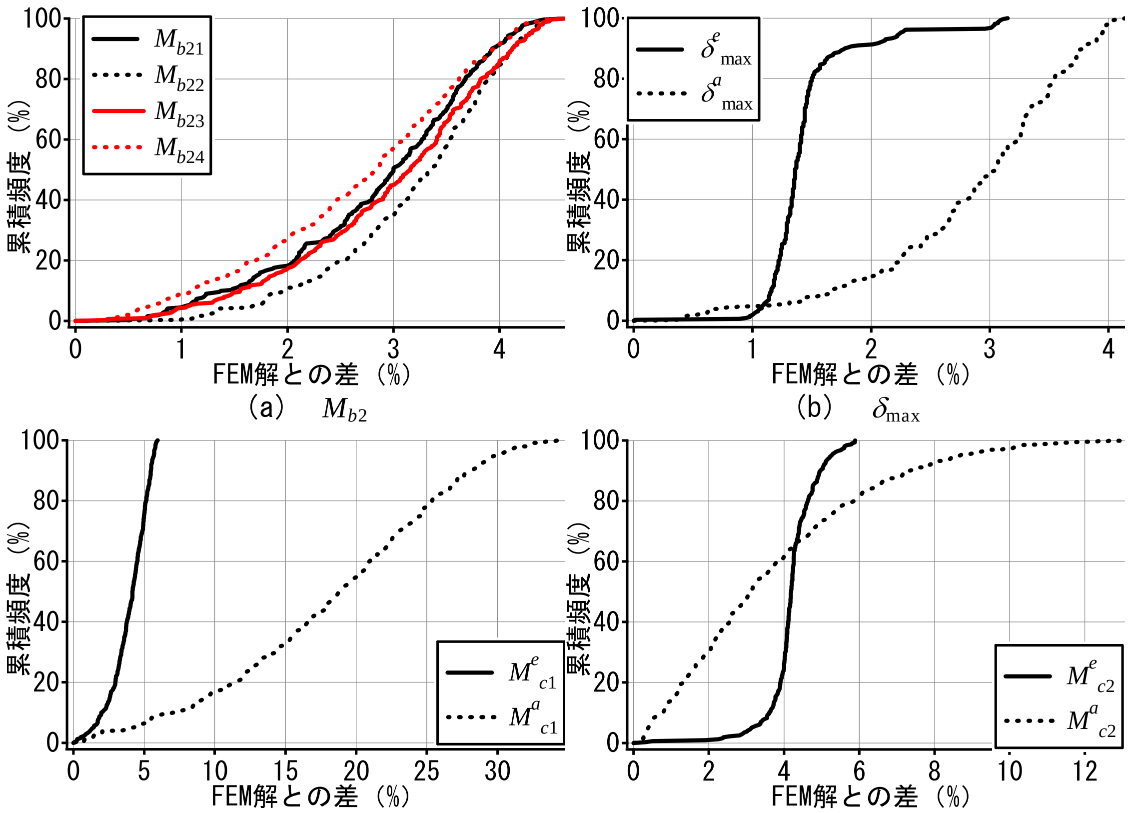
図 2.31 に本算定式解と FEM 解の差を示す．(a)には境界辺上の最大主曲げモーメント M_{b2} を，(b)には最大たわみ$\delta_{\max}$を，(c)にはスラブ内部の最大主曲げモーメント M_{c1} を，(d)にはスラブ内部の最大主曲げモーメント M_{c2} を示している．なお，$\delta_{\max}$，M_{c1}，M_{c2} は 2 種類の算定式を示しており，θ_1～θ_4 を用いた場合には右側の上添字に e を，$\theta_{\min 1}$ と$\theta_{\min 2}$ を用いた場合には，右側の上添字に a を付している．また，図の横軸はモデル番号である．また，図 2.32 に FEM 解との差の累積頻度分布を示す．縦軸は累積頻度，横軸は FEM 解との差であり，どちらも%表記している．図の(a)には M_{b2} を，(b)には$\delta_{\max}$ を，(c)には M_{c1} を，(d)には M_{c2} を示している．なお，$\delta_{\max}$，M_{c1} と M_{c2} においては，θ_1～θ_4 を用いた場合を実線，$\theta_{\min 1}$ と$\theta_{\min 2}$ を用いた場合を破線で描いている．



(a)　M_{b2}　(b)　$\delta_{\max}$

(c)　M_{c1}　(d)　M_{c2}

図 2.31　算定式解と FEM 解の差



(a)　M_{b2}　(b)　$\delta_{\max}$

(c)　M_{c1}　(d)　M_{c2}

図 2.32　FEM 解との差の累積頻度分布

M_{b2}においては，正規分布に近い分布を示し，差の最大は 4.5%程度であった．差が 4%以上となるのは，正方形に近い形状であり，差が小さくなる形状は，極端に長い境界辺を持つ形状であった．このことより，境界辺の長さの変化による曲げモーメントの変化について精査することで，より精度の高い算定式を求められると考えられる．しかし，前述のように最大の差は 4.5%程度であり，本算定式は充分に FEM 解を表しているといえる．

$\delta_{\max}$ では 2 種類算定式を提案したが，どちらの式も最大の差は 4%程度であり，充分に差は小さい．特に，$\delta^e_{\max}$ では 90%以上の形状が 2%以内の差に収まっている．ただし $\delta^a_{\max}$ では，モデル番号が近い形状間での差の幅が大きくなることがある．これは，$\theta_{\min 2}$ となる頂点が，$\theta_{\min 1}$ の頂点と隣り合う形状と対角になる形状を区別できていないためである．

また，M_{c2}，M_{c1} においては，$\theta_{\min 1}$ と $\theta_{\min 2}$ を用いた式の場合に差が大きく，M^a_{c1} では最大 35%程度，M^a_{c2} では最大 14%程度である．なお，どちらの場合でも，誤差が最も大きくなるのは正方形形状であり，M^a_{c1} あるいは M^a_{c2} では，正方形に近い形状で解の精度が悪くなる傾向にある．ただし，M^e_{c1} では全形状で差異は 7%未満に，M^e_{c2} では 6%未満に収まっている．これらの式であれば，精度が高い式だといえる．

2.3.4　既往の解との比較

本算定式解と既往の解を比較する．太田らは，等分布荷重を受ける周辺固定ひし形の板に対して，斜行座標系を用い，たわみ関数を 2 重フーリエ級数で仮定し，エネルギー法でたわみ式を求めている [5)]．なお，太田らの解の詳しい説明は付録 2 に示している．たわみ関数にフーリエ級数を用いる方法は非常に精度良く解を得られることがわかっており，太田らの解は精算解であると考えられる．ここで，太田らによる最大たわみ式を式(2.3.13)に示す．

$$\delta_{\max} = \beta a^4 P_0 / D \tag{2.3.13}$$

ここに，a は図 2.33 に示すように境界辺の半分の長さであり，P_0 は等分布荷重値，D は曲げ剛度である．太田らは頂点角度θを 75deg，60deg，45deg とした場合の係数βを示しており，75deg では 0.01795，60deg では 0.01231，45deg では 0.00625 である．

ここでは本算定式の適用範囲である，頂点角度αが 75deg と 60deg の場合を扱う．また，最大たわみ式を 2 種類提案しているが，精度の良い方を比較の対象とする．等分布荷重値を 1800N/m^2 とし，スラブ厚を 150mm，ポアソン比を 0.2，内接円半径を 3000mm とした場合の解を表 2.11 に，その解を比較したものを表 2.12 に示す．なお，θ=75deg の場合には境界辺の長さ 2a は 6928mm，θ=60deg では 2a は 6212mm となる．比較には差異を用い，差異 A は太田の解に対する本算定式解を表し((差異 A)=(本算定式解-太田の解)/(太田の解))，差異 B は FEM 解に対する太田の解を表し((差異 B)=(太田の解-FEM 解)/(FEM 解))，差異 C は FEM 解に対する本算定式解を表す((差異 C)=(本算定式の解-FEM 解)/(FEM 解))．各差異の符号が正の場合は比較される解の値が大きく，負の場合は比較する解の値が大きくなる．

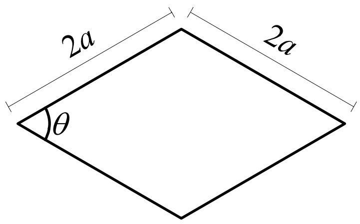


図 2.33 ひし形板

表 2.11 最大たわみの比較

	頂点角度α (deg)	
	60	75
太田らの解	-0.529	-0.498
本算定式解	-0.529	-0.511
FEM解	-0.529	-0.499

表 2.12 各解の比較

	頂点角度α (deg)	
	60	75
差異A(本算定式-太田ら)/(太田ら)	0.03%	2.60%
差異B(太田ら-FEM)/(FEM)	-0.04%	-0.15%
差異C(本算定式-FEM)/(FEM)	0.00%	2.45%

表より，太田らによる解と FEM 解はほぼ一致しており，また，本算定式による解は，太田の解に比べて精度は劣るが，充分に精度は高く，安全側の解を得ていることがわかる．

2.4　境界辺固定度の変化が及ぼす影響を考慮した三角形スラブ

前節までに，周辺固定支持の非矩形形状スラブを扱い，最大たわみ・最大応力算定式を求めた．ところで，周辺固定支持は構造設計時に最も多く用いられる支持条件であるが，周辺の固定度を考慮する場合もある．例えば，連続多スパンの矩形スラブでは，外壁に接している境界辺上の曲げモーメントを周辺固定時の 6 割にする場合が多い．非矩形形状スラブにおいても，この割合は不明だが，外壁に接する辺上での固定度が減少すると考えられる．本節では三角形スラブを扱い，境界辺上の曲げモーメントを任意に得られるように，固定度を減少させた場合について算定式を提案する．

固定度が減少した境界辺が存在すると，その他の境界辺上の曲げモーメント値は増大する．本論文ではその増大はスラブ領域が増大したと捉え，そのスラブが周辺固定であると考えることで算定式をまとめる．なお，本節においても算定式の目標値は FEM 解であり，固定度が減少した場合の解は曲げ戻しで求めている．

また，鈍角を含む三角形スラブは一般的でないと考え，三角形スラブの形状は頂点角度 30deg から 90deg までの形状としている．FEM 解析の対象としたのは，頂点角度 30～90deg まで 5deg ずつ変化させてできた 25 種の三角形である．それらの形状の頂点角度を表 2.13 に示す．

なお，本算定式では$\delta_{\max}$，M_{c1}（正曲げの最大），M_{b2i}（負曲げの最大）を求めている．またその式は，式中の変数を少なくし簡便な式になるように提案している．

表 2.13　三角形スラブの頂点角度一覧(deg)

Model No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
θ_1	30	30	30	30	35	35	35	35	40	40	40	40	40	45	45	45	45	45	50	50	50	50	55	55	60
θ_2	60	65	70	75	55	60	65	70	50	55	60	65	70	45	50	55	60	65	50	55	60	65	55	60	60
θ_3	90	85	80	75	90	85	80	75	90	85	80	75	70	90	85	80	75	70	80	75	70	65	70	65	60

2.4.1　境界辺固定度が最大値に及ぼす影響

固定度が減少した境界辺の解は曲げ戻しで求めている．曲げ戻しの手順は以下の通りである．なお，三角形スラブの場合にはその手順は図 2.34 となる．

① 周辺固定支持で解を求め，固定度が減少した辺の曲げモーメントを求める．

② ①で求めた曲げモーメントに固定度の減少を考慮した割合を乗じ，その曲

げモーメントを打ち消す方向の曲げモーメントを，固定度が減少した辺をピン支持としたものに外力として与え解を求める．

③ ②で求めた解に周辺固定支持の解に重ね合わせ，固定度が減少した場合の解とする．

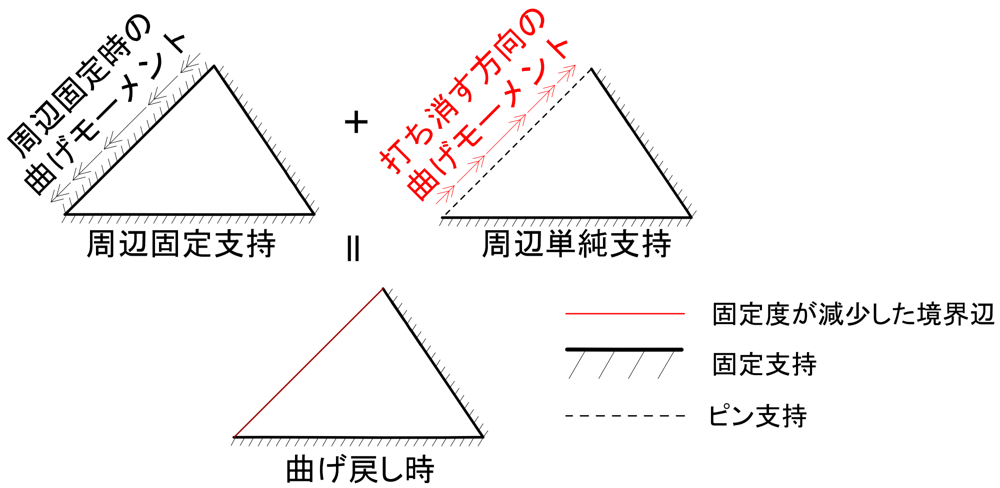


図 2.34　曲げ戻し概念図

ここで，頂点角度 30，60，90deg の直角三角形を用い，各境界辺を曲げ戻すことによる解の変化を調べた．図 2.35 に周辺固定時の場合，図 2.36 に曲げ戻す割合を 4 割とした場合，図 2.37 に 6 割の場合で得られた主曲げモーメントの等高線図を示す．これらの等高線図は M_1 と M_2 の絶対値が大きい方（以後，M_A）で描いており，図中太線で示したラインは M_A=0 のラインである．これらの図では，(a)では最長辺を，(b)では最長辺の次に長い辺を，(c)では最短辺を曲げ戻した場合を描いている．

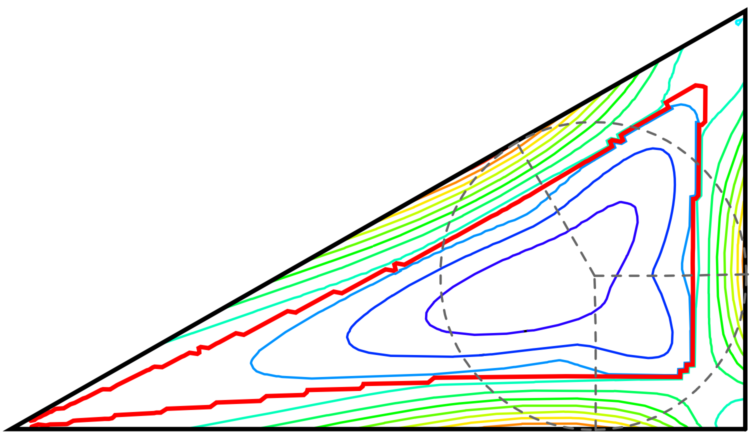
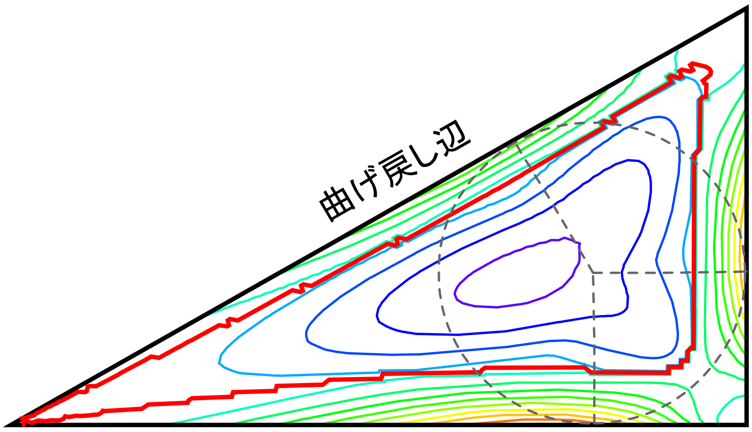
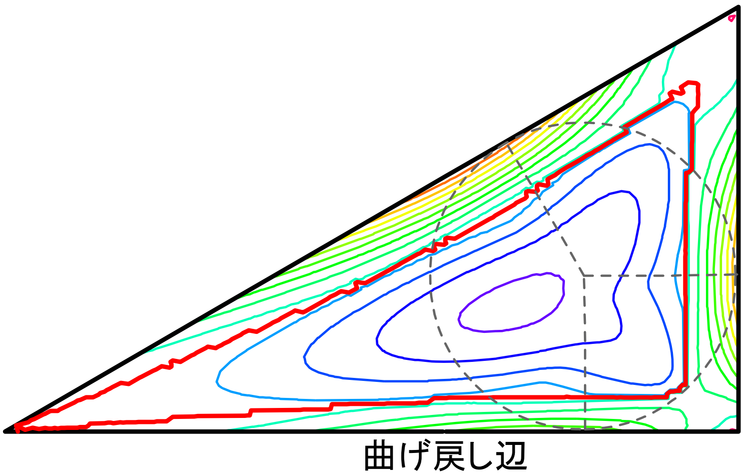


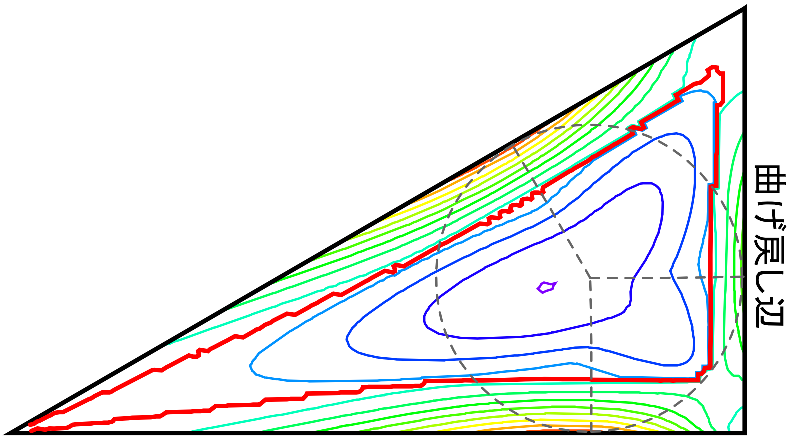
図 2.35　周辺固定時の M_A 等高線図



(a)　最長辺を曲げ戻した場合

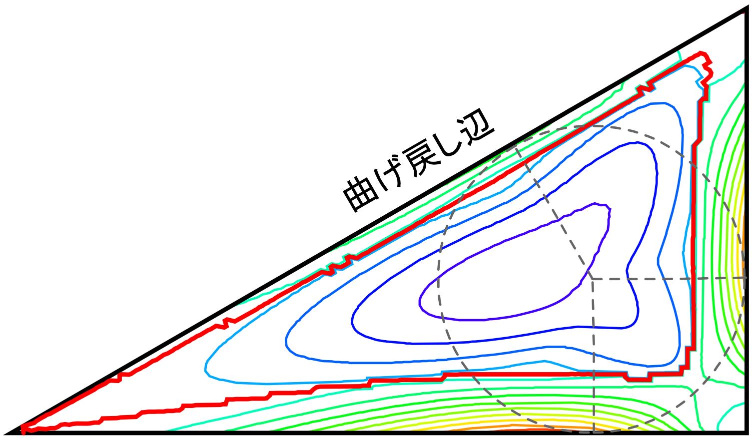


(b)　最長辺の次に長い辺を曲げ戻した場合

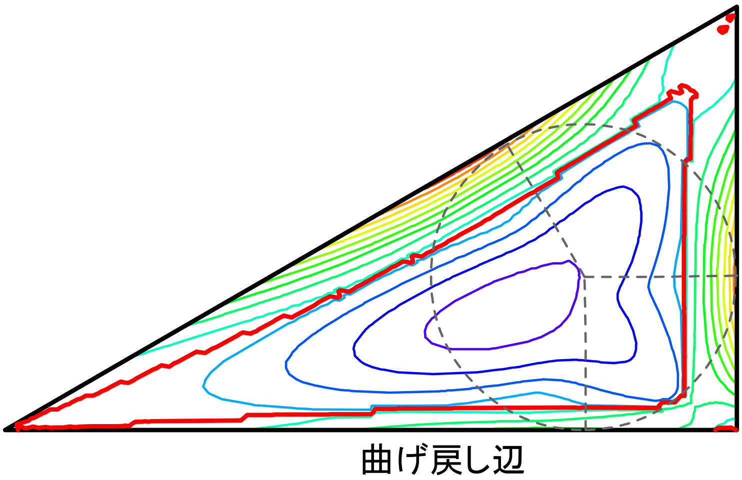


(c)　最短辺を曲げ戻した場合

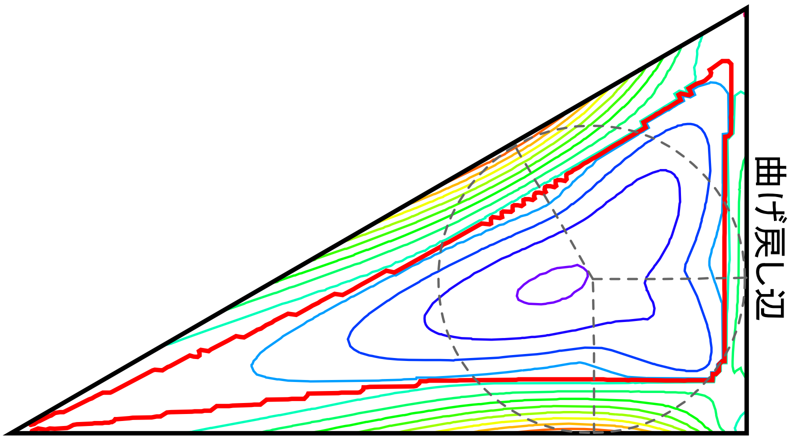
図 2.36　4 割曲げ戻し時の M_A 等高線図



(a)　最長辺を曲げ戻した場合



(b)　最長辺の次に長い辺を曲げ戻した場合



(c)　最短辺を曲げ戻した場合

図 2.37　6 割曲げ戻し時の M_A 等高線図

これらの図の曲げモーメント分布を比較すると，M_A=0 のラインが曲げ戻し辺の方向に移動していることがわかる．一方，このラインの内側と外側では，曲げモーメント分布が似ており，また，この傾向は形状や曲げ戻す辺の数に関わらず同様であった．

次に，曲げ戻すことによる最大値の変化を調べる．25 種の三角形形状に対し，一辺から全辺を曲げ戻す場合の全ての組み合わせで，曲げ戻し割合を 4 割，6 割，8 割として FEM 解を求めた．図 2.38 にそれらの FEM 解から求めた最大たわみと，周辺固定時の最大たわみの比を示す．図中の縦軸は最大たわみの比であり，横軸は周辺長に対する曲げ戻し辺長の比である．曲げ戻し割合 4 割を+印，6 割を×印，8 割を○印で描いている．

この図より，三角形の周辺長に対する曲げ戻し辺長の比が大きくなるほど最大たわみの比は大きくなり，また，その変化量は曲げ戻し割合に比例して大きくなることがわかる．

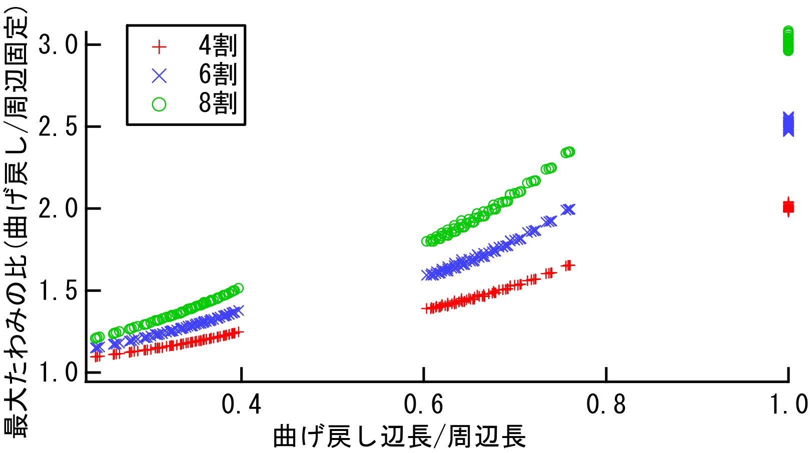


図 2.38　曲げ戻しによる最大たわみの変化比

2.4.2　算定式の構成

前述のように，曲げ戻し時の曲げモーメントは，曲げ戻した境界辺の方向に曲げモーメント 0 のラインは移動し，また，そのラインの内側と外側での分布は，周辺固定時のものと同じ傾向を示していた．このことより，曲げ戻し時の最大たわみあるいは最大曲げモーメントは，図 2.39 の破線で示すように曲げ戻し辺の方向にスラブ領域が増大し，そのスラブが周辺固定であると仮定し，そのスラブを周辺固定時の算定式で解くことで，曲げ戻し時の解を得られると考えた．以降

は，この増大させたスラブ領域を仮想スラブと呼ぶこととする．

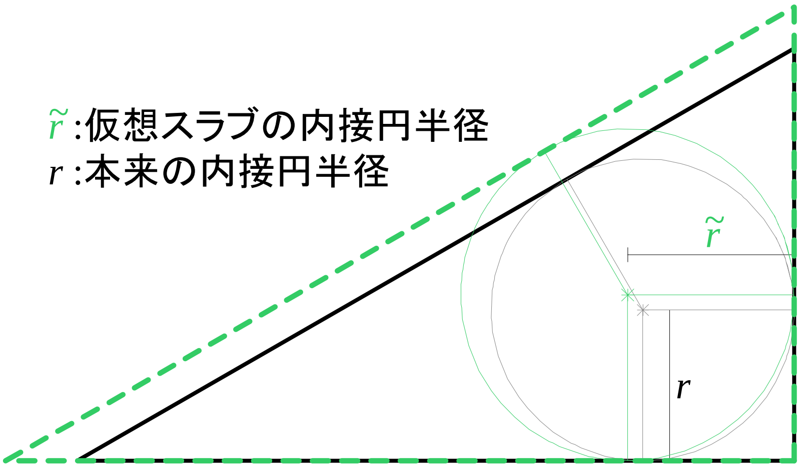


図 2.39　仮想スラブの領域

ところで，2 節で述べたが，三角形スラブにおいては，各最大値の支配的な変数は内接円半径である．そのため，仮想スラブの内接円半径を $\tilde{r}$ とし，$\tilde{r}$ を求める式を考えることとする．また，曲げ戻し時の解に影響しているのは，三角形の周辺長に対する曲げ戻し辺長の比と曲げ戻し割合だと考えており，それらの変数が $\tilde{r}$ に及ぼす影響を検討する．

FEM 解から $\tilde{r}$ の目標値を求める．25 種の三角形形状において，0 を固定支持，1 をピン支持として，0.1 から 1 まで 0.1 ずつ変化させた 10 パターンの曲げ戻し割合で，曲げ戻し辺を一辺から全辺までとした 7 パターンの，合計 1750 種の FEM 解を求めた．これらの FEM 解から求めた $\delta_{\max}$，M_{c1}，M_{b2i} と，FEM 解析で用いた w，r，E，t，スラブ形状によって決まる変数 θ_1 および θ_4（三角形内の角度，$\delta_{\max}$ あるいは M_{c1} で用いる)，L_i（i 番目の境界辺の長さ，M_{b2i} に用いる）を 2 章で提案した周辺固定時の最大たわみ・最大応力算定式（本論文中の 2.2.2 に示した式）に与え，内接円半径 r について解くことで，$\tilde{r}$ の目標値 r_F を求めた．

図 2.40 に r_F と元のスラブ形状での内接円半径 r の比を示す．図の縦軸は r_F/r であり，横軸は曲げ戻し辺長と周辺長の比に曲げ戻し割合（固定であれば 0，ピンであれば 1）を乗じた値である．また，$\delta_{\max}$ を×印，M_{c1} を＋印，M_{b2i} を〇印で示している．

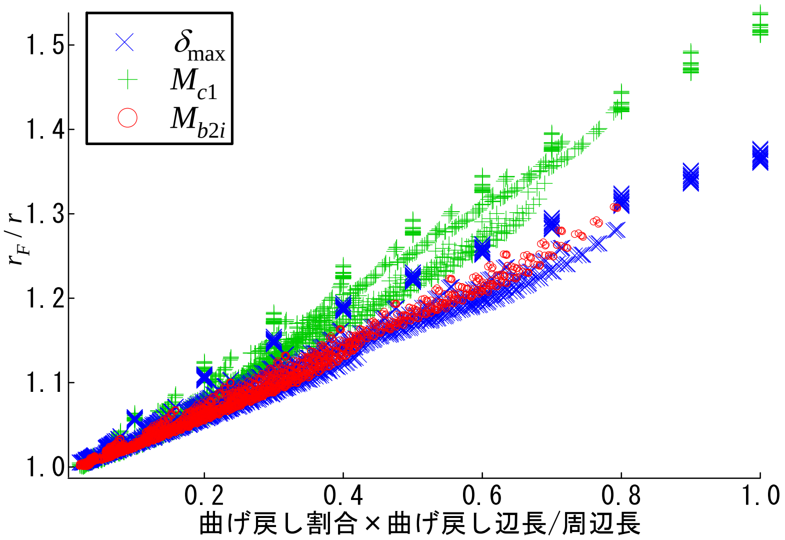


図 2.40　仮想スラブの内接円半径の目標値 r_F

この図より，r_F/r には曲げ戻し辺長と周辺長の比に曲げ戻し割合を乗じたものの影響が大きいことがわかり，それを変数とすることで $\tilde{r}$ を求められると考えた．ただし，図の分布には若干の非線形性が見られるので，その変数には乗数が必要だと考えた．また，最大値ごとに傾きが異なっているため，$\tilde{r}$ は最大値ごとに別の値を求めることとした．以上より，$\tilde{r}$ は式(2.4.1)と式(2.4.2)のように仮定した．

$$\tilde{r}_k = r(1 + I_k^r \zeta) \tag{2.4.1}$$

$$\zeta = \frac{1}{L_1^n + L_2^n + L_3^n} \sum_i (B_r L_{bi})^n \tag{2.4.2}$$

ここに，$\tilde{r}_k$（$k=d,c,b$，$d{:}\delta_{\max}$，$c{:}M_{c1}$，$b{:}M_{b2i}$）は各最大値における仮想スラブの内接円半径である．B_r は曲げ戻し割合であり，固定支持であれば 0，ピン支持であれば 1 である．L_1～L_3 は境界辺長さであり，L_{bi} は曲げ戻した辺の長さである．I_k^r と n は未定定数である．

式中の未定定数は FEM 解との差が小さくなるように求める．

2.4.3　仮想スラブの内接円半径算定式提案

仮定した算定式内の未定定数は，前述の 1750 種の FEM 解と算定式解の差の和の最小値問題を解いて求めている．また，計算しやすい式を得るため，式中の未定定数においては，I_k^r では有効数字 3 桁，n では有効数字 1 桁として求めている．

ここで，得られた仮想スラブの内接円半径の算定式を示す．なお，最大たわみ

$\delta_{\max}$ の場合の仮想スラブの内接円半径は $\tilde{r}_d$，スラブ内部の最大主曲げモーメント M_{c1} の場合は $\tilde{r}_c$，境界辺上の最大主曲げモーメント M_{b2i} の場合は $\tilde{r}_b$ である．それらは，FEM 解より式(2.4.3)のように求められた．また，それらの式中の ζ は式(2.4.4)のように求まった．

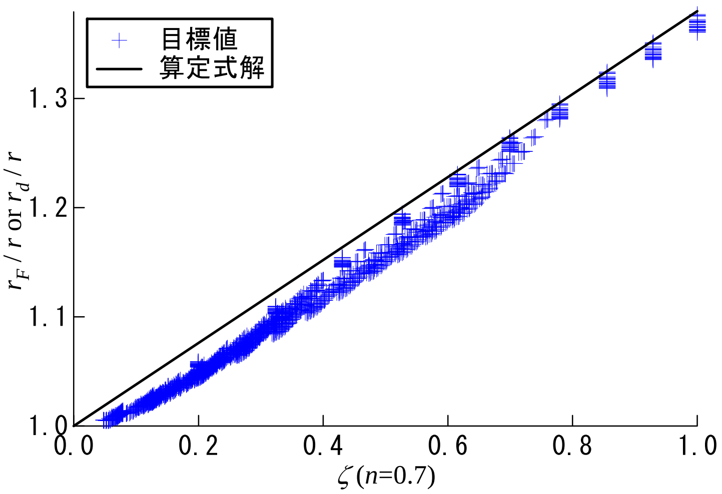
$$\begin{aligned}\tilde{r}_d &= r(1+0.380\zeta)\\ \tilde{r}_c &= r(1+0.562\zeta)\\ \tilde{r}_b &= r(1+0.408\zeta)\end{aligned} \tag{2.4.3}$$

$$\zeta = \frac{1}{L_1^{0.7}+L_2^{0.7}+L_3^{0.7}}\sum_i (B_r L_{bi})^{0.7} \tag{2.4.4}$$

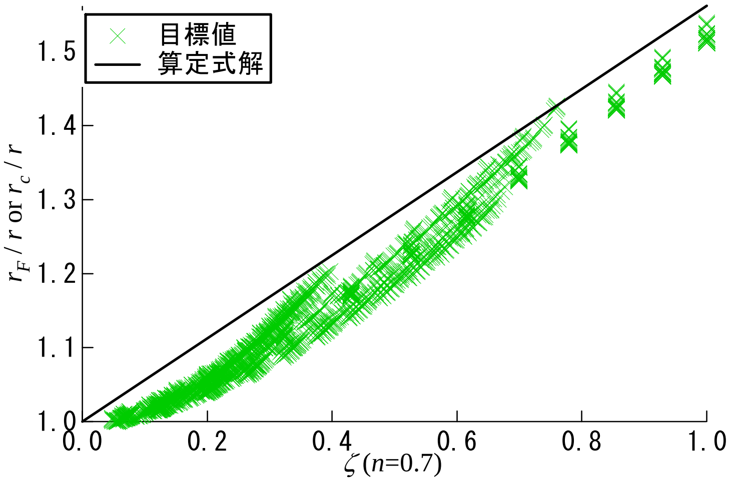
これらの式で求めた $\tilde{r}_k$（$k=d,c,b$）を周辺固定時の最大たわみ・最大応力算定式（$\delta_{\max}$ の場合は式(2.2.7)，M_{c1} の場合は式(2.2.9)，M_{b2i} の場合は式(2.2.8)）中の r に与えることで，曲げ戻し時の最大値を求めることができる．

2.4.4　算定式の精度

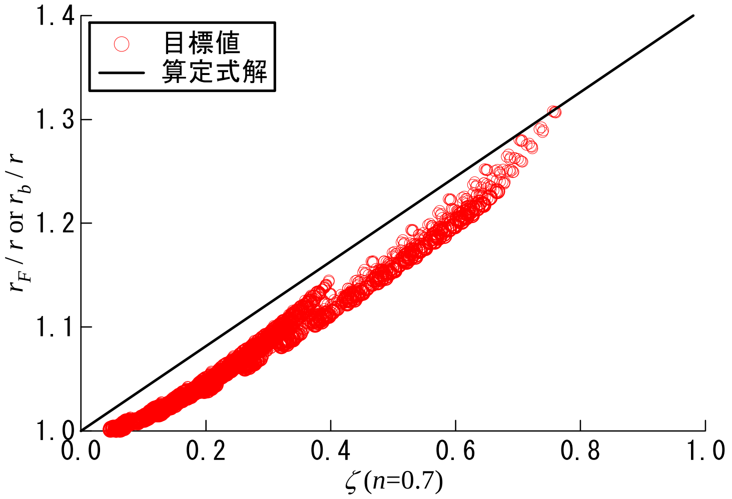
提案した算定式の精度について述べる．本算定式は，仮想スラブの内接円半径を求める式である．ここで，図 2.41 に本算定式で求めた $\tilde{r}$ と FEM 解から求めた目標値 r_F を示す．なお，(a)は $\delta_{\max}$ の場合，(b)は M_{c1} の場合，(c)は M_{b2i} の場合を描いている．縦軸は元の内接円半径との比であり，r_F/r あるいは $\tilde{r}/r$ である．横軸は式(2.4.4)で求めた ζ である．図では，算定式による解は実線で描いており，FEM 解から求めた目標値においては，$\delta_{\max}$ の場合を×印，M_{c1} の場合を＋印，M_{b2i} の場合を〇印で示している．これらの図より，本算定式は目標値の内接円半径の傾向に良く対応した式であることがわかる．



(a)　$\delta_{\max}$ の場合



(b)　M_{c1} の場合



(c)　M_{b2i} の場合

図 2.41　本算定式による仮想スラブの内接円半径 $\tilde{r}$ とその目標値 r_F

さらに，図 2.42 に本算定式による解と FEM 解の差の頻度を示す．図の頻度は，全 FEM 解が当てはまる場合に 1 となるように正規化した値である．縦軸は頻度，横軸は 1%ごとに区切った差の区間であり，0%以上 1%未満の頻度を 0 と 1 の間に表している．また，M_b は境界辺ごとに求めており，辺番号を添字に付している．辺番号は長さ順に決めており，1 は最長，3 は最短の境界辺である．また，図 2.43 に FEM 解との差の累積頻度分布を示す．縦軸は累積頻度，横軸は FEM 解との差であり，どちらも%表記している．

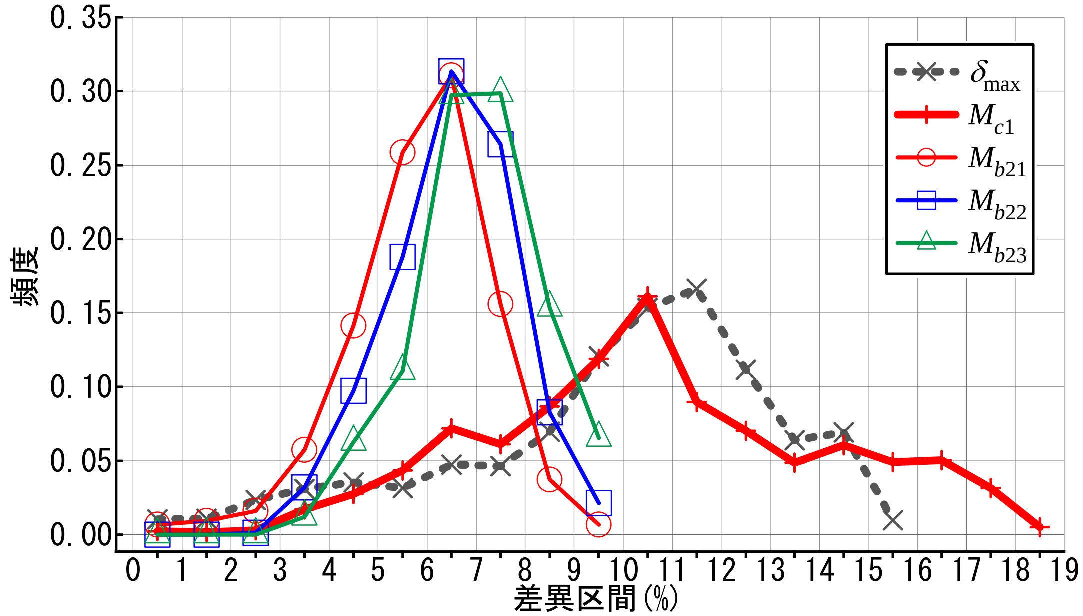


図 2.42 FEM 解との差の頻度分布

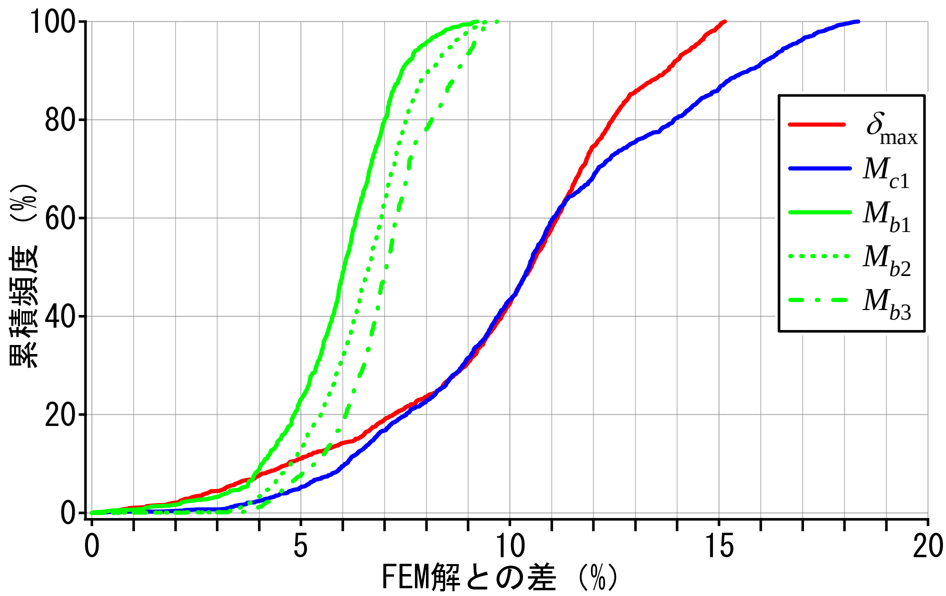


図 2.43 FEM 解との差の累積頻度分布

これらの図より M_{b2i} は 10%未満に収まっており，充分に精度が高いことがわかる．差が小さい区間での頻度が小さいことから，算定式を修正することで解の精度を上げることができると考えられる．また，δ_{max} での最大の差は 15%程度，M_{c1} では 18%程度であり，これらの値では，M_{b2i} に比べると大きな差となっている．本算定式は扱いやすさ重視しているため，変数を増やすこと等で，これらの値においても精度を上げることができるであろう．

2.5　　おわりに

本章では，内接円を描ける非矩形形状スラブのうち，三角形スラブと内接円四角形スラブを扱い，等分布荷重を受ける周辺固定三角形スラブ，等分布荷重を受ける周辺固定内接円四角形スラブ，境界辺の固定度が減少した三角形スラブにおいて，最大たわみと最大主曲げモーメントの算定式を示した．

周辺固定三角形スラブにおいては，内接円半径が形状に関わる主要な変数であることを見出している．また，算定式解と FEM 解の差は最大で 4%程度であり，本算定式は FEM 解を精度良く表すことができている．

周辺固定内接円四角形スラブにおいても，内接円半径が主要な変数であり，三角形スラブと同じ構成の式で解を求めることができている．最大たわみとスラブ内部の最大主曲げモーメントの算定式においては，スラブ形状による解の変化を表す係数部分の式を 2 種類提案しているが，頂点角度を全て用いた式による解は，FEM 解を精度良く表すことができている．小さい 2 つの頂点角度を用いた式は，計算が簡単であるが，頂点角度を全て用いる場合に比べて精度が落ちる．

境界辺の固定度が減少した三角形スラブにおいては，対象のスラブより曲げ戻し辺の方向に大きな周辺固定スラブを仮定し，そのスラブを周辺固定時の最大応力算定式で解くことで，曲げ戻し時の解を求められることを示した．なお．2 辺以上曲げ戻す場合も想定して算定式を定式化しているが，辺ごとに異なる曲げ戻し割合となる場合については検討していない．また，三角形以外の形状に適用できるかも不明であり，それらの検証が今後の課題である．

以上より，内接円を描ける形状であれば，内接円半径の影響が大きく，それを用いることで，概算的な解を得られることがわかった．

第３章　内接円を描けない非矩形形状スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式

第3章　　内接円を描けない非矩形形状スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式

3.1　はじめに

2 章で提案した算定式は内接円を描ける形状に限定されるものであったが，内接円を描けない形状であっても, 2 章と同様に, 変形から算定式の構成を仮定し, FEM 解を目標値とすることで算定式を導出できると考えている．また，内接円を描けない非矩形形状のうち，設計時に扱われる可能性が高いのは，直角台形と等脚台形だと考えており, 本章では, それらの形状のスラブを扱い, 等分布荷重下, 周辺固定支持での最大たわみ・最大応力算定式を，2 章と同様の方法で求める．なお，本章で述べている内接円とは，全辺に接する円である．

また，非矩形形状スラブの設計手法として，大きな矩形スラブを考える方法がある．本章の 2 節では，その方法による解を FEM 解と比較することで，矩形形状を仮定する方法の精度を示す．3 節では，台形スラブの最大たわみ・最大応力算定式を提案し，本算定式の精度と 2 節で扱った大きな矩形スラブを仮定する方法による精度を比較し，本算定式の有効性を示す.

なお，RC 規準には，辺長比（長辺スパン長/短辺スパン長）が 3 までの矩形形状スラブの計算図表があるため，本論文で提案する台形スラブの算定式においても，同程度の範囲を適用範囲とし，平行な対辺のうち，短い辺に対する長い辺の比は 1.2 から 3 まで，長い辺に対する対辺間の距離の比は 1 から 3 までの形状を対象としている.

また，本章の算定式も，最大たわみ，スラブ内部での単位幅あたりの最大主曲げモーメント(正曲げ側), 各境界辺上での単位幅あたりの最大曲げモーメント(負曲げ側）を求める式であり，最大たわみを$\delta_{\max}$，スラブ内部での最大主曲げモーメントは M_{c1} あるいは M_{c2}（$M_{c1} \geqq M_{c2}$），i 番目の境界辺上における最大主曲げモーメントを M_{b1i} あるいは M_{b2i}（$M_{b1i} \geqq M_{b2i}$）と呼んでいる．さらに，RC 造スラブの設計に使用することを想定しており，ポアソン比 0.2 として算定式を求めているため，ポアソン比を変数として与えていない.

3.2　長方形を仮定する手法による解の精度

非矩形形状スラブの設計手法として，図 3.1 のように，対象スラブより大きな矩形形状を仮定し，その矩形形状を RC 規準の設計応力算定式（以後，本章では単に RC 規準式）で解き，得られた曲げモーメントでスラブの配筋を決める手法がある（以後，設計手法 1）．ここでは，この設計手法 1 を用いた場合の精度を述べる．また，設計手法 1（図 3.2 の（a））では明らかに応答値が過剰になると考え，図 3.2 の（b）に示すように，台形スラブと同じ面積の矩形を仮定する手法（以後，設計手法 2)）についても精度を述べる．

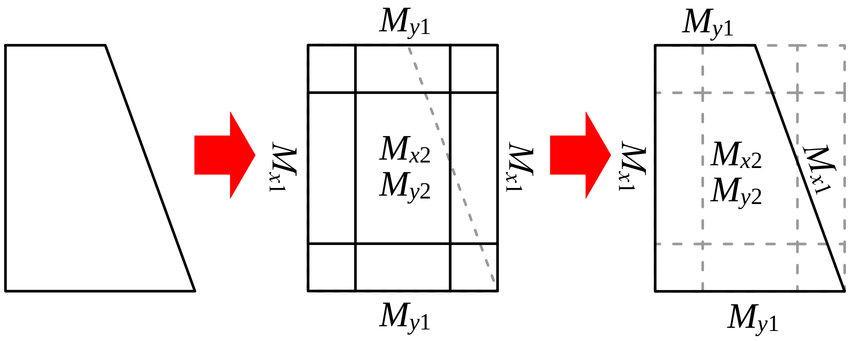
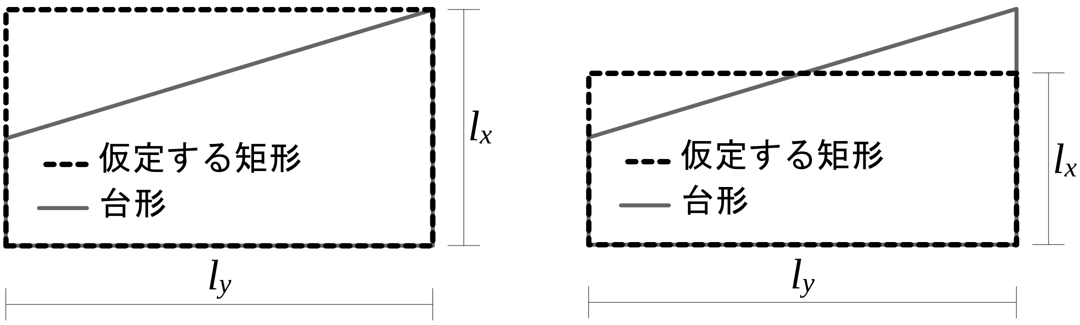


図 3.1　大きな矩形形状を仮定する方法



（a）　設計手法 1　　　（b）　設計手法 2

図 3.2　設計手法で仮定する矩形形状

ここで，等脚台形と直角台形において，図 3.3 に示すように，辺番号を 1 から 4 とし，さらに，平行な対辺の短い辺を L_s とし，長い辺を L_l，対辺間の距離を H とする．FEM 解を得た形状は，L_l/L_s と H/L_l を 0.2 ずつ変化させた 110 種の直角台形と 110 種の等脚台形である．また，FEM 解析には汎用解析ソフト midas/Gen[1)] を用いており，FEM 解析の概要は付録 3 に示している．

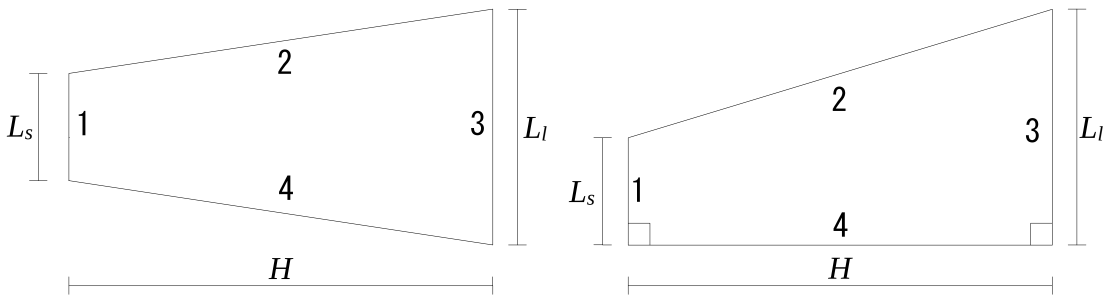


図 3.3 台形スラブにおける辺番号と各長さ

FEM 解と設計手法による解を比較する．

なお RC 規準式では，周辺の固定度が減少した場合を考慮して，スラブ中央の曲げモーメントには安全率を与えている[2)]が，ここでは，これを 1 として比較している．安全率を 1 とした算定式は式(3.2.1)と式(3.2.2)である．

$$M_{x1} = -\frac{1}{12} w_x l_x^2 , M_{x2} = \frac{1}{24} w_x l_x^2 \tag{3.2.1}$$

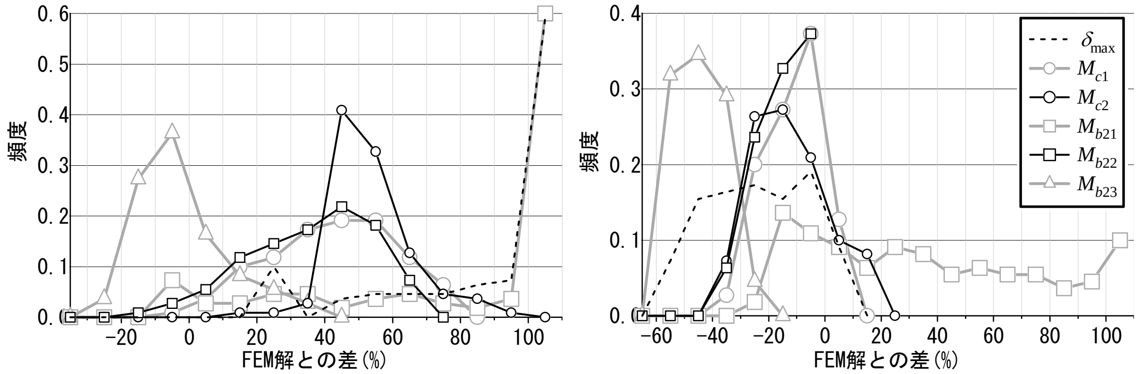
$$M_{y1} = -\frac{1}{24} w l_x^2 , M_{y2} = \frac{1}{48} w l_x^2 \tag{3.2.2}$$

ここに，$w_x = \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} w$ であり，M_x は短辺方向の曲げモーメント，M_y は長辺方向の曲げモーメントであり，境界部での曲げモーメントには添字に 1 が，中央部では 2 が記されている．w は単位面積あたりの全荷重，l_x は短辺スパン長，l_y は長辺スパン長である．

設計手法 1 の場合には l_x に L_l を用い，設計手法 2 の場合には l_x に（L_l+L_s）/2 を用いて（図 3.2 参照）各値を求めている．

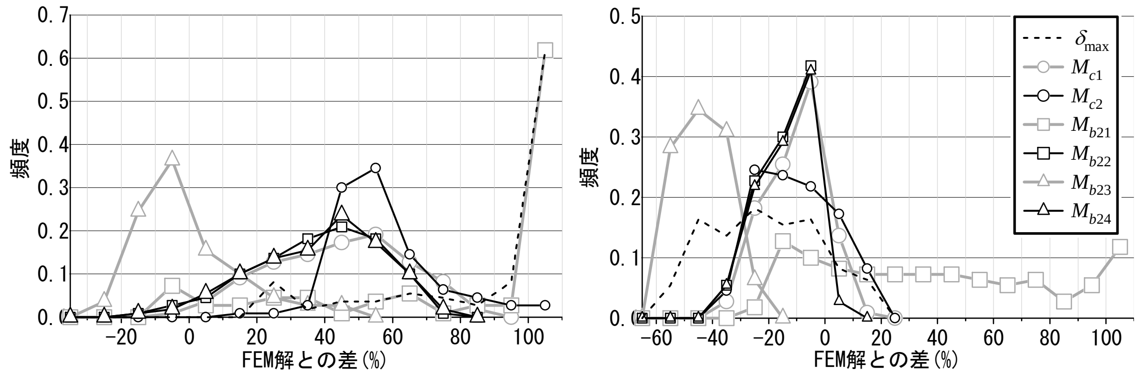
なお，M_{c1} は式(3.2.1)の M_{x2} で求められた曲げモーメントと，辺 2 と辺 4 の M_{b2}（M_{b22} と M_{b24}）は M_{x1} と，M_{c2} は M_{y2} と，辺 1 と辺 3 の M_{b2}（M_{b21} と M_{b23} と呼ぶ）は M_{y1} と比較している．

FEM 解と設計手法の解の差の頻度を図 3.4 と図 3.5 に示す．これらの図の縦軸は頻度であり，横軸は 10%ごとに区切った差異区間である．ただし，100%以上は一つの頻度で表している．図 3.4 は等脚台形の場合，図 3.5 は直角台形の場合であり，（a）は設計手法 1，（b）は設計手法 2 の場合である．



（a）　設計手法 1 の場合　　　　（b）　設計手法 2 の場合

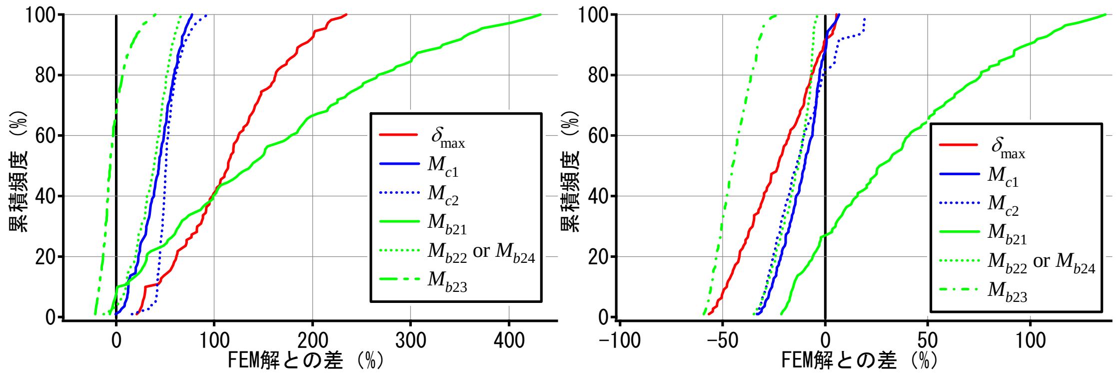
図 3.4　等脚台形スラブでの FEM 解との差の頻度分布



（a）　設計手法 1 の場合　　　　（b）　設計手法 2 の場合

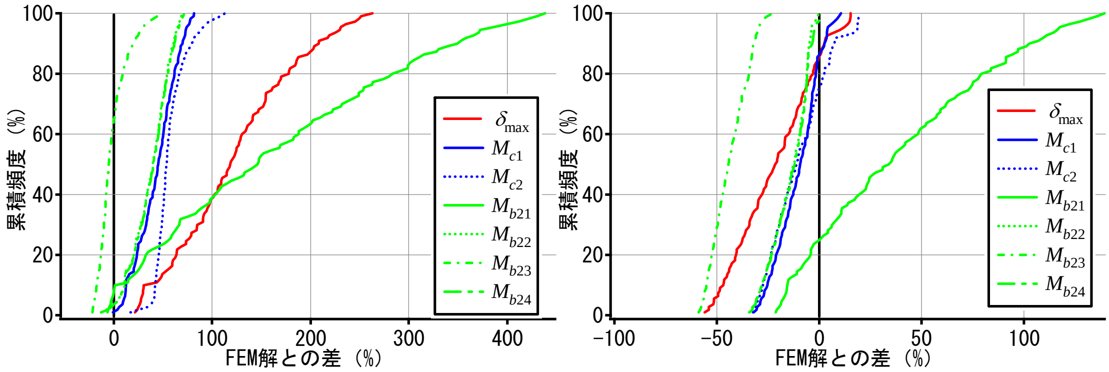
図 3.5　直角台形スラブでの FEM 解との差の頻度分布

さらに，等脚台形スラブの場合での累積頻度分布を図 3.6 に，直角台形スラブの場合での累積頻度分布を図 3.7 に示す．なお，これらの図の（a）は設計手法 1 の場合，（b）は設計手法 2 の場合を描いている．縦軸は累積頻度，横軸は FEM 解との差であり，どちらも%表記している．



（a）　設計手法 1 の場合　　　　（b）　設計手法 2 の場合

図 3.6　等脚台形スラブの累積頻度分布



（a）　設計手法 1 の場合　　　　（b）　設計手法 2 の場合

図 3.7　直角台形スラブの累積頻度分布

これらの図より，FEM 解との差は，等脚台形と直角台形で近い傾向を示していることがわかる．

設計手法 1 の場合には，差が正側に大きくなる傾向にある．特に，δ_{max} と M_{b21} においては，FEM 解との差が 100%以上となる形状が全体の 60%を占め，M_{c1}，M_{c2}，M_{b21}，M_{b22}，M_{b24} においては FEM 解との差が 50%以上となる形状が全体の 60%を占めている．M_{b23} においては，その他の最大値に比べて差は小さいが，負側の解となる形状が 60%を超えている．設計手法 2 の場合では，設計手法 1 に比べて差は小さくなるが，負側となる形状が多い．M_{b21} 以外においては，解が負となる形状が 80%以上を占めており，また，FEM 解との差は最大で 50%程度となっている．M_{b21} においては差が 100%まで大きくなる．

なお，RC 規準の算定式は近似式であり，求められる曲げモーメントは矩形形状スラブの厳密解と異なる．例えば，正方形スラブの短辺方向の曲げモーメントにおいて，境界辺上の曲げモーメントは厳密解より 1 割程度小さく，スラブ中央では 1 割程度大きな値を得るが，それを考慮しても大きな差といえる．

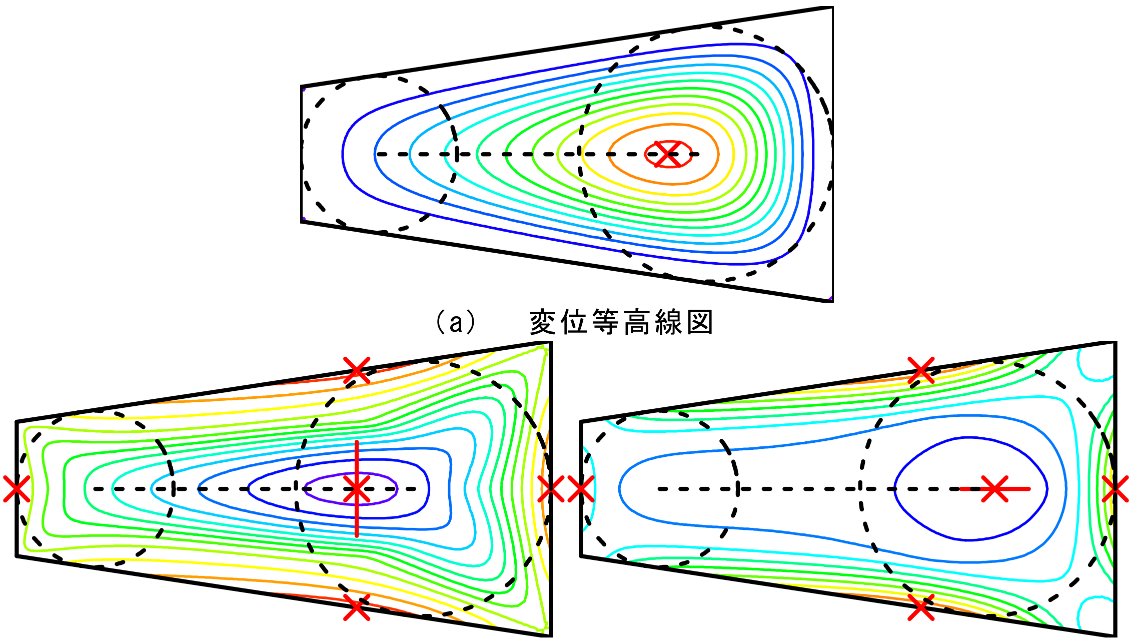
3.3　等脚台形スラブおよび直角台形スラブの最大応力算定式

台形スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式を提案する．台形は一組の対辺が平行なので，長方形に近い形状だと考えられる，そのため，台形スラブの算定式には RC 規準式の構成を用いることにする．RC 規準の算定式における主要な変数は短辺スパン長 l_x であり，形状による変化は長辺スパン長 l_y で表されている．本章では，台形スラブにおける l_x あるいは l_y の捉え方について考察する．

RC 規準の算定式は，スラブ中央で直交する交差梁を仮定し，交差梁端部と中央に生じる応力を長方形スラブの設計用応力としており，最大値に関する主要な変数は短辺方向の梁の長さである．そこで，台形スラブにおいても，最大値の発生点を通る短辺方向の直線の長さを主要な変数と捉え，RC 規準式に適用できるように長辺方向の長さを仮定することで，最大値を求められると考えた．FEM 解から，最大たわみ，最大曲げモーメントの発生点を調べる．

3.3.1　スラブの変形と算定式の構成

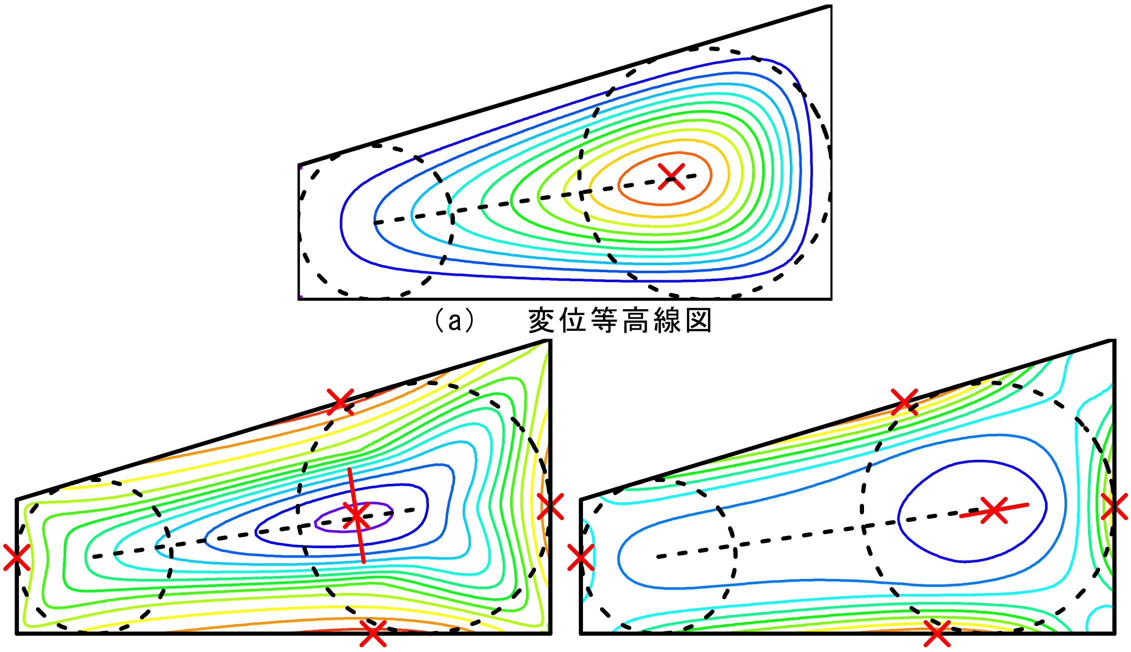
2 節で用いた 110 種ずつの台形スラブの FEM 解から，最大値の発生点を調べた．FEM 解の例を図 3.8 および図 3.9 に示す．なお，図 3.8 には等脚台形の場合を，図 3.9 には直角台形の場合を示しており，どちらも L_l/L_s が 2.2，H/L_l が 1.8 の形状である．図の（a）は変位等高線図，（b）は主曲げモーメント M_1 の等高線図，（c）は M_2 の等高線図である．また図では，最大値の発生点を×印で表しており，スラブ内部の最大主曲げモーメントにおいては，その主軸の向きも示している．なお，境界辺上の最大主曲げモーメントにおいては，主軸向きは境界辺に平行な方向と直交する方向であった．これらの図のように変位，曲げモーメントの最大値を求め，最大値の発生点の傾向を調べた．



（a）　変位等高線図

（b）　M_1 等高線図　　（c）　M_2 等高線図

図 3.8　等脚台形スラブの FEM 解例（L_l/L_s=2.2，H/L_l=1.8）



（a）　変位等高線図

（b）　M_1 等高線図　　　　（c）　M_2 等高線図

図 3.9　直角台形スラブの FEM 解例（L_l/L_s=2.2，H/L_l=1.8）

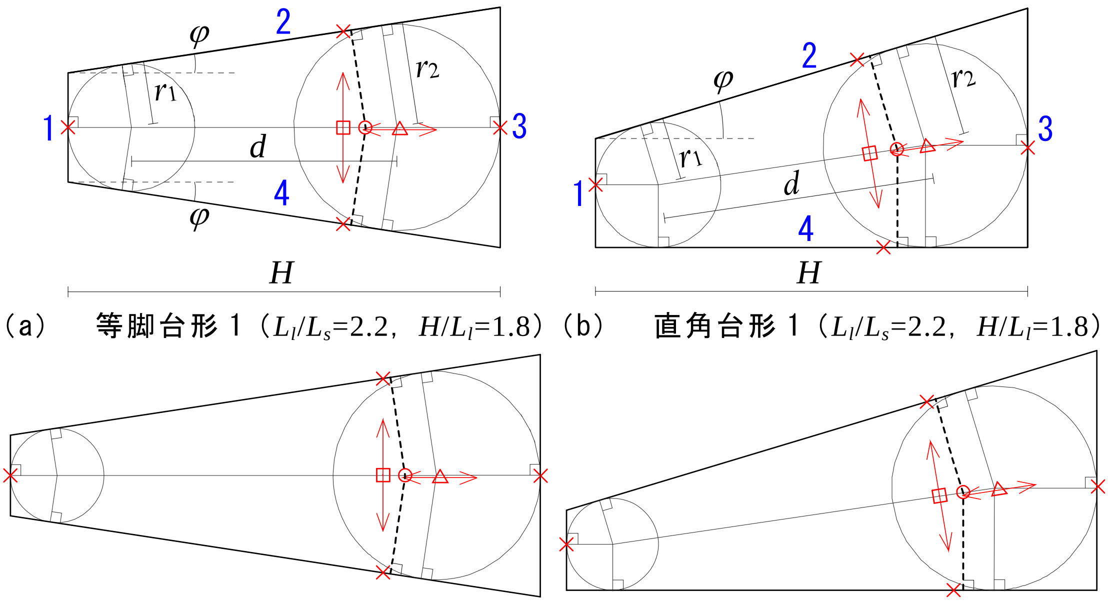
ここで，台形スラブの平行な対辺の短い辺を辺番号 1 とし，長い辺を辺番号 3，それらの間を辺番号 2 と 4，辺 1 と辺 3 の距離を H，斜辺の傾斜角をφとする．また，辺 1,2,4 と辺 3,2,4 に接するように描いた円を円 1 と円 2 と呼び，それらの半径を r_1 と r_2 とし，円中心間の距離を d とする（図 3.10（a）および（b）参照）．

最大値の発生点の例を図 3.10 に示す．なお，（a）は L_l/L_s=2.2，H/L_l=1.8 の等脚台形形状，（b）は L_l/L_s=2.2，H/L_l=1.8 の直角台形形状，（c）は L_l/L_s=3.0，H/L_l=2.2 の等脚台形形状，（d）は L_l/L_s=3.0，H/L_l=2.2 の直角台形形状である．なお，（a）と（c）あるいは（b）と（d）は傾斜角φが同じ形状である．これらの図では，δ_{max} は○印，M_{c1} は□印，M_{c2} は△印，境界辺上においては×印に対応しており，曲げモーメントの主軸の向きは，M_{c1} あるいは M_{c2} では図の矢印で示した向きであり，境界辺上では，M_1 は境界辺と平行な方向，M_2 は境界辺に直交する方向である．

図 3.10 より，δ_{max} は円 1 と円 2 の中心を結ぶ直線上に生じ，その位置は円 2 の中心の円 1 側であることがわかる．また，辺 2 と辺 4 上の最大主曲げモーメントは，それらの辺と最大たわみ点から伸ばした直線が垂直に交わる点の付近に生じており，辺 1 と辺 3 上では円 1 と円 2 との接点付近に生じていることがわかる．M_{c1} は辺 2 と辺 4 上の最大曲げモーメント発生点を結ぶ直線と，円 1 と円 2 中心を結ぶ直線の交点付近に生じ，M_{c2} は円 2 の中心付近に生じていることがわかる．

この傾向は，FEM 解析した全ての台形スラブにおいて同様であった．

これらの最大値発生点を通る短辺方向の長さを主要な変数 l_x とし，RC 規準式に適用できるように仮定する長辺方向の長さを変数 l_y として，応力ごとに l_x と l_y の捉え方を考察する．



（a）　等脚台形 1（L_l/L_s=2.2，H/L_l=1.8）（b）　直角台形 1（L_l/L_s=2.2，H/L_l=1.8）

（c）　等脚台形 2（L_l/L_s=3.0，H/L_l=2.2）（d）　直角台形 2（L_l/L_s=3.0，H/L_l=2.2）

図 3.10　最大値発生点

（a）　最大たわみ算定式の構成

RC 規準に示されている最大たわみ算定式は式(3.3.1)である．

$$\delta_{\max} = \frac{1}{32}\frac{w_x l_x^4}{Et^3} \tag{3.3.1}$$

台形スラブの算定式もこの構成を用いる．台形スラブにおける l_x は最大たわみ点と辺 2，辺 4 上の最大曲げモーメント発生点を結ぶ直線（図 3.10 の破線）と考えた．ここで，図 3.10 に示した等脚台形と直角台形同士は，斜辺の傾斜角 φ が同じ形状である．どちらの台形スラブにおいても，φ が一致している場合には，最大たわみが生じる点は円 2 の中心位置からほぼ同じ距離の場所に生じているため，l_x は φ の影響が大きいと考え，円 2 の半径 r_2 を用いて式(3.3.2)のように仮定した．

$$l_x = 2r_2 \times I_1^d (1 + I_2^d \varphi^{I_3^d}) \tag{3.3.2}$$

ここに，式中の $I_1^d \sim I_3^d$ は未定定数である．

また，円中心間の距離 d が長くなるほど l_y を長くする必要があると考え，l_y は

辺 1 と辺 3 の距離 H を用い，d による影響を r_2 で無次元化して与え，式(3.3.3)のように仮定した．

$$l_y = H \times I_4^d (1 + I_5^d (\frac{d}{r_2})^{I_6^d}) \tag{3.3.3}$$

ここに，$I_4^d \sim I_6^d$ は未定定数である．

式(3.3.2)と式(3.3.3)の未定定数を，FEM 解との差が小さくなるように求めるが，式(3.3.2)と式(3.3.3)の φ と d が l_x と l_y に及ぼす影響は，直角台形スラブと等脚台形スラブで多少変わると考えられるので，それらの形状ごとで未定定数を求める．

(b)　境界部最大主曲げモーメント算定式の構成

i 番辺の最大主曲げモーメント M_{b2i} の算定式は, RC 規準式より式(3.3.4)となる．

$$M_{b22} = -\frac{w_x l_x^2}{12}, M_{b24} = -\frac{w_x l_x^2}{12}$$

$$M_{b21} = -\frac{w l_x^2}{24}, M_{b23} = -\frac{w l_x^2}{24} \tag{3.3.4}$$

M_{b22} と M_{b24} における l_x は，最大たわみと同様に，図 3.10 中の破線であると考え, M_{b22} と M_{b24} 算定式の l_x と l_y は最大たわみ算定式の l_x と l_y を用いることにする．一方，M_{b21} と M_{b23} における l_x は，辺 1 と辺 3 の長さ L_1 と L_3 と，それらの辺が辺 2 あるいは辺 4 と直交していない程度と考えられる傾斜角 φ を用いて，式(3.3.5)のように仮定する．

$$l_x = L_k \times I_1^b (1 + I_2^b \varphi^{I_3^b}), (k=1,3) \tag{3.3.5}$$

ここに，$I_1^b \sim I_3^b$ は未定定数である．

(c)　中央部最大主曲げモーメント算定式の構成

RC 規準式より中央部の最大主曲げモーメント算定式は式(3.3.6)となる．

$$M_{c1} = \frac{w_x l_x^2}{24}, M_{c2} = \frac{w l_x^2}{48} \tag{3.3.6}$$

図 3.10 より, φ が一致している台形形状では, M_{c1} は同位置に生じているため, l_x と l_y は最大たわみの場合と同様の考え方で求められると考えた．ただし，M_{c1} と $\delta_{\max}$ は同位置に生じていないため, 同じ l_x と l_y は用いることができないと考え，式(3.3.2)と式(3.3.3)の構成を用いて新たに l_x と l_y を仮定する．M_{c2} では，φ と d の影響をどちらも受けると考え，l_x を式(3.3.7)のように仮定した．

$$l_x = 2r_2 \times I_1^c (1 + I_2^c \varphi^{I_3^c})(1 + I_4^c (\frac{d}{r_2})^{I_5^c}) \tag{3.3.7}$$

ここに，$I_1^c \sim I_5^c$ は未定定数である．

3.3.2　算定式の提案

仮定した式中の未定定数は，前述の FEM 解との差の最小値問題を解いて求めた．なお等脚台形，直角台形で，同じ式の構成を用いており，それは式(3.3.8)である．

$$
\begin{aligned}
&\delta_{\max}=\frac{w_{x1}l_{x1}^4}{32Et^3}, M_{b22}=-\frac{w_{x1}l_{x1}^2}{12}, M_{b24}=-\frac{w_{x1}l_{x1}^2}{12}\\
&M_{c1}=\frac{w_{x2}l_{x2}^2}{24}, M_{b21}=-\frac{wl_{x3}^2}{24}, M_{b23}=-\frac{wl_{x4}^2}{24}\\
&M_{c2}=\frac{wl_{x5}^2}{48}\\
&w_{x1}=\frac{l_{y1}^4}{(l_{y1}^4+l_{x1}^4)}w,\quad w_{x2}=\frac{l_{y2}^4}{(l_{y2}^4+l_{x2}^4)}w
\end{aligned}
\tag{3.3.8}
$$

l_x と l_y には最大値ごとに 1~5 の添字を追加しており，1 は $\delta_{\max}$ と M_{b22}，M_{b24} に，2 は M_{c1} に，3 は M_{b21} に，4 は M_{b23} に，5 は M_{c2} に対応している．l_{x1}~l_{x5}，l_{y1}，l_{y2} の構成は前述の通りであり，それらの式に含まれる未定定数を等脚台形と直角台形の場合で別々に求めた．ここで，等脚台形での l_{x1}~l_{x5}，l_{y1}，l_{y2} には左側の添字に i を付し，直角台形の場合には r を付すこととする．

得られた算定式を式(3.3.9)と式(3.3.10)にまとめて示す．

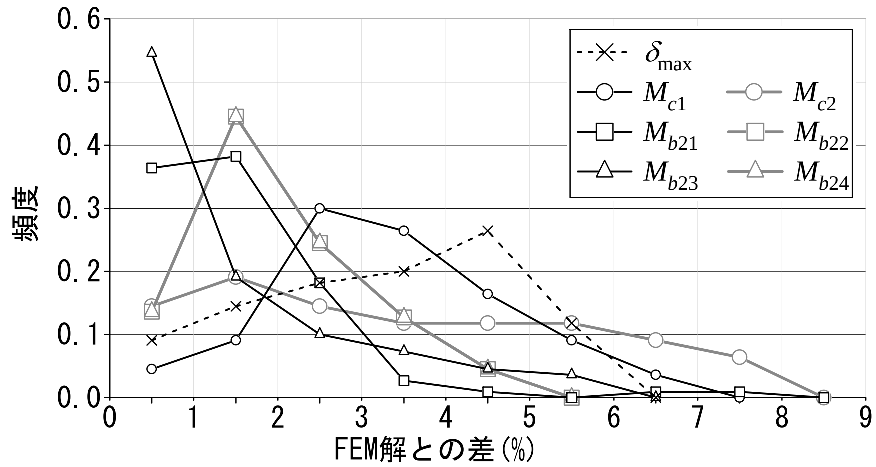
$$
\begin{aligned}
&{}_il_{x1}=0.804r_2(1+\frac{1.11}{\varphi^{0.0730}}), {}_il_{y1}=1.04H(1+0.477(\frac{d}{r_2})^{0.840})\\
&{}_il_{x2}=0.770r_2(1+\frac{1.13}{\varphi^{0.0965}}), {}_il_{y2}=0.924H(1+0.317(\frac{d}{r_2})^{0.344})\\
&{}_il_{x3}=1.17L_1(1+1.751\varphi^{1.23})\\
&{}_il_{x4}=1.18L_3(1-0.646\varphi^{0.803})\\
&{}_il_{x5}=0.872r_2(1+0.328\varphi^{0.440})(1+0.969(\frac{d}{r_2})^{-0.715})
\end{aligned}
\tag{3.3.9}
$$

$$
\begin{aligned}
&{}_rl_{x1}=0.762r_2(1+\frac{1.30}{\varphi^{0.0686}}), {}_rl_{y1}=1.07H(1+0.464(\frac{d}{r_2})^{0.967})\\
&{}_rl_{x2}=0.796r_2(1+\frac{1.14}{\varphi^{0.0966}}), {}_rl_{y2}=0.917H(1+0.346(\frac{d}{r_2})^{0.376})\\
&{}_rl_{x3}=1.19L_1(1+0.775\varphi^{1.37})\\
&{}_rl_{x4}=1.18L_3(1-0.452\varphi^{0.885})\\
&{}_rl_{x5}=0.87r_2(1+0.233\varphi^{0.356})(1+0.948(\frac{d}{r_2})^{-0.0711})
\end{aligned}
\tag{3.3.10}
$$

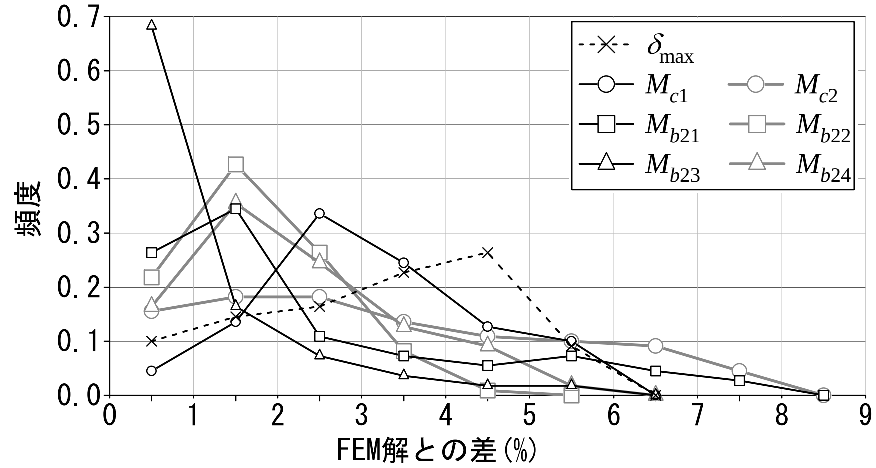
3.3.3　最大応力算定式の精度

算定式の精度について述べる．

図 3.11 に本算定式解と FEM 解の差の頻度を示す．図 3.11 の縦軸は頻度であり，横軸は 1%ごとに区切った差の区間である．図の頻度は，全 FEM 解が当てはまる場合に 1 となるように正規化した値である．また，図 3.12 に FEM 解との差の累積頻度分布を示す．縦軸は累積頻度，横軸は FEM 解との差であり，どちらも%表記している．なお，図 3.11 と図 3.12 においては，(a) は等脚台形スラブ，(b) は直角台形スラブの場合で描いている．

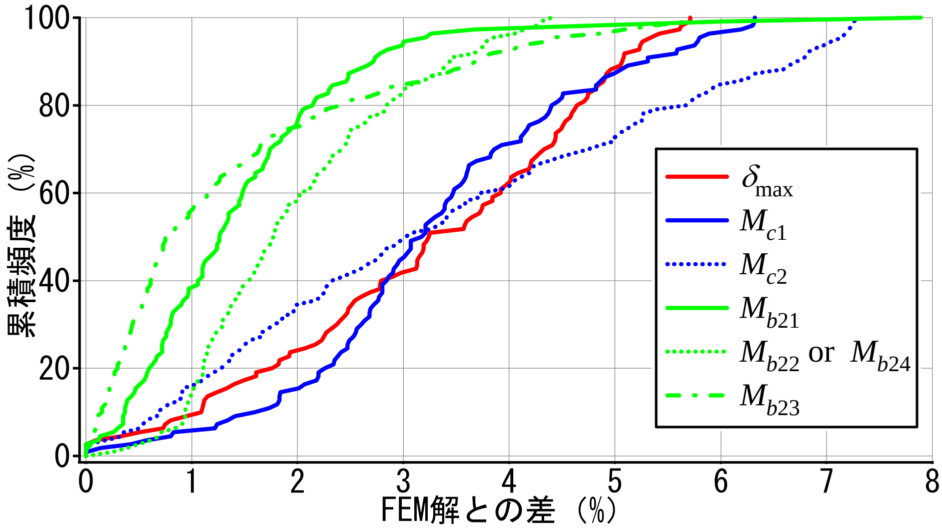


(a)　等脚台形スラブ

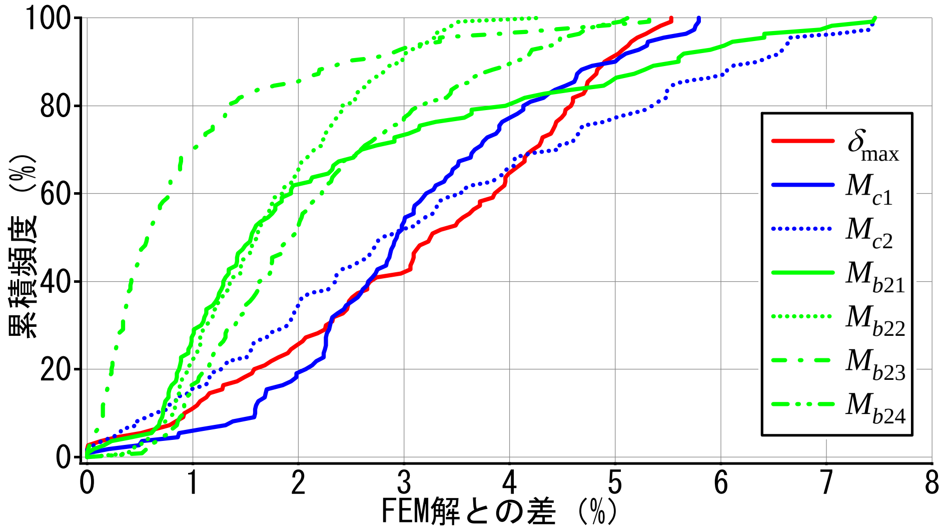


(b)　直角台形スラブ

図 3.11　FEM 解との差の頻度分布



（a）　等脚台形スラブ



（b）　直角台形スラブ

図 3.12　FEM 解との差の累積頻度分布

なお，等脚台形スラブにおける M_{b22} と M_{b24} は同一の値であるため，これらを同じ算定式で求めているが，直角台形スラブではこれらの値は一致していない．しかし FEM 解においては，それらの差は 1%程度と非常に小さいため，本論文では，直角台形スラブにおいても M_{b22} と M_{b24} を同じ算定式で求めている．直角台形においても，M_{b22} と M_{b24} の頻度分布に大きな違いは見られない．また，どちらの形状であっても，M_{b22} と M_{b24} の差は 5%未満に収まっている．

ところで，算定式に斜辺の傾斜角φを与えているが，等脚台形におけるφは辺 2 と辺 4 の傾斜角とし，直角台形におけるφは辺 2 のみの傾斜角としている．より精度の良い解を得るために，辺 2 側の傾斜角と辺 4 側の傾斜角を算定式に別々に

与える方法が考えられるが，本算定式との差は，どちらの台形形状でも 8%未満であり，算定式の精度は充分に高いと考えられるので，本報ではその方法を検証していない．

また，前節で検証した長方形スラブを仮定する手法での精度と比べると，本算定式は非常に精度が高いことを良く表している．

3.5　おわりに

本章では，内接円を描けない非矩形形状として，等分布荷重を受ける周辺固定等脚台形スラブと直角台形スラブを扱い，それらの形状の最大たわみ・最大応力算定式を示した．その式は，RC 規準の設計応力算定式の構成を用い，その式での形状を表す変数である短辺スパン長 l_x，長辺スパン長 l_y を求める式である．提案した式は煩雑であるが，FEM 解による最大たわみと最大主曲げモーメントを 8%程度の差で求めることができる．また本章では，既往の設計手法として，大きな矩形形状を仮定する方法の精度を示したが，その方法と比べると，本算定式の精度は非常に高い．

算定式においては，スラブ内の短辺方向の長さを境界辺に接するように仮定した円の半径と斜辺の傾斜角で表し，その長さを短辺方向の長さとし，RC 規準式に適用できるように，内接する円中心間の距離で長辺方向の長さを仮定することで定式化している．

なお，本章で提案した算定式は，長辺側が斜辺となる台形形状にのみ適用できる式であり，また，等脚台形スラブと直角台形スラブで別々の式となっている．しかし，設計時には当該形状以外のスラブ形状も考えられ，また，本章の等脚台形と直角台形のように近い形状においては，設計時の扱いやすさを考慮すれば，同じ式で計算できる式が望まれると考えられる．そのため，形状に対して，より汎用的な算定式の提案が今後の課題である．

第４章　三角形および内接円四角形スラブにおける設計応力算定式

第4章　三角形および内接円四角形スラブにおける設計応力算定式

4.1　はじめに

RC 規準 10 条にある矩形スラブの設計応力算定式 [1]（以後，単に RC 規準式）は，平板中に生じる曲げモーメントの性状から 2 方向の交差梁を仮定して求めた解であり，平板の理論から求めた厳密解とは異なった値となっている．特に境界部の設計用曲げモーメントにおいては，図 4.1 に示すように，境界辺上に生じる最大の曲げモーメント値よりも小さな値となっている．

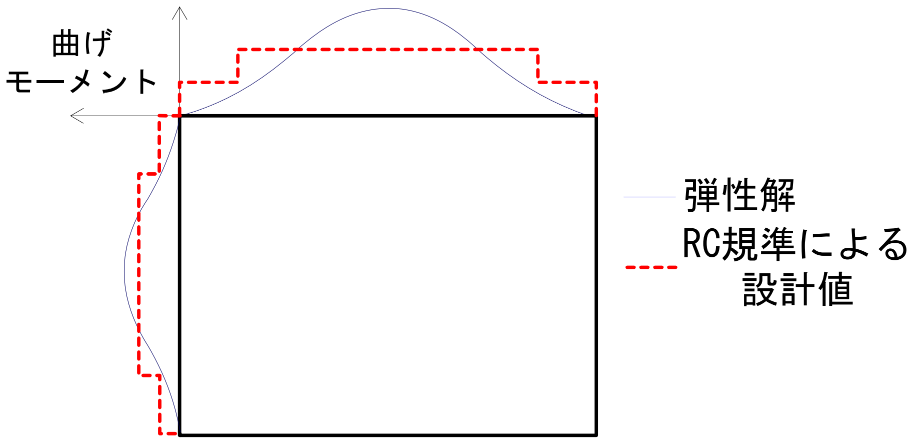


図 4.1　弾性解による境界辺上の曲げモーメント分布と RC 規準による設計値

このことに対し，RC 規準には「･･･．弾性論による精算解から得た数値と比較して規準(10.1)式の M_{x1} は不足し，M_{x2} は過剰である．解説図 10.3 に示すように長辺に沿って働いている固定辺モーメント M_{x1} は中央の最大値から端部で 0 になるような分布を示すのに対し，板の破損はある幅に対する平均曲げモーメントが，一定値に達したときに生じるという実験的事実（H. Marcus の解釈）があり，局部的に M_{x1} が不足していても全体としての耐力が与えられていれば，スラブの安全性は保たれる．･･･」という解説があり，本論文の 2 章で提案した最大たわみ・最大応力算定式で目標値とした FEM 解より，小さな値で断面算定が可能であると解釈できる．RC スラブ中の鉄筋が，最大の曲げモーメントが生じる点に必ず配置されるわけでもなく，また，実際にこの式で設計されたスラブについて問題が報告されていないことを考えても，厳密解の最大値で設計する必要はないと思われる．

前述のように RC 規準による設計値は最大値より小さいが, RC 規準にはその程度は明記されていない．そのため本論文では，RC 規準の解説文章より，設計値を以下の 2 通りで解釈する．

（解釈 1）ある幅での応力の平均値がある値に達するとき板の破損が起こる．鉄筋コンクリートは厳密には均質ではないし，クラックが入るとスラブ内の応力が開放されると考えられるが，ここでは有限要素法による弾性解の境界辺上のある幅の平均値が，RC 規準式による値と一致するとき，板の破損が起こると考えることとする．RC 規準には明記されていないこの幅に生じる弾性解の平均値により非矩形形状スラブを設計してよいと考える．以後，この幅を応力平均幅と呼ぶ．

（解釈 2）床スラブの一部が塑性化しても全体としての耐力があればよいとのことなので，RC 規準式で設計するスラブの崩壊までの余裕度を考える．この余裕度は，床スラブの一部が塑性化すると考えている降伏荷重値（RC 規準式が降伏モーメントに達するときの分布荷重値）と，スラブの崩壊形式を考えたときの崩壊荷重値の比で求められるものと考え，この余裕度を非矩形形状スラブに適用する．ただし，ここで考える崩壊は面内軸力には関係せず板の曲げのみで生じることとし，また集中荷重や偏載荷重を考えず，等分布荷重のみを考えるものとする．

本章では，三角形スラブと内接円四角形スラブを扱い，それらのスラブにおいて，上記の余裕度と応力平均幅を適用し，2 つの設計応力算定式を求める．さらに，それらの差異について考察する．なお，その算定式の比較には，低減比（設計値/最大値）を用いている．

なお，本論で示す設計応力算定式は固定と見なされる境界辺上の曲げモーメントについてのみであり，スラブ中央部の曲げモーメントにおいては，周辺単純支持の解を用いるべきと考えるが，本論文ではその検討をしていない．また著者らは，頂点角度が極端に小さいあるいは大きい形状のスラブは設計時に扱われる可能性が低いと考えており，本章で扱っているスラブ形状は，頂点角度 30 度から 120 度までのものである．

4.2 応力平均幅を適用した三角形および内接円四角形スラブの設計応力算定式

前述の解釈1の考えより，応力平均幅を適用した設計応力算定式を提案する．はじめに，有限要素法による矩形形状スラブの弾性解とRC規準値から応力平均幅を求める．その後に，三角形スラブと内接円四角形スラブに適用する応力平均幅について考察し，その平均幅での弾性解の平均値を求める設計応力算定式を示す．

4.2.1 矩形形状スラブにおける応力平均幅

矩形形状スラブの弾性解は汎用解析ソフト midas/Gen[2)]で有限要素法解析し求めた．解析概要は付録3を参照されたい．ここで，解析より求めた境界辺上の曲げモーメント分布の例を図 4.2 に示す．図の実線は曲げモーメントの分布を表しており，破線は例としたスラブでのRC規準値を表している．本論では，図中のAとBの領域の面積が一致する幅を応力平均幅として求めている．

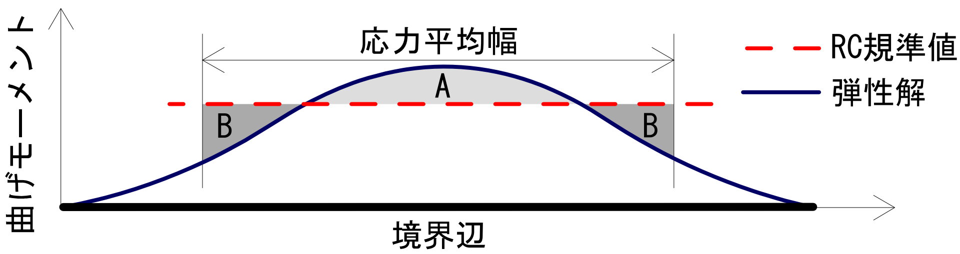


図 4.2 境界辺上の曲げモーメント分布例と応力平均幅

幾つかの矩形形状スラブにおいて，長辺上と短辺上で応力平均幅を求めたところ，その境界辺の長さと応力平均幅の長さの比は，辺長比(長辺長さ/短辺長さ)が同じ形状であれば変わらなかった．そこで，応力平均幅は境界辺長さとの比 a で表すこととした．ここで，辺長比λを1から5まで0.025ずつ変化させた161種の矩形形状スラブで求めた応力平均幅を図 4.3 に示す．図 4.3 の縦軸は a であり，横軸は辺長比λである．また，短辺上の曲げモーメント分布から求めた a は○印で表し，長辺上では×印で表している．応力平均幅は短辺と長辺上で異なり，また，辺長比λによって変化することがわかった．

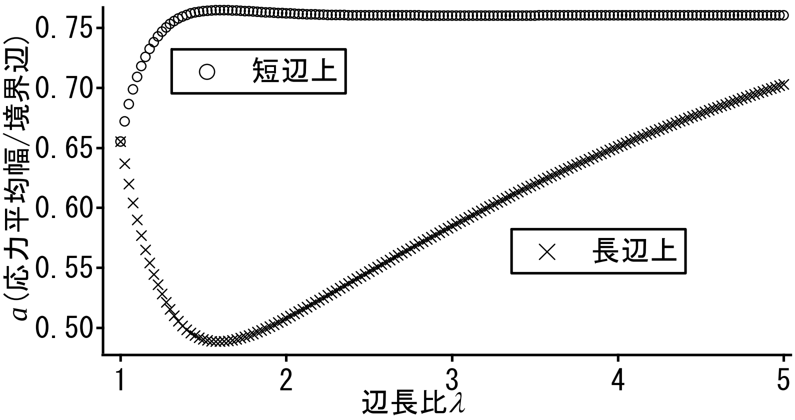


図 4.3　矩形形状スラブにおける応力平均幅

4.2.2　算定式の提案

三角形スラブ等に適用するべき応力平均幅を見出し，その幅での曲げモーメントの平均値を求める式を設計応力算定式として提案する．最大曲げモーメント値と設計用曲げモーメント値の関係は，応力平均幅での曲げモーメントの平均値と曲げモーメントの最大値の比率を低減比 D_a で表し，さらに，設計応力算定式は，この D_a と 2 章で求めた最大応力算定式で表すこととする．

ここで，2 章で求めた三角形スラブおよび内接円四角形スラブにおける境界辺 i 番上の境界辺に平行な軸回りの最大主曲げモーメント（2 章では M_{b2i} と表記した曲げモーメント）の算定式を再度示す．なお，三角形と内接円四角形の場合を区別するため，三角形スラブの場合には左側の添字に t を，内接円四角形の場合には q を付している．

$$ {}_tM_i = 0.198(\frac{L_i}{r})^{0.175} \times wr^2 \tag{4.2.1} $$

$$ {}_qM_i = 0.190(\frac{L_i}{r})^{0.175} \times wr^2 \tag{4.2.2} $$

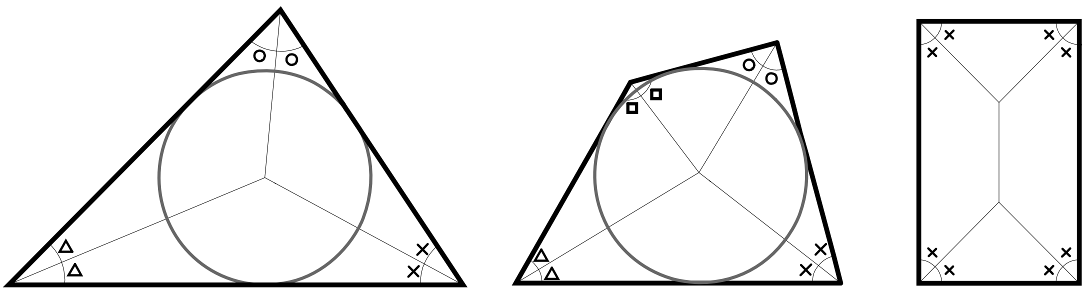
ここに w は等分布荷重値であり，r は内接円半径，L_i はその曲げモーメントが生じている境界辺の長さである．

(a)　三角形スラブ等に適用する応力平均幅

ここで，三角形スラブおよび内接円四角形スラブに適用する応力平均幅について考察する．図 4.3 で示したように，矩形形状スラブの応力平均幅は短辺上と長辺上で異なり，その値は辺長比で変化する．そこで，三角形スラブ等に適用する応力平均幅は，三角形スラブ等の境界辺上の曲げモーメント分布と近い分布となる辺長比，境界辺での値を用いることとする．

ここで，等分布荷重を受ける周辺固定スラブは各固定辺に支えられていると考え，また，各固定辺に生じる曲げモーメント分布は，各固定辺が支えているスラブ面の形状で推定できると考える．スラブ内のある点を支えている固定辺は，その点から最も近い固定辺であると考えると，三角形スラブ等の固定辺が支えるスラブ面の領域は，図 4.4 の(a)と(b)に示すように，頂点から伸ばした二等分線で区切られる．この図からわかるように，三角形スラブ等では固定辺が支えるスラブ面は三角形形状となっている．矩形形状スラブにおいて，同様に固定辺が支える面を考えると，図 4.4 の(c)に示す形状となり，三角形スラブ等と同様に，固定辺が支える面が三角形形状となるのは短辺固定辺である．

このことより，三角形スラブ等の境界辺上の曲げモーメント分布と近い分布形状となるのは，短辺上の曲げモーメント分布であると考えた．さらに，短辺上の応力平均幅は辺長比λによって変化するが，λが 1 である正方形形状は三角形や内接円四角形と同様に内接円を持つ形状であるため，本論では，正方形スラブでの応力平均幅を三角形スラブ等に適用することとした．なお，先に示した図 4.3 から，λが 1 の時に，境界辺長さに対する応力平均幅の比 a が約 0.655 で最小となることがわかる．この比 a が小さいほど応力平均幅での平均値が大きくなるため，本論で扱う応力平均幅は，その他の辺長比の場合に比べて安全側の値を考えることにもなっている．



(a)　三角形　(b)　内接円四角形　(c)　矩形形状

図 4.4　固定辺が支えるスラブ面領域

(b)　低減比 D_a と設計応力算定式

低減比 D_a は三角形スラブ等の境界辺上の曲げモーメントの最大値と応力平均幅での曲げモーメントの平均値から求める．境界辺上の曲げモーメントは 2 章で用いた FEM 解とした．なお，2 章で解析したスラブ形状は，頂点角度を 30deg～

120deg まで 5 度ずつ変化させてできる，37 種の三角形スラブと 313 種の内接円四角形スラブである．FEM 解析した形状の全ての辺において低減比 D_a を求めた．なお，三角形スラブ等の境界辺上の曲げモーメントは，図 4.5 のような分布を示し，応力平均幅の配置によって低減比が変わるが，本論では曲げモーメントの平均値が最も大きくなる位置に応力平均幅を配置し低減比を求めている．

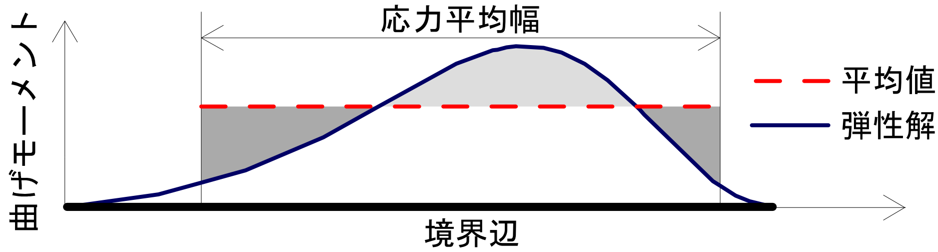


図 4.5 三角形スラブ等における曲げモーメント分布例

ここで，三角形スラブの i 番目の境界辺で求めた低減比を ${}_tD_{ai}$ とし，内接円四角形スラブでは ${}_qD_{ai}$ とする．図 4.6 にそれらの分布を示す．図 4.6 の横軸は低減比を求めた境界辺の長さ L_i を内接円半径 r で無次元化した値であり，縦軸は低減比である．求めた ${}_tD_{ai}$ は○印，${}_qD_{ai}$ は×印で示している．図に示した実線と破線については後述する．

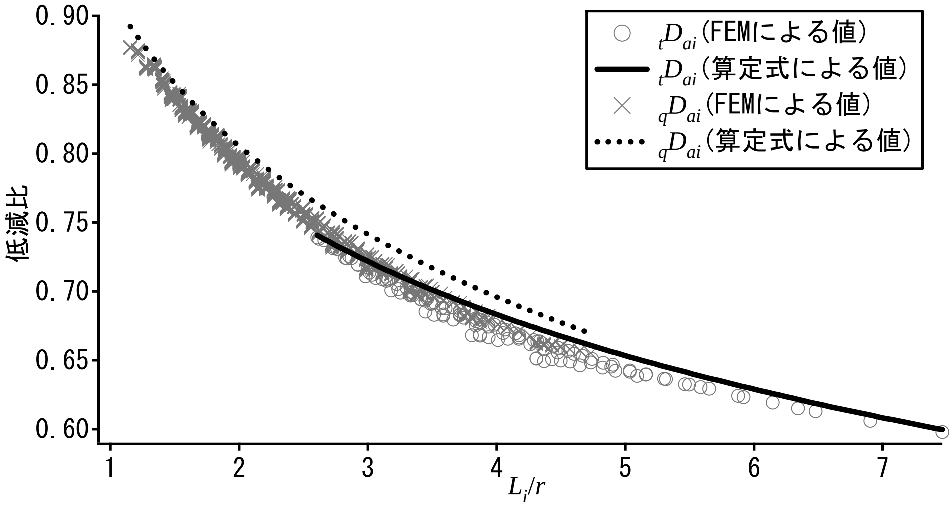


図 4.6 低減比 ${}_tD_{ai}$ および ${}_qD_{ai}$

この図より，三角形スラブにおいては最大値から 75%から 60%程度まで低減でき，また，内接円四角形スラブにおいては最大値から 90%から 65%程度まで低減できることがわかった．どちらのスラブでも，L_i/r が同じであれば低減比はほぼ

同じ値を示しており，さらに，L_i/r が大きくなるほど，大きく低減できることがわかる．

またこの図より，低減比は L_i/r を変数として求められると考えた．これらの ${}_tD_{ai}$ と ${}_qD_{ai}$ を安全側に求められる算定式を求めた．求めた式を式(4.2.3)と式(4.2.4)に示す．なおこれらの式は，計算を簡便にするため，式中の定数の有効数字を 3 桁として求めている．

$$ {}_tD_{ai} = 0.869 - 0.134\log(\frac{L_i}{r}) \tag{4.2.3} $$

$$ {}_qD_{ai} = 0.915 - 0.158\log(\frac{L_i}{r}) \tag{4.2.4} $$

これらの式で求められる低減比は，図 4.6 の実線と破線で示した値であり，その値と FEM 解から求めた低減比の差は最大で 3%である．

さらに，式(4.2.3)と式(4.2.4)を，最大応力算定式である式(4.2.1)と式(4.2.2)に乗じ，求めた設計応力算定式を式(4.2.5)と式(4.2.6)に示す．

$$ {}_tM_{dai} = -(0.869 - 0.134\log(\frac{L_i}{r}))(0.198(\frac{L_i}{r})^{0.175}) \times wr^2 \tag{4.2.5} $$

$$ {}_qM_{dai} = -(0.915 - 0.158\log(\frac{L_i}{r}))(0.190(\frac{L_i}{r})^{0.175}) \times wr^2 \tag{4.2.6} $$

これらの式で得られる曲げモーメントを図 4.7 に示す．なお，図 4.7 では ${}_tM_{dai}$ あるいは ${}_qM_{dai}$ を wr^2 で無次元化して示しており，その値を実線（${}_tM_{dai}$ の場合は青線，${}_qM_{dai}$ の場合は赤線）で示している．図の横軸は L_i/r である．破線については後述する．

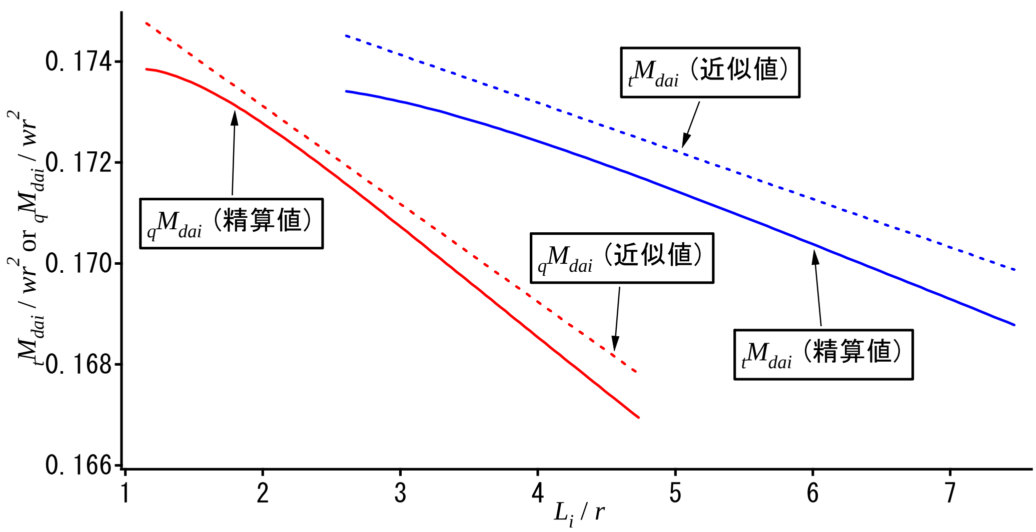


図 4.7　設計用曲げモーメント ${}_tM_{dai}$ および ${}_qM_{dai}$

図より，式(4.2.5)と式(4.2.6)による値はほぼ線形に変化しており，これらの式をより簡便に表すことができると考えた．ここで，L_i/r を変数とし，式(4.2.5)と式(4.2.6)を線形に近似した式を式(4.2.7)と式(4.2.8)に示す．なお，これらの式においては定数の有効数字を 3 桁としている．また，これらの近似式による値は図 4.7 の破線で示した値であり，式(4.2.5)あるいは式(4.2.6)による値との誤差は 1%未満である．

$$ {}_{t}M_{dai} = -(177 - 0.954(\frac{L_i}{r}))wr^2 \times 10^{-3} \tag{4.2.7} $$

$$ {}_{q}M_{dai} = -(177 - 1.94(\frac{L_i}{r}))wr^2 \times 10^{-3} \tag{4.2.8} $$

4.3　余裕度を適用した三角形および内接円四角形スラブの設計応力算定式

次に，矩形形状を対象とした RC 規準式が持つスラブ崩壊までの余裕度を求め，それを三角形スラブ等に適用し，設計応力算定式を提案する．この余裕度μは，RC 規準式の値が降伏曲げモーメントとなり，スラブの一部が塑性化していると考えられる荷重 ${}_{r}w_y$（以後，この荷重 ${}_{r}w_y$ を単に降伏荷重と呼ぶ）と，そのスラブの崩壊荷重 ${}_{r}w_u$ の比で表されると捉える．

また，スラブの上下面と全ての方向において降伏曲げモーメントは M_y で一定だと仮定すると，降伏荷重 ${}_{r}w_y$ は曲げモーメントが最大となる長辺上短辺方向の RC 規準式の値が M_y となる荷重となる．なお，スラブの崩壊は曲げのみで起こると仮定し，スラブの崩壊荷重 ${}_{r}w_u$ は降伏線理論で求めることとする．降伏線理論においては塑性曲げモーメントが必要となるが，本論文では，塑性曲げモーメント M_0 の値はスラブ内においてある一定値 M_0 であると考える．M_0 が一定値であると仮定すると，降伏曲げモーメント M_y と正の定数 C を用いて，式(4.3.1)のように表すことができる．

$$ M_0 = C \times M_y \tag{4.3.1} $$

4.3.1 RC 規準の設計応力算定式が持つ余裕度

(a) 降伏荷重 ${}_r w_y$

RC 規準式の長辺上短辺方向の曲げモーメント M_{x1} を式(4.3.2)に示す.

$$M_{x1}=\frac{wl_x^2}{12}\times\frac{\lambda^4}{1+\lambda^4} \tag{4.3.2}$$

ここに，w は等分布荷重値であり，l_x は短辺スパン長，λ は辺長比である.

この M_{x1} が降伏曲げモーメント M_y となる荷重が降伏荷重 ${}_r w_y$ であり, 式(4.3.3)のように求められる.

$${}_r w_y=\frac{12M_y}{l_x^2}\times\frac{1+\lambda^4}{\lambda^4} \tag{4.3.3}$$

(b) 矩形形状スラブの崩壊荷重 ${}_r w_u$

いくつかの文献 [3)]には，降伏線理論で求められた等分布荷重を受ける周辺固定矩形形状スラブの崩壊荷重が示されており, 本論では，それを用いて崩壊荷重 ${}_r w_u$ を求める.

ここで，矩形スラブの崩壊機構を図 4.8 に示す．図中の実線は正曲げにより下側引張で起こる降伏線であり，破線は負曲げにより上側引張で起こる降伏線である.

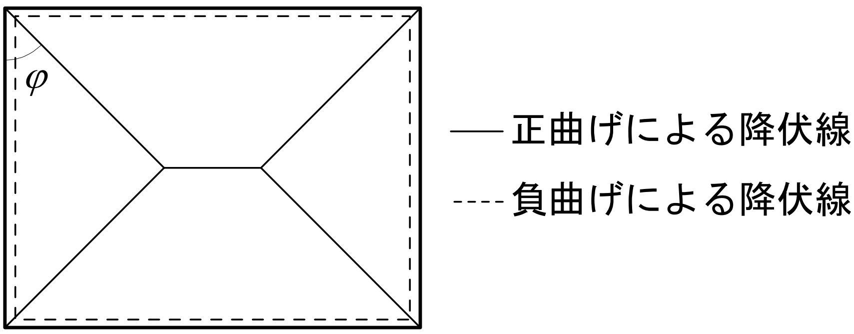


図 4.8 矩形形状スラブの崩壊機構

また, 長辺と平行な正の降伏線部分に生じる単位幅辺りの塑性モーメントを m_p, 短辺と平行な正の降伏線に生じる単位幅辺りの塑性モーメントをμm_p，長辺と平行な負の降伏線に生じる単位幅辺りの塑性モーメントを-βm_p 短辺と平行な負の降伏線に生じる単位幅辺りの塑性モーメントを-$\alpha\mu m_p$ とすると，その時の崩壊機構において，正の降伏線と境界辺が成す角φは式(4.3.4)となる．また，その時の崩壊荷重 ${}_r w_u$ は式(4.3.5)である.

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{-\mu(1+\alpha)+\sqrt{\mu^2(1+\alpha)^2+3\lambda^2\mu(1+\alpha)(1+\beta)}}{\lambda(1+\beta)}\right) \tag{4.3.4}$$

$$_r w_u = \frac{24m_p}{l_x^{\,2}}\frac{\mu(1+\alpha)}{\tan^2\varphi} \tag{4.3.5}$$

上下面およびすべての方向における塑性曲げモーメントを M_0 と与えることで，角度φ は式(4.3.6)のように求められる．また，その崩壊機構での崩壊荷重 $_r w_u$ は式(4.3.7)のように求められる．

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+3\lambda^2}-1}{\lambda}\right) \tag{4.3.6}$$

$$_r w_u = \frac{48M_0}{l_x^2}\frac{\lambda^2}{(\sqrt{1+3\lambda^2}-1)^2} \tag{4.3.7}$$

(c)　余裕度μ

RC 規準式が持つ崩壊までの余裕度μ は降伏荷重 $_r w_y$ と崩壊荷重 $_r w_u$ の比だと考えている．余裕度μは式(4.3.3)と式(4.3.7)から，式(4.3.8)のように求められ，その値は辺長比λによって変化することがわかる．

$$\mu = \frac{_r w_u}{_r w_y} = \frac{4C\lambda^6}{(1+\lambda^4)(\sqrt{1+3\lambda^2}-1)^2} \tag{4.3.8}$$

4.3.2　算定式の提案

三角形スラブ等に RC 規準式が持つ余裕度を適用し，設計応力算定式を求める．設計応力算定式は，三角形スラブ等の崩壊荷重に余裕度を考えた荷重によって，それらのスラブの最大の曲げモーメントが生じる境界辺で，降伏曲げモーメントが求められる式だと考える．つまり，最大の曲げモーメントが生じる境界辺での断面算定値を求める算定式を示し，その他の境界辺では，同じ断面算定値を用いればよいと考える．なお，三角形スラブ等においても，RC 規準式の余裕度を求めたのと同様に，降伏曲げモーメントと塑性曲げモーメントはスラブ内で一定だと仮定する．

(a)　三角形スラブおよび内接円四角形スラブの崩壊荷重

三角形スラブ等の崩壊荷重は降伏線理論で求めるが，崩壊荷重が最小となる崩壊機構を選定する必要がある．ここで，矩形形状スラブの降伏線と境界辺が成す角度(4.3.6)式から求めた正方形スラブ(λ =1)の崩壊機構を図 4.9 に示す．

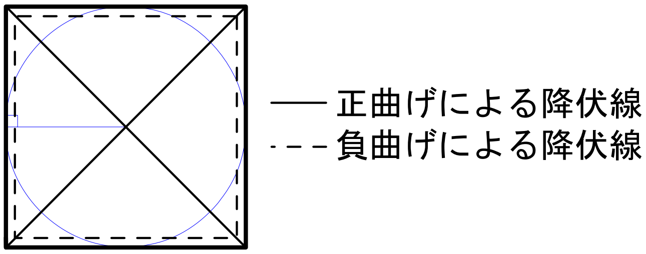


図 4.9　正方形スラブの崩壊機構

式(4.3.6)より，正曲げの降伏線は角度ϕ=45 度の二等分線となり，その線は内接円中心位置で交わることがわかる．内接円を持つ形状である三角形スラブ等であれば，正方形と同様に二等分線が正曲げの降伏線になると考え，崩壊機構を図 4.10 のように仮定した．なお，本崩壊機構による三角形スラブ等の崩壊荷重が機構条件による上界であることは数値解析的に確認している．

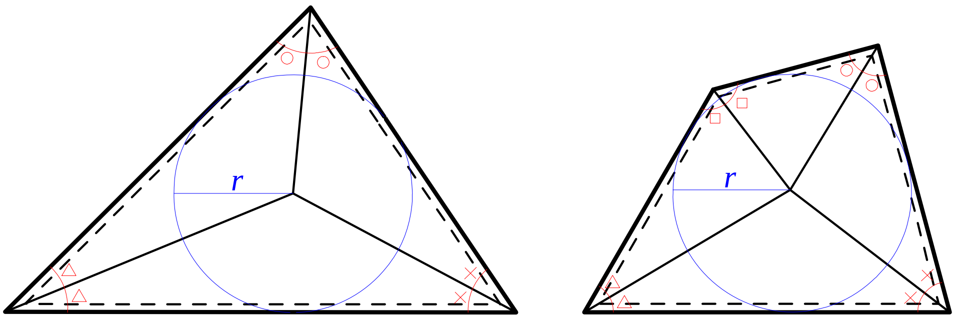


図 4.10　三角形スラブ等で仮定した崩壊機構

本崩壊機構の崩壊荷重を仮想仕事の原理を用いて求める．内接円中心位置の仮想変位を u，三角形スラブ等における崩壊荷重を ${}_aw_u$，境界辺 i 番の長さを L_i，j 番目の降伏線の長さを l_j，その降伏線での塑性ヒンジ回転角をφ_j，塑性ヒンジが式(4.3.1)の塑性曲げモーメント $M_0(=CM_y)$で形成すると仮定すると，外力仕事 W_{ex} と内力仕事 W_{in} は式(4.3.9)と式(4.3.10)のように表すことができる．

$$W_{ex} = {}_a w_u \frac{ru}{6} \sum_{i=1}^{n} L_i \tag{4.3.9}$$

$$W_{in} = M_0 \sum_{j=1}^{2n} l_j \varphi_j \tag{4.3.10}$$

ここに，r は内接円半径であり，n はスラブの境界辺の数(三角形であれば n=3，内接円四角形であれば n=4)である．

これらの式を用いて三角形および内接円四角形スラブの崩壊荷重を求める．

① 三角形スラブの崩壊荷重

三角形スラブにおいては，境界辺長さ L_i と降伏線長さ l_j を図 4.11 のように決めると，L_i, l_j, φ_j は式(4.3.11)となる．

$$L_1 = l_1 = \left(\frac{1}{\tan(\theta_1/2)} + \frac{1}{\tan(\theta_2/2)}\right)r$$

$$L_2 = l_2 = \left(\frac{1}{\tan(\theta_1/2)} + \frac{1}{\tan(\theta_3/2)}\right)r$$

$$L_3 = l_3 = \left(\frac{1}{\tan(\theta_2/2)} + \frac{1}{\tan(\theta_3/2)}\right)r$$

$$l_4 = \frac{r}{\sin(\theta_1/2)},\ l_5 = \frac{r}{\sin(\theta_2/2)},\ l_6 = \frac{r}{\sin(\theta_3/2)} \tag{4.3.11}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = u/r$$

$$\varphi_4 = \frac{2u\cos(\theta_1/2)}{r},\ \varphi_5 = \frac{2u\cos(\theta_2/2)}{r},\ \varphi_6 = \frac{2u\cos(\theta_3/2)}{r}$$

ここに，θ_1, θ_2, θ_3 は頂点角度である．

これらの L_i, l_j, φ_j (i =1~3，j =1~6)を式(4.3.9)と式(4.3.10)に代入し，仮想仕事式 W_{ex}=W_{in} を ${}_aw_u$ について解くと，三角形スラブの崩壊荷重は式(4.3.12)となる．

$$ {}_aw_u = \frac{12CM_y}{r^2} \tag{4.3.12}$$

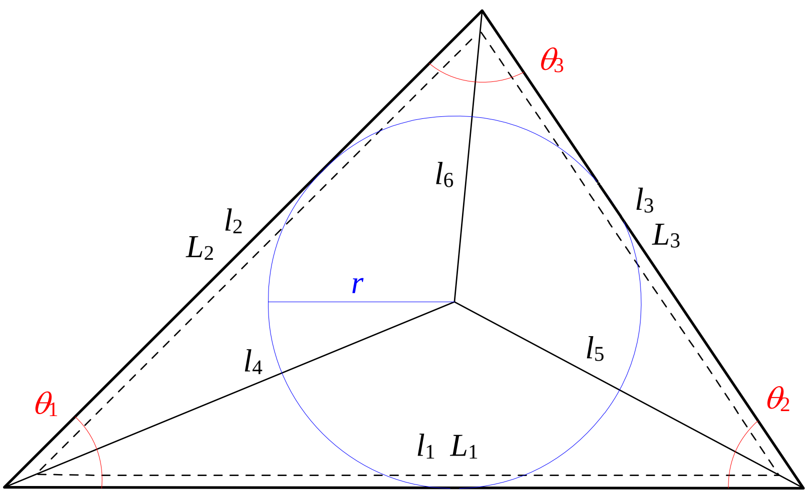


図 4.11　三角形スラブにおける境界辺と降伏線

②　内接円四角形スラブの崩壊荷重

内接円四角形スラブにおいても，L_i と l_j を図 4.12 のように決めると，L_i, l_j, φ_j は式となる.

$$L_1 = l_1 = \left(\frac{1}{\tan(\theta_1/2)} + \frac{1}{\tan(\theta_2/2)}\right)r$$

$$L_2 = l_2 = \left(\frac{1}{\tan(\theta_2/2)} + \frac{1}{\tan(\theta_3/2)}\right)r$$

$$L_3 = l_3 = \left(\frac{1}{\tan(\theta_3/2)} + \frac{1}{\tan(\theta_4/2)}\right)r$$

$$L_4 = l_4 = \left(\frac{1}{\tan(\theta_4/2)} + \frac{1}{\tan(\theta_1/2)}\right)r$$

$$l_5 = \frac{r}{\sin(\theta_1/2)}, l_6 = \frac{r}{\sin(\theta_2/2)}, l_7 = \frac{r}{\sin(\theta_3/2)}, l_8 = \frac{r}{\sin(\theta_4/2)} \qquad (4.3.13)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = u/r$$

$$\varphi_5 = \frac{2u\cos(\theta_1/2)}{r}, \varphi_6 = \frac{2u\cos(\theta_2/2)}{r}, \varphi_7 = \frac{2u\cos(\theta_3/2)}{r}, \varphi_8 = \frac{2u\cos(\theta_4/2)}{r}$$

ここに，θ_1, θ_2, θ_3, θ_4 は頂点角度である.

これらの L_i, l_j, φ_j (i =1~4，j =1~8)を式(4.3.9)と式(4.3.10)に代入し，仮想仕事式 W_{ex}=W_{in} を ${}_a w_u$ について解くと, 内接円四角形スラブの崩壊荷重は式(4.3.14)となる.

$${}_a w_u = \frac{12CM_y}{r^2} \qquad (4.3.14)$$

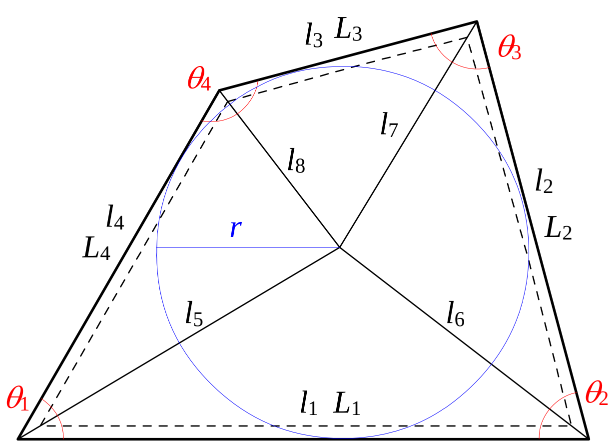


図 4.12　内接円四角形スラブにおける境界辺と降伏線

以上より，内接円半径を用いることで，三角形スラブと内接円四角形スラブの崩壊荷重は同じ式で求められることがわかった．そのため，以降は三角形スラブと内接円四角形スラブの崩壊荷重をまとめて ${}_a w_u$ として扱う．

(b)　三角形スラブ等に適用する余裕度

式(4.3.8)で示したが，RC 規準式が持つ余裕度は辺長比によって変化している．一方で，式(4.3.12)あるいは式(4.3.14)より，三角形スラブ等の平面形状が変化した場合には，その崩壊荷重は内接円半径のみで決まることわかっている．このことより，三角形スラブ等に適用するべき RC 規準式の余裕度は，ある辺長比での余裕度だと考えた．また，上記のように，崩壊荷重は内接円半径で決まることから，三角形スラブ等に適用する余裕度は，矩形形状のうちで唯一内接円を描ける正方形形状での余裕度を適用することとした．以降はその余裕度を μ_d とする．

RC 規準式が持つ余裕度式(4.3.8)に $\lambda = 1$ を代入すると，余裕度 μ_d は式(4.3.15)となる．

$$\mu_d = 2C \tag{4.3.15}$$

(c)　設計応力算定式と低減比 D_m

設計応力算定式は，三角形スラブ等の崩壊荷重に余裕度を考えた荷重で降伏曲げモーメントを求められる式だと考えている．三角形スラブ等の崩壊荷重の式(4.3.14)に余裕度の式(4.3.15)を与えると，その荷重 ${}_d w_y$ は式(4.3.16)となる．

$${}_d w_y = \frac{w_u}{\mu_d} = \frac{6M_y}{r^2} \tag{4.3.16}$$

ここに，M_y は降伏曲げモーメントであり，r は三角形スラブ等の内接円半径である．なお，本論では矩形形状スラブと三角形スラブ等の塑性曲げモーメントを，それらのスラブの降伏曲げモーメント M_y の C 倍と仮定したが，荷重 ${}_d w_y$ は C に関係なく求められることがわかる．

式(4.3.16)を M_y について解き，断面算定用の曲げモーメントを M_{dm}，設計用等分布荷重を w とすると，設計応力算定式は式(4.3.17)のように求められる．なお，負曲げの曲げモーメントを求める式なので，得られる値が負になるようマイナスを与えている．

$$M_{dm} = -\frac{1}{6} w r^2 \tag{4.3.17}$$

ここで，本算定式(4.3.17)による設計値が，三角形スラブ等に生じる最大の曲げモーメントからどの程度低減できているか確認する．

最大の曲げモーメントは，2 章で求めた最大応力算定式(4.2.1)，(4.2.2)から求める．三角形スラブと内接円四角形スラブにおいて，スラブ内に生じる最大の曲げモーメントは，それらのスラブの最長の境界辺上に生じる．ここで，三角形スラブにおける最大の主曲げモーメントの値を ${}_tM_{\max}$，内接円四角形スラブでの値を ${}_qM_{\max}$とすると，それらを求める式は，最長の境界辺長さを$L_{\max}$とおいて，式(4.3.18)と式(4.3.19)のように表すことができる．

$$ {}_tM_{\max} = 0.198\left(\frac{L_{\max}}{r}\right)^{0.175} \times wr^2 \tag{4.3.18} $$

$$ {}_qM_{\max} = 0.190\left(\frac{L_{\max}}{r}\right)^{0.175} \times wr^2 \tag{4.3.19} $$

設計応力算定式(4.3.17)とスラブ内の最大曲げモーメント算定式(4.3.18)あるいは式(4.3.19)の比を，三角形スラブでは低減比 ${}_tD_m$，内接円四角形スラブでは低減比 ${}_qD_m$ とすると，それらは式(4.3.20)と式(4.3.21)のように求められる．

$$ {}_tD_m = \frac{M_{dm}}{{}_tM_{\max}} = \frac{1}{6}\frac{1}{0.198\left(\frac{L_{\max}}{r}\right)^{0.175}} \tag{4.3.20} $$

$$ {}_qD_m = \frac{M_{dm}}{{}_qM_{\max}} = \frac{1}{6}\frac{1}{0.190\left(\frac{L_{\max}}{r}\right)^{0.175}} \tag{4.3.21} $$

これらの式で得られる低減比 ${}_tD_m$ および ${}_qD_m$ を図 4.13 に示す．図の横軸は$L_{\max}/r$である．三角形スラブでの低減比 ${}_tD_m$ を実線で示し，内接円四角形スラブでの低減比 ${}_qD_m$ を破線で示している．なお，本章で対象としたスラブ形状は頂点角度 30 度から 120 度の範囲であり，三角形形状では $L_{\max}/r$ の範囲は約 3.46~7.46，内接円四角形形状では約 2~4.73 である．図より，三角形スラブでの低減比は 70%から 60%程度であり，内接円四角形スラブでは 80%から 65%程度であることがわかった．また，どちらの形状においても，境界辺の最長長さ $L_{\max}$ が大きくなるほど，より大きく低減していることがわかった．

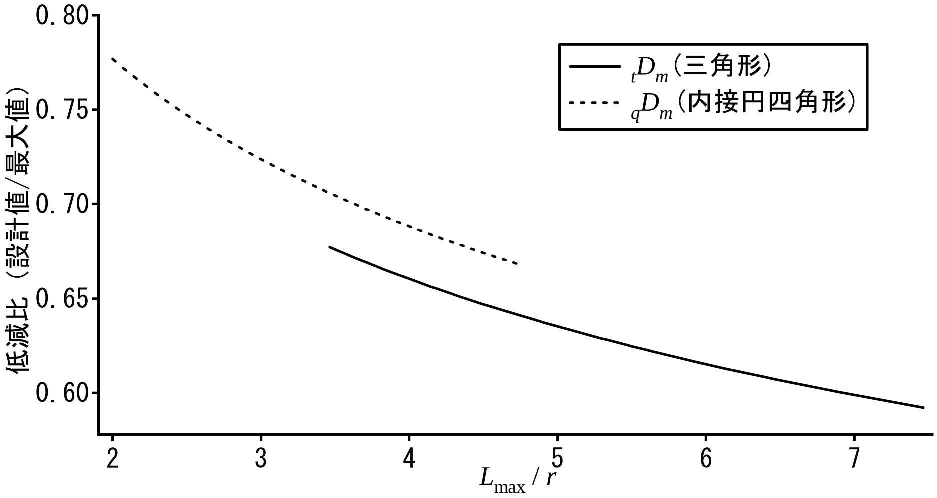


図 4.13　低減比 $_tD_m$ および $_qD_m$

4.4　応力平均幅，余裕度による設計応力算定式の差異

本節では，応力平均幅による設計応力算定式と余裕度による設計応力算定式の差異について述べる．

ここで，スラブに生じる最大の曲げモーメント値から各算定式による値の低減比を図 4.14 に示す．図の横軸は最長の境界辺長さ $L_{\max}$ を内接円半径 r で無次元化した値である．三角形スラブでの低減比（図では赤線）は添字に t を，内接円四角形スラブ（図では青線）では q を付しており，応力平均幅での低減比を実線で，余裕度を破線で表している．図より，余裕度と応力平均幅を考えた設計応力算定式は，$L_{\max}/r$ について同程度に低減していることがわかる．これらの誤差が最も大きくなるのは正三角形形状($L_{\max}/r$=3.27)であるが，その値は 4%程度である．

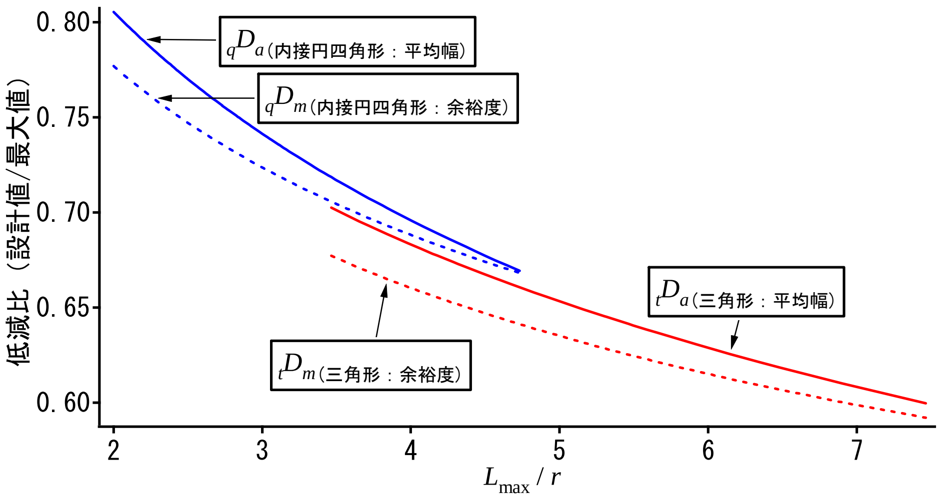


図 4.14　応力平均幅と余裕度での低減比

さらに，図 4.15 に応力平均幅による設計応力算定式と余裕度による設計応力算定式で得られる曲げモーメントを示す．なお，図 4.15 では曲げモーメントを wr^2 で無次元化した値を示している．図では，応力平均幅の設計応力算定式による精算値を実線で，近似値を破線で示しており，また，三角形の場合は赤，内接円四角形の場合は青の線である．さらに，余裕度の設計応力算定式による値を一点鎖線で示している．余裕度の場合には，三角形と内接円四角形で同じ値を得ているため，一つの線にまとめて示している．

応力平均幅の場合と余裕度の場合では，得られる値に大きな差はなく，最大の差でも 4%程度の誤差である．また，これら算定式で求められる値に大きな差は無いが，本論で対象としたスラブ形状の範囲内では，応力平均幅の設計応力算定式による値の方が安全側である．

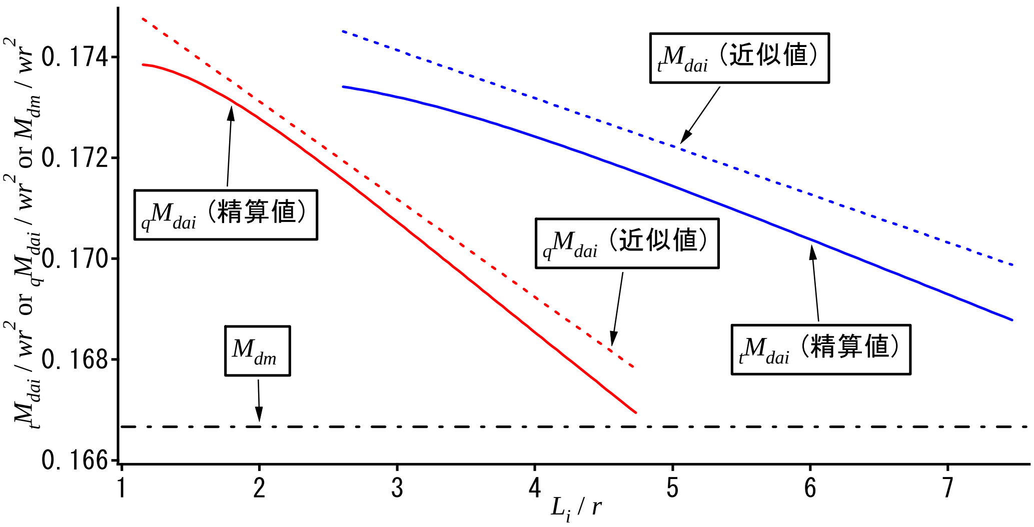


図 4.15　応力平均幅による算定式と余裕度による算定式の比較

4.5　おわりに

本章では，等分布荷重を受ける周辺固定三角形スラブおよび内接円四角形スラブを扱い，非矩形形状スラブにおいて，断面算定用の曲げモーメントを求められる設計応力算定式の定式化方法を示した．設計応力算定式は，RC 規準による境界辺上に生じる曲げモーメントの最大値と断面算定用の値の関係を応力平均幅と余裕度で解釈し，RC 規準の設計応力算定式における応力平均幅と余裕度を求め，それを非矩形形状スラブに適用することで定式化している．

この設計応力算定式は，スラブに生じる最大値より，低減した値を求めることができ，三角形スラブと内接円四角形スラブにおいては，応力平均幅と余裕度を考えた場合で，その低減比はほぼ同じであった．また，本章で対象とした頂点角度 30 度から 120 度の範囲内のスラブ形状では,応力平均幅での設計応力算定式の方が安全側の値を得られることがわかった.

また，本章で扱ったスラブ形状についても，本章と同じ手順で設計応力算定式が定式化できると考えられる.

なお，余裕度を考慮した設計応力算定式では，スラブ内の降伏曲げモーメントと塑性曲げモーメントをどちらも一定と仮定して余裕度を求めており，配筋により降伏曲げモーメント等が異なる場合での検討が今後の課題である.

第５章　三角形および内接円四角形スラブにおける最小スラブ厚算定式

第5章　三角形および内接円四角形スラブにおける最小スラブ厚算定式

5.1　はじめに

RC 規準の 18 条には矩形形状スラブの最小スラブ厚算定式がある [1)]．この算定式は，たわみによる障害を防止できるスラブ厚の最小値を求める式であり，矩形形状スラブを設計する際には，その厚さ以上であることを確認する．非矩形形状スラブについては，そのような式が存在しない．本章では，三角形スラブおよび内接円四角形スラブにおける最小スラブ厚算定式を提案する．

矩形スラブの最小スラブ厚算定式式は岡田らによって提案された式 [2),3)] である．岡田らは，土橋らの調査結果 [4)] より，最大たわみ値を短辺スパン長の 1/250 に抑えると床スラブの障害を防止できると仮定し，さらに，松崎らの研究 [5)] から長期たわみは弾性たわみの 16 倍であると仮定しており,弾性たわみを短辺スパン長の 1/4000 以下とすることで，たわみ障害等を防止できると仮定している．そして最小スラブ厚算定式は，その条件を満たすように矩形形状スラブの最大たわみ式をスラブ厚について解き，求められている．

一方，三角形スラブおよび内接円四角形スラブにおいては，2 章において，内接円半径で最大たわみの概算値が得られることがわかっている．非矩形形状スラブにおいて障害を防止できるたわみの制限値は不明であるが，本論文では，たわみの制限値を内接円半径とある設定値の比率と仮定し，最小スラブ厚算定式を求める．なお，その最小スラブ厚算定式は岡田らと同じ手順で導出している．

また岡田らは [2)]，最大応力度を制限値とした最小スラブ厚算定式も，たわみ制限の場合とは別に提案している．この式は荷重作用時にスラブにひび割れを生じさせないという条件で定式化されている．本章では，三角形スラブ等の最大主曲げモーメント算定式を用いて，最大応力度算定式を求め，応力度制限を目的とした最小スラブ厚算定式を示した．そして，たわみ制限と応力度制限による算定式を比較し，方法による算定式の差異について考察した．

また著者らは，頂点角度が極端に小さいあるいは大きい形状のスラブは設計時に扱われる可能性が低いと考えており,本章で扱っているスラブ形状は,三角形,内接円四角形共に，頂点角度 30 度から 120 度までのものである．そのため，本算定式の適用範囲は，その範囲内とする．

5.2　たわみ制限を目的とした最小スラブ厚算定式

たわみ制限を目的としたスラブ厚算定式を求める.

文献 2）より，たわみの制限条件は式(5.2.1)である.

$$\varphi\delta_e \le \frac{l_x}{U_l} \tag{5.2.1}$$

ここに，δ_e は設計荷重が作用する矩形形状スラブにおいて，全断面を有効としたときの最大たわみの弾性解であり，φは長期たわみ倍率，l_x は短辺スパン長，U_l はたわみ制限のための設定値である.

本論文では，三角形スラブ等のたわみ制限値を，最大たわみ$\delta_{\max}$ と内接円半径 r を用いて，式(5.2.2)のように仮定する.

$$\delta_{\max} \le \frac{r}{\varphi U_l} = \frac{r}{U} \tag{5.2.2}$$

ここに，U はたわみ制限の設定値，r は内接円半径である.

式(5.2.2)に最大たわみ式を代入し，スラブ厚について解くことで，最小スラブ厚算定式を求める.

5.2.1　最大たわみ式

2 章で求めた三角形スラブおよび内接円四角形スラブの最大たわみ算定式(5.2.3)を再度示す.

$$\delta_{\max} = \alpha \frac{wr^4}{Et^3} \tag{5.2.3}$$

ここに，w は等分布荷重値，E はヤング係数，t はスラブ厚である.

三角形スラブおよび内接円四角形スラブでの最大たわみ式の差異は，式中の係数部分αである．ここで，三角形スラブでの係数を部分α_t，内接円四角形スラブではα_q とする．なお，内接円四角形スラブにおいては，最大たわみ式を 2 種類示したが，本章では精度の良い方を用いている．α_t を式(5.2.4)に示す.

$$\alpha_t = 0.258(1+\frac{0.0847}{\theta_1})(1+0.15\theta_4^2) \tag{5.2.4}$$

ここに，θ は頂点角度であり，$\theta_1 \leqq \theta_2 \leqq \theta_3$ の関係で，θ_4=（θ_3- θ_2）/2 で求まる．また，θ の単位は rad である.

さらに，α_qを式(5.2.5)に示す．

$$\alpha_q = 0.0987(1+\frac{0.655}{\theta_1^{0.716}})(1+\frac{0.665}{\theta_2^{0.718}})(1+\frac{0.557}{\theta_3^{0.81}})(1-0.153\theta_4^{0.699}) \tag{5.2.5}$$

ここに，θは頂点角度であり，θ_1を最小頂点角度とし，その対角をθ_3，θ_1に隣り合う頂点で小さいものをθ_2としている．また，θの単位は rad である．

三角形および内接円四角形スラブの頂点角度は，図 5.1 に示す通りである．

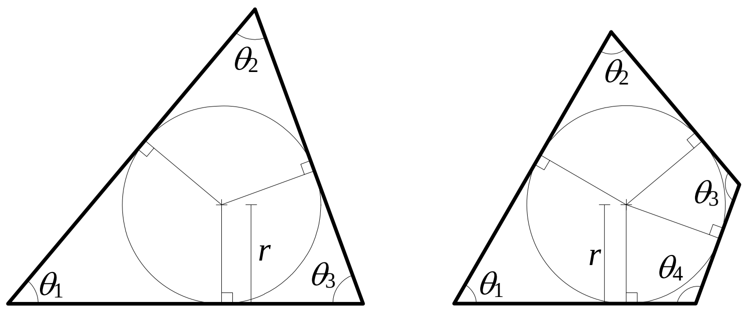


図 5.1　三角形スラブおよび内接円四角形スラブの変数

5.2.2　最小スラブ厚算定式の導出

式(5.2.2)で仮定したたわみ制限の条件と最大たわみ算定式から，最小スラブ厚算定式を求める．式(5.2.2)と式(5.2.3)から式(5.2.6)の関係が得られる．

$$\alpha\frac{wr^4}{Et^3} \le \frac{r}{U} \tag{5.2.6}$$

この式の等分布荷重値wはスラブに作用する全荷重であり，設計時にはスラブの自重と仕上荷重，積載荷重の合計値を用いる．wは単位面積あたりの荷重であるため，スラブの自重はコンクリートの単位体積重量γにスラブ厚tを乗じた値である．ここで，式(5.2.6)をtについて解くため，wを式(5.2.7)のように表す．

$$w = w_p + \gamma t \tag{5.2.7}$$

ここに，w_pは仕上荷重と積載荷重の和である．

式(5.2.6)に式(5.2.7)を代入すると式(5.2.8)が得られる．

$$t^3 - \frac{\alpha\gamma r^3 U}{E}t - \frac{\alpha w_p r^3 U}{E} = 0 \tag{5.2.8}$$

式(5.2.8)をスラブ厚 t について解くことで，最小スラブ厚算定式が得られる．式(5.2.8)はtの 3 次方程式であり，この式の実数解は式(5.2.9)のように求められる．

$$t=\sqrt[3]{q}\left(\sqrt[3]{1+\sqrt{1+s}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{1+s}}\right) \tag{5.2.9}$$

ここに， $q=\dfrac{\alpha w_p U r^3}{2E}$, $s=-\dfrac{4\alpha\gamma^3 U r^3}{27E w_p^2}$ である.

式(5.2.9)より, 式(5.2.2)の条件を満たすスラブ厚の最小値を求めることができる. ところで，式(5.2.9)は判別式（1+s）が正あるいは 0 の時に実根を得られる．よって，

$$1+s=1-\frac{4\alpha\gamma^3 U r^3}{27E w_p^2}\geq 0$$ より,

$$r\leq\sqrt[3]{\frac{27E w_p^2}{4\alpha\gamma^3 U}} \tag{5.2.10}$$

よって最小スラブ厚算定式(5.2.9)は式(5.2.10)の r の範囲で解を得られる．例えば, 設計基準強度 F_c=21N/mm^2（E=21682N/mm^2, γ=24kN/m^3）, w_p=2kN/m^2, U=2000, α=0.2812（正三角形相当）とすると，式(5.2.10)の右式は 4223mm 程度となり，r がこの値を超える場合には式(5.2.9)を用いることができない．r が式(5.2.10)を満たさない場合に t を求めるには，式(5.2.8)を数値解析法（例えば Newton 法など）で解く必要がある.

5.2.3　近似式の提案

最小スラブ厚算定式(5.2.9)では変数が 3 乗根の中にあり，各変数の影響がわかりにくい．また，各変数が及ぼす効果が明確な式が設計時に扱いやすい式といえる．そのような式を提案するため，式中に 3 乗根を含まない近似式を考察する.

文献 2）に従って式(5.2.9)の（　）内を R とし，R を近似した式(5.2.11)を示す.

$$R=\sqrt[3]{1+\sqrt{1+s}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{1+s}}\cong\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{\frac{s}{2}} \tag{5.2.11}$$

式(5.2.11)の分布を図 5.2 に示す．図 5.2 には横軸を s として精算式と近似式の計算値を示しており，実線が精算値（式(5.2.11)の左式による値）であり，破線が近似値（式(5.2.11)の右式による値）である. 誤差は最大で 2.68%であり, 式(5.2.11)は近似式として充分な精度を持つことがわかる.

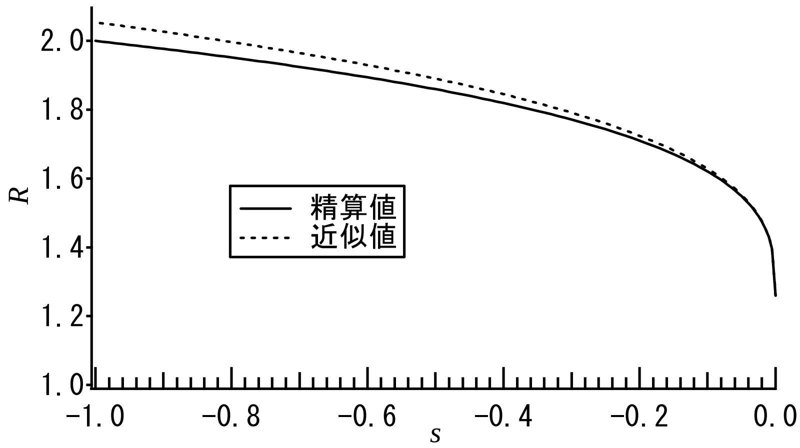


図 5.2　式(5.2.11)での近似式と精算式の比較

式(5.2.11)より，最小スラブ厚算定式(5.2.9)の近似式(5.2.12)が得られる．

$$t = \sqrt[3]{q}\left(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{\frac{s}{2}}\right) \tag{5.2.12}$$

この式は式(5.2.9)に比べて計算が簡単な式であるが，実務で扱うには煩雑である．より簡便な近似式を考察する．

ここで，式(5.2.12)を展開すると式(5.2.13)となる．

$$t = \sqrt[3]{\alpha}\sqrt[3]{\frac{U}{E}}\left(\sqrt[3]{w_p} + \frac{\sqrt[3]{\alpha}}{3\sqrt[3]{w_p}}\sqrt[3]{\frac{U}{E}}\gamma r\right)r \tag{5.2.13}$$

この式は, γと r を除けば，$\sqrt[3]{\alpha}$ と $\sqrt[3]{w_p}$ と $\sqrt[3]{U/E}$ で構成される式である．$\sqrt[3]{\alpha}$，$\sqrt[3]{w_p}$，$\sqrt[3]{U/E}$ は独立した項であるため，それぞれの項について近似式を考察する．

(a)　$\sqrt[3]{\alpha}$ の検討

係数αは最大たわみ式の係数部分であり，式(5.2.4)あるいは式(5.2.5)で求めることができる．また先にも述べたが，αは狭い範囲に分布している．ここで，図 5.3 に全形状から求めた$\sqrt[3]{\alpha_t}$を，図 5.4 に$\sqrt[3]{\alpha_q}$を示す．これらの図の横軸は最小の頂点角度θ_1であり，求めた値を○印で示している．

$\sqrt[3]{\alpha_t}$ と $\sqrt[3]{\alpha_q}$ は，値の変化は小さく，$\sqrt[3]{\alpha_t}$ では最大で 0.674 程度，最小で 0.655 程度であり，$\sqrt[3]{\alpha_q}$ では最大で 0.661 程度，最小で 0.618 程度である．これらの誤差は小さく，$\sqrt[3]{\alpha_t}$ と $\sqrt[3]{\alpha_q}$ は定数で近似することとした．その定数は，最大値を近似値とすれば安全側であるが，本論文では，計算のし易さを考慮し，三角形スラブの場合には最大値から若干低減した 0.67 を, 内接円四角形スラブの場合には 0.645

を近似値とする．これらの近似値は図 5.3 と図 5.4 の実線で示す値である．

$\sqrt[3]{\alpha_t}$ の場合には，危険側の最大誤差は 0.5%程度，安全側の最大誤差は 2%程度であり，$\sqrt[3]{\alpha_q}$ の場合には，危険側の最大誤差は 2.5%程度，安全側の最大誤差は 4%程度である．どちらもスラブ厚の結果には大きな変化はないと考えている．

ここで，$\sqrt[3]{\alpha_t}$ の近似式を ζ_t，$\sqrt[3]{\alpha_q}$ を ζ_q として，式(5.2.14)と式(5.2.15)に示す．

$$\zeta_t = \sqrt[3]{\alpha_t} \cong 0.67 \tag{5.2.14}$$

$$\zeta_q = \sqrt[3]{\alpha_q} \cong 0.645 \tag{5.2.15}$$

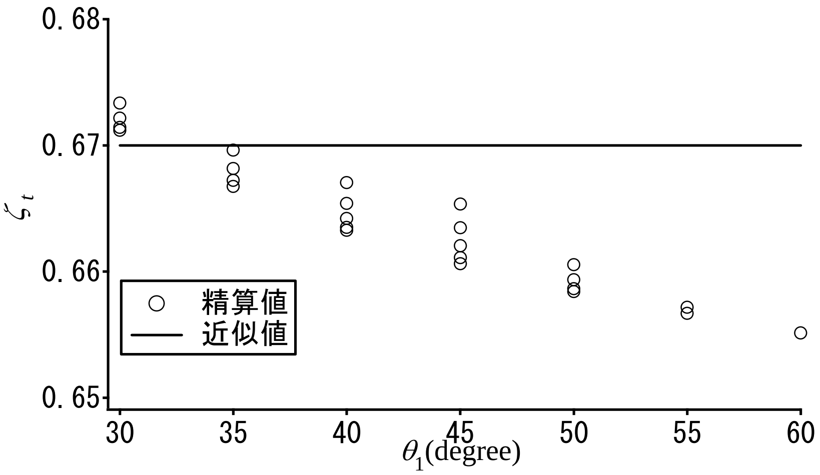


図 5.3　$\sqrt[3]{\alpha_t}$ の近似値

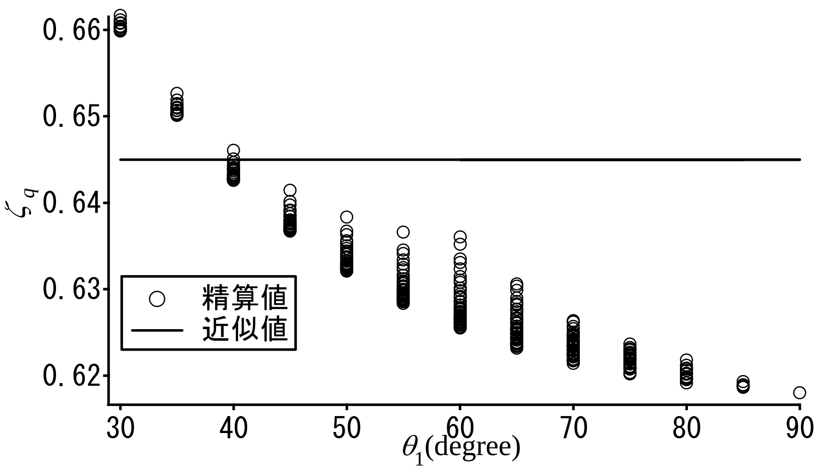


図 5.4　$\sqrt[3]{\alpha_q}$ の近似値

(b)　$\sqrt[3]{w_p}$ の検討

$\sqrt[3]{w_p}$ をより扱いやすい式に近似する．w_p は仕上荷重と積載荷重の和である．本論文では，建築物荷重指針・同解説の積載荷重の略算値 [10] に示されている最大

の積載荷重値 7.7kN/m^2（室用途：倉庫）と最小値 1.0kN/m^2（室用途：ホテルの客室）に，仕上荷重を考慮し，w_p の範囲を 2.0~10.0kN/m^2 と仮定した．ここで，図 5.5 に範囲内の $\sqrt[3]{w_p}$ を実線で示す．なお図 5.5 では，w_p の単位を N/mm^2 として計算している．図 5.5 の横軸は w_p である．この分布より，$\sqrt[3]{w_p}$ は w_p で線形に近似できると考えた．ここで，$\sqrt[3]{w_p}$ の近似式を η とし，式(5.2.16)に示す．

$$\eta = \sqrt[3]{w_p} \cong 0.105(1+113w_p) \tag{5.2.16}$$

なお，この式中の定数を有効数字 3 桁で求めている．図 5.5 の破線が式(5.2.16)による値であり，$\sqrt[3]{w_p}$ との誤差は最大で 4%程度である．

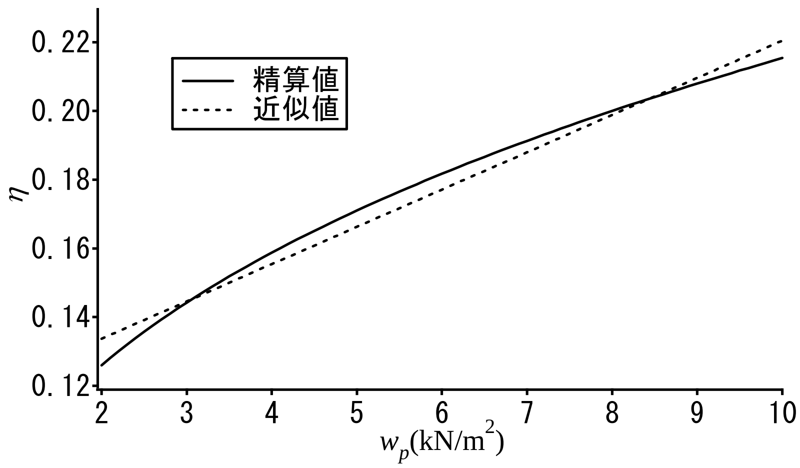


図 5.5　$\sqrt[3]{w_p}$ の近似式

（c）　$\sqrt[3]{U/E}$ の検討

U はたわみを制限するための設定値である．この U は，式(5.2.2)に示したように，内接円半径 r に対する比率として与えているが，現状ではこの U の値を適切に与えられるデータが揃っていない．そこで，矩形形状スラブで用いられているたわみの制限条件から U を仮定し，本論文ではその値を用いて近似式を導出する．RC 規準 18 条では，矩形形状スラブの長期たわみ量とそれによる苦情との関係の調査結果 [4]) から，長期たわみの限界値は短辺スパン長の 1/250 以下と設定され，また，数多くの端部固定一方向実物大モデルの実験データの整理結果 [5]) より，長期たわみは弾性たわみの 16 倍とする条件から，矩形形状スラブにおける弾性たわみの制限値は，短辺スパン長の 1/4000 と設定されている．矩形形状のうち内接円を持つのは正方形形状である．この形状の内接円半径を r とすると，短辺スパン長は $2r$ であり，正方形スラブのたわみ制限値は r/2000 となる．このことから，

三角形スラブ等の設定値 U には，2000 を用いることとした．

また，E はコンクリートのヤング係数である．E は RC 規準 5 条 [6)] に示されている算定式から求める．コンクリートの単位体積重量γと設計基準強度 F_c より，E の算定式は式(5.2.17)と式(5.2.18)である [6)]．なお，式(5.2.18)のγは鉄筋コンクリートの単位体積重量であり，式(5.2.17)を計算する際には，鉄筋の重量を考慮し，γを 1.0 減じて用いる．

$$E = 3.35\times10^4 \times (\frac{\gamma}{24})^2 \times \sqrt[3]{\frac{F_c}{60}} \qquad (5.2.17)$$

$$\begin{aligned} &F_c \le 36 \text{ の時，} \quad \gamma = 24 \\ &36 < F_c \le 48 \text{ の時，} \quad \gamma = 24.5 \\ &48 < F_c \le 60 \text{ の時，} \quad \gamma = 25 \end{aligned} \qquad (5.2.18)$$

ここで，U を 2000，E を式(5.2.17)と式(5.2.18)から求めた場合の $\sqrt[3]{U/E}$ を F_c ごとにまとめ図 5.6 に示す．なお本論文では，設計時に扱われることを考慮し，F_c の範囲は 18~60N/mm^2 としている．図より，$\sqrt[3]{U/E}$ は F_c で線形に表すことができると考えた．$\sqrt[3]{U/E}$ をμとし，近似式(5.2.19)を示す．

$$\mu = \sqrt[3]{U/E} \cong 0.489(1-0.00335F_c) \qquad (5.2.19)$$

なお，式中の定数を有効数字 3 桁で求めている．また，式(5.2.19)による解は図 5.6 中の実線で示す値であり，$\sqrt[3]{U/E}$ との最大誤差は 2.5%程度である．

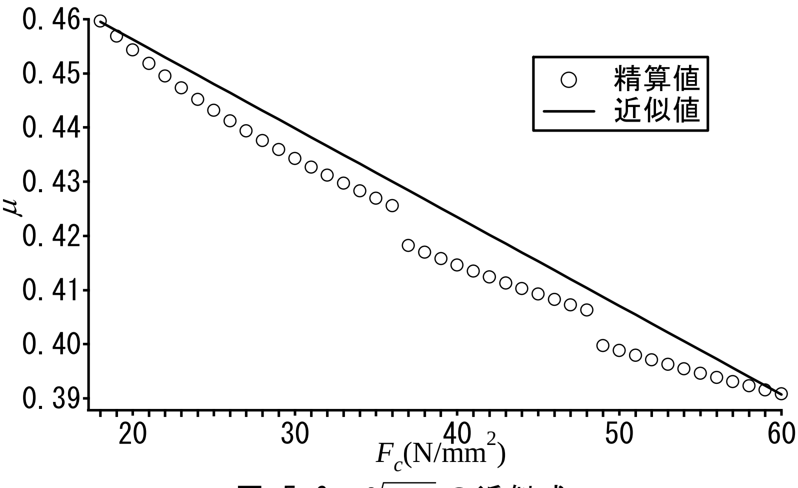


図 5.6 $\sqrt[3]{U/E}$ の近似式

以上のように，式(5.2.13)内の $\sqrt[3]{\alpha}$，$\sqrt[3]{w_p}$，$\sqrt[3]{U/E}$ をζ,η,μを用いて表すと，式(5.2.20)が得られる．

$$t = \zeta\mu(\eta + \frac{\zeta\mu}{3\eta}\gamma r)r \tag{5.2.20}$$

なお，この式での単位系は N,mm である．

ここで，三角形スラブでのスラブ厚を t_t，内接円四角形スラブでのスラブ厚を t_q とすると，式(5.2.20)のζにζ_tあるいはζ_qを代入して展開し，式中の定数を有効数字 3 桁で統一して表すと近似式(5.2.21)，(5.2.22)が得られる．

$$t_t = 0.0347\phi\left(\omega + 9.79\frac{\phi}{\omega}\gamma r\right)r \tag{5.2.21}$$

$$t_q = 0.0355\phi\left(\omega + 9.81\frac{\phi}{\omega}\gamma r\right)r \tag{5.2.22}$$

ここに，$\phi = 1 - 0.00335F_c$，$\omega = 1 + 113w_p$ である．

これらの式は，実務上での計算が充分に簡便な式であると考えられる．

5.2.4　近似式の精度

精算式(5.2.9)と近似式(5.2.12)，(5.2.21)を比較し近似式の精度について述べる．なお，比較には三角形スラブの最小スラブ厚算定式を用いている．

ここで，コンクリートの設計基準強度 F_c=21N/mm^2（ヤング係数 E=21682N/mm^2，単位体積重量γ=24kN/m^3），たわみの制限値 U=2000，最大たわみの係数部分α=0.2812（正三角形）とし，内接円半径 r を変えながら求めた最小スラブ厚 t を図 5.7 に示す．縦軸は得られるスラブ厚 t（mm）であり，横軸は内接円半径 r（mm）である．なお，r=1500~3500mm の範囲で描いている．図 5.7 では，前述した w_p の適用範囲内での下限値である 2kN/m^2（図中の青線）と上限 10kN/m^2（図中の赤線）の場合を描いている．図中の実線は精算式(5.2.9)による解であり，破線は近似式(5.2.12)，一点鎖線は近似式(5.2.21)による近似解である．なお，図 5.7 の条件では，近似式(5.2.12)と精算式(5.2.9)の誤差は最大で 1.8%程度，近似式(5.2.21)との誤差は最大で 6.9%程度である．

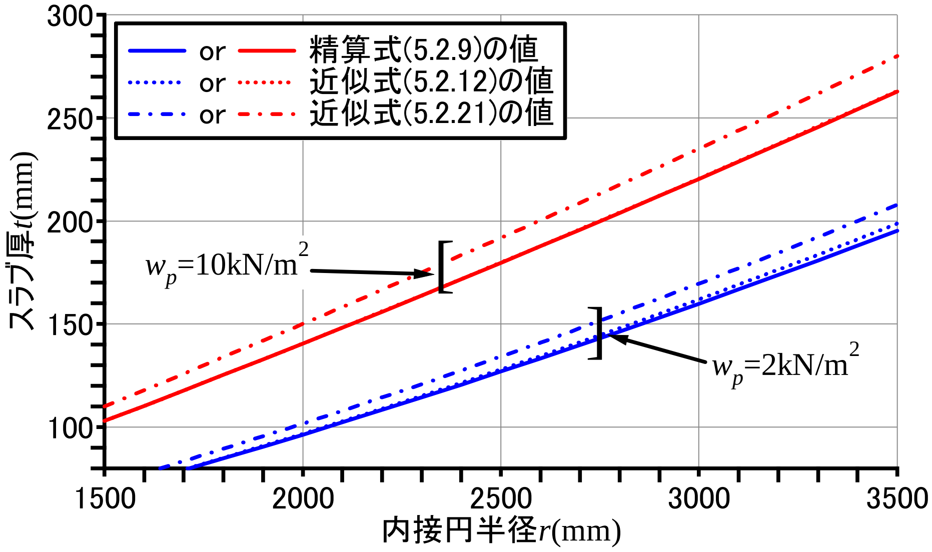


図 5.7　最小スラブ厚算定式の精算式と近似式の比較

近似式(5.2.12)はα, w_p, F_c, r による誤差の変化は小さく，本論文で対象とした範囲内では，これらを変化させても，誤差は 3%未満に収まる．一方近似式(5.2.21)の誤差は，r による変化は小さく，2.3 節で求めた各近似項の精度に依存している．その誤差が最大となるのは，スラブ形状が正三角形で，w_p=10kN/m^2，F_c=37N/mm^2 程度の場合で，それは 9.4%程度である．近似式(5.2.21)は，w_p による誤差の変動が大きく，w_p=10kN/m^2 で F_c, αを変化させると，その誤差は 9～6%程度に分布し，w_p=5kN/m^2 では 5～0%程度に分布する．

以上より，近似式(5.2.21)は 1 割程度の大きく評価する可能性があるが，各変数の効果が明確であり，概算的にスラブ厚を決める際に適していると考えられる．また，近似式(5.2.12)を用いることで，より正確な最小スラブ厚を求めることができる．

5.3　応力度制限を目的とした最小スラブ厚算定式

次に応力度制限を目的とした最小スラブ厚算定式を示す．文献 2）では，応力度の制限条件は式(5.3.1)のように仮定されている．

$$\sigma_{x1} \le \sigma_t \qquad (5.3.1)$$

ここに，σ_{x1} は矩形形状スラブにおける最大応力度であり，σ_t はコンクリートのひび割れ強度である．

本論文では，応力度の制限値をσ_rとし，三角形スラブあるいは内接円四角形スラブの最大応力度を$\sigma_{\max}$として，応力度制限条件を式(5.3.2)のように仮定した．

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_r \tag{5.3.2}$$

本論文では，スラブにおける最大の応力度は，全断面有効とした場合の曲げモーメントのみで生じる応力度の最大値と仮定しており，その算定式は，最大主曲げモーメントの算定式から誘導する．誘導した算定式を式(5.3.2)に代入し，スラブ厚 t について解くことで最小スラブ厚算定式を求める．

5.3.1　最大応力度算定式

三角形スラブと内接円四角形スラブにおける最大主曲げモーメント式は，(5.3.3)式で求められる．

$$M_{b\max} = \beta w r^2 \tag{5.3.3}$$

ここで，三角形スラブの場合をβ_t，内接円四角形の場合をβ_qとすると，それらは，式(5.3.4)と式(5.3.5)である．

$$\beta_t = 0.198\left(\frac{L_{\max}}{r}\right)^{0.175} \tag{5.3.4}$$

$$\beta_q = 0.19\left(\frac{L_{\max}}{r}\right)^{0.175} \tag{5.3.5}$$

これらの式で得られる主曲げモーメントは単位長さあたりの値であり，この曲げモーメントによる応力度を全断面有効で考えると，スラブ厚 t を用いて，最大応力度$\sigma_{\max}$の算定式(5.3.6)が得られる．

$$\sigma_{\max} = \frac{6\beta w r^2}{t^2} \tag{5.3.6}$$

5.3.2　最小スラブ厚算定式の導出

式(5.3.2)で仮定した応力度制限条件と，前節の最大応力度算定式(5.3.6)に，w（$=w_p+\gamma t$）を代入し，最小スラブ厚算定式を求める．最小スラブ厚算定式は式(5.3.7)のように得られた．

$$t = \frac{3\beta\gamma r^2 + \sqrt{(3\beta\gamma r^2)^2 + 6\beta w_p r^2 \sigma_r}}{\sigma_{\mathrm{r}}} \tag{5.3.7}$$

なお，岡田らによる応力度制限を目的とした最小スラブ厚算定式[2)]では，最大応力度はRC規準10条[7)]の設計用曲げモーメント算定式のM_{x1}（短辺方向の境界部設計用曲げモーメント）から求めている．このM_{x1}は理論解より小さな値となっているため，スラブ内に生じる最大応力度を用いている本算定式は，岡田らの条件下で得られるものより，スラブ厚をおおきく算定していることとなる．しかし，スラブ厚が大きくなることは静的な設計上は安全側であるので，算定式に低減等の考慮はしていない．また，式(5.3.7)についても近似式を提案する．

5.3.3 近似式の提案

最小スラブ厚算定式(5.3.7)を変形すると式(5.3.8)と式(5.3.9)のように表すことができる

$$t = 3\beta\gamma\kappa\left(1+\sqrt{1+\frac{w_p}{\kappa}\times\frac{2}{3\beta\gamma^2}}\right) \tag{5.3.8}$$

$$\kappa = \frac{r^2}{\sigma_r} \tag{5.3.9}$$

βは三角形の場合は式(5.3.4)，内接円四角形の場合は式(5.3.5)で得られる値であり，β_tは0.260~0.241程度に，β_qは0.250~0.214程度に分布している．また，単位体積重量γは前節の式(5.2.18)から求めることができ，こちらの範囲は0.000024~0.000025N/mm^{3}である．

ここで，式(5.3.8)中の$3\beta\gamma$と$3\beta\gamma^2$を近似する．最小スラブ厚tを安全側に得るため，$3\beta\gamma$にβとγの上限値を用いる．さらに，$3\beta\gamma^2$は式(5.3.8)中で二乗根内にあり，$3\beta\gamma$に比べてtへの影響が小さく，また，tが過剰に大きくならないよう，βとγの平均値を用いて表した. 以上のように考え, 三角形スラブでの近似式(5.3.10), 内接円四角形での近似式(5.3.11)が得られた．なお，式中の定数の有効数字は3桁としている．

$$t_t = 1.95\kappa\left(1+\sqrt{1+4.8\frac{w_p}{\kappa}\times10^9}\right)\times10^{-5} \tag{5.3.10}$$

$$t_q = 1.87\kappa\left(1+\sqrt{1+4.28\frac{w_p}{\kappa}\times10^9}\right)\times10^{-5} \tag{5.3.11}$$

なお，これらの式の単位系はN,mmである．

近似式(5.3.10)，(5.3.11)で，最小スラブ厚を求めることができるが，応力度の制限値σ_rを設定する必要がある．岡田らが提案した式[2)]では，この制限値に RC 規準による曲げひび割れ強度[8)]が用いられている．一方，土木学会のコンクリート標準示方書より使用限界時の曲げ強度[9)]が示されており，それには，使用限界状態[10)]を「ひび割れにより美観を害するか，耐久性または水密性や機密性を損ねるかする状態」としている．本論文では，これらの強度を制限値として求めた近似式を示す．

（a） RC 規準による曲げひび割れ強度を用いた場合

RC 規準による曲げひび割れ強度σ_t（N/mm^2）は式(5.3.12)である．

$$\sigma_t = 0.56\sqrt{F_c} \tag{5.3.12}$$

式(5.3.9)の制限値σ_rにこの強度を用いると, 近似式(5.3.13), (5.3.14)が得られる．なお最小スラブ厚は，三角形スラブの場合を t_t，内接円四角形の場合を t_q としている．

$$t_t = 3.48\chi\left(1+\sqrt{1+2.69\frac{w_p}{\chi}\times10^9}\right)\times10^{-5} \tag{5.3.13}$$

$$t_q = 3.34\chi\left(1+\sqrt{1+2.4\frac{w_p}{\chi}\times10^9}\right)\times10^{-5} \tag{5.3.14}$$

ここに，$\chi = r^2/\sqrt{F_c}$ である．

（b） コンクリート標準示方書による曲げ強度を用いた場合

コンクリート標準示方書による使用限界時の曲げ強度 f_{cb}（N/mm^2）は式(5.3.15)である．

$$f_{cb} = 0.42(F_c)^{\frac{2}{3}} \tag{5.3.15}$$

式(5.3.9)の制限値σ_rにこれを用いると，近似式(5.3.16)，(5.3.17)が得られる．

$$t_t = 4.65\chi\left(1+\sqrt{1+1.86\frac{w_p}{\chi}\times10^9}\right)\times10^{-5} \tag{5.3.16}$$

$$t_q = 4.45\chi\left(1+\sqrt{1+1.8\frac{w_p}{\chi}\times10^9}\right)\times10^{-5} \tag{5.3.17}$$

ここに，$\chi = r^2/(F_c)^{\frac{2}{3}}$ である．

5.3.4　近似式の精度

応力度制限による精算式と近似式の精度について述べる．なお，比較には三角形スラブの最小スラブ厚算定式を用いる．図 5.8 に F_c =21N/mm^2，γ=24kN/m^3，w_p=2kN/m^2 の条件で求めたスラブ厚 t を示す．図 5.8 では，RC 規準の曲げ強度を用いた解は AIJ（図では赤線）と記し，コンクリート標準示方書を用いた場合には JSCE（図では青線）と記している．また，それらでの曲げ強度を精算式(5.3.7)に代入した場合を精算値としている．そして精算値は，対象の三角形形状のうち β が最大の場合と最小の場合について求めており，最大の場合を実線で示し，最小の場合を破線で示している．近似値は一点鎖線で描いている．

応力度の制限値とした σ_t と f_{cb} では，f_{cb} の方が大きいため，AIJ の方が JSCE の場合より大きなスラブ厚となる．しかし，近似解と精算解の誤差は，AIJ と JSCE に違いはほぼなく，また，それらの誤差は F_c, γ, w_p, r による変化は非常に少ない．ただし，どちらの場合も，β が小さくなるほど誤差が大きくなる傾向にある．誤差が最も小さくなるのは β=0.260 程度の場合で 4%程度であり，最大となるのは β=0.241 程度の場合で，10%程度である．

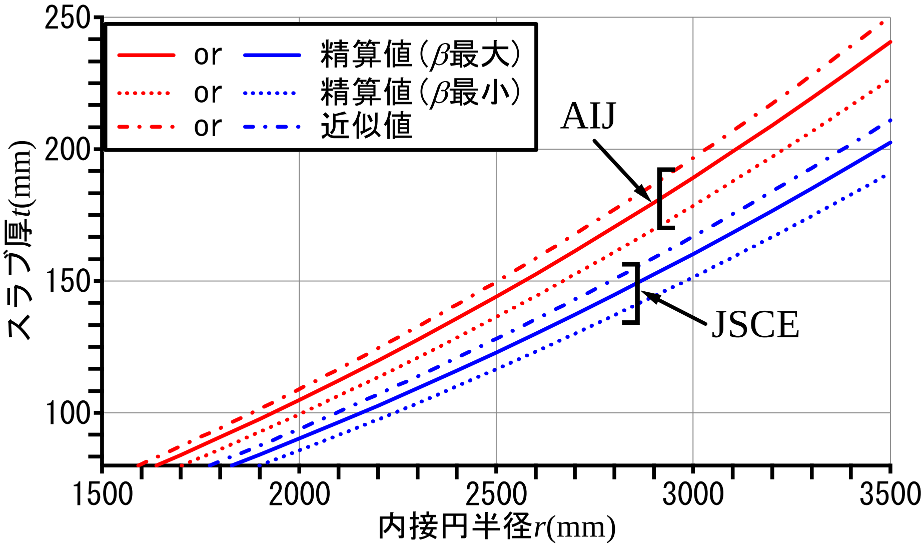


図 5.8　精算式と近似式の比較

5.4　たわみ制限，応力度制限による最小スラブ厚算定式の差異

本章では，たわみ制限と応力度制限を目的とした最小スラブ厚算定式を提案した．これらの式の差異について述べる．図 5.9 に，三角形スラブにおける，たわ

み制限を目的とした最小スラブ厚算定式の精算式(5.2.9)式と，応力度制限を目的とした精算式(5.3.7)の解を示す．図の縦軸はスラブ厚 t（mm），横軸は内接円半径 r（mm）である．対象としたスラブの形状は正三角形（α =0.2812）である．なお式(5.2.9)では，たわみ制限の設定値 U を 2000 としており，また式(5.3.7)では，応力度の制限値 σ_r を 2 種の曲げ強度（AIJ と JSCE）とした場合を描いている．

図 5.9 では，本論文の適用範囲内でスラブ厚が最も小さく求められる変数の組み合わせ（F_c=60N/mm^2 と w_p=2.0N/mm^2）と，最大の組み合わせ（F_c=18N/mm^2 と w_p=10.0kN/m^2）の場合を描いている．図より，スラブ厚が最大の組み合わせでは，応力度制限の式(5.3.7)の方が求められるスラブ厚が大きく，最小の場合にはたわみ制限の式(5.2.9)の方が大きくなることがわかる．なお，式(5.2.9)と式(5.3.7)の大小関係は，変数の組み合わせが変わることで変化する．r が大きい場合や F_c が小さい場合など，求められる t が大きくなる場合に，応力度制限による最小スラブ厚が大きくなる傾向にある．特に，変数の内 w_p による影響が大きく，w_p が約 8.0kN/m^2 を超えると，F_c や r に関係なく，応力度制限の場合の解が大きくなる．また，スラブ厚が最大となる変数の組み合わせの場合に，たわみ制限と応力度制限での差が最大となり，応力度制限での AIJ の場合には，たわみ制限での解に対して 6 割ほど大きな値となる．

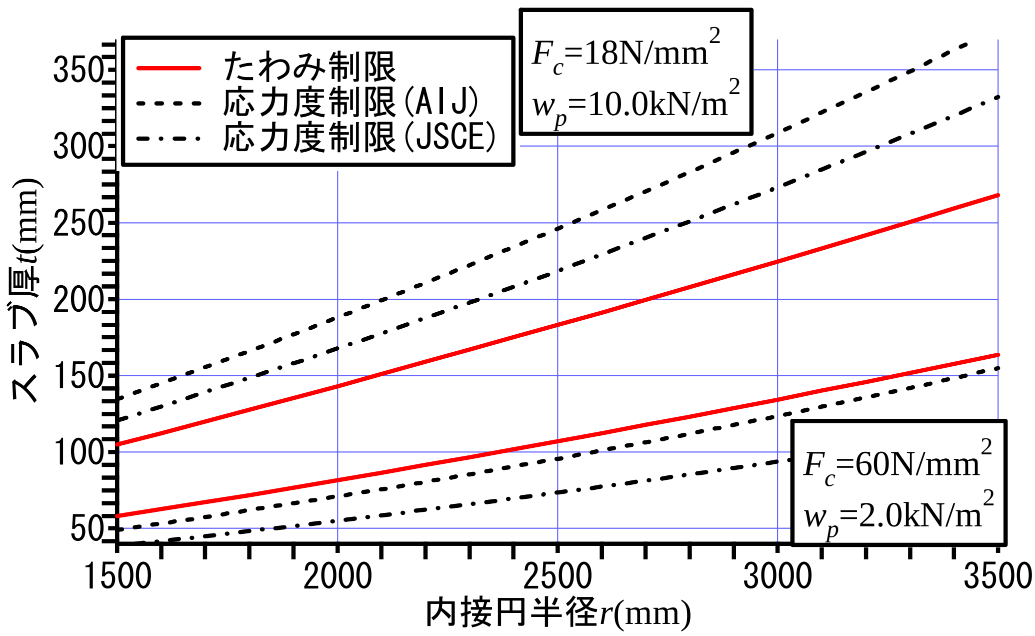


図 5.9　たわみを制限した式と応力度を制限した式の比較

5.5　おわりに

本論文では，等分布荷重を受ける三角形スラブと内接円四角形スラブの最小スラブ厚算定式を提案した．この算定式は，最小スラブ厚を決める制限値に最大たわみを用いる場合と最大応力度を用いる場合で定式化しており，また，それぞれの場合で実務上計算が煩雑にならない程度の近似式を提案している．

なお，RC 規準の最小スラブ厚算定式で用いられているたわみの制限値は，実際の床スラブを調査した結果から定められているが，三角形スラブ等における制限値は不明である．そのため本論文では，矩形形状での制限値を用いた場合の計算結果を示しているが，今後はこれらの制限値を実験的手法で調査する予定である．

第 6 章　結論

第6章　結論

本研究では，非矩形形状スラブにおける最大たわみ・最大応力算定式，設計応力算定式，最小スラブ厚算定式の定式化方法を提案した．

2 章では，内接円を描ける非矩形形状スラブとして，等分布荷重を受ける周辺固定内接円四角形スラブ，固定辺の固定度を考慮した三角形スラブを扱い，最大たわみ・最大応力算定式を提案した．これらの算定式は，FEM 解による最大たわみあるいは最大曲げモーメントを精度良く求めることができる．また，これらの算定式においては，内接円半径が主要な変数であり，当該形状のように内接円を描ける形状であれば，2 章と同じ手順で最大応力算定式を定式化できると考えられる．

3 章では，内接円を描けない非矩形形状スラブとして，等分布荷重を受ける周辺固定等脚台形スラブと直角台形スラブを扱い，最大たわみ・最大応力算定式を提案した．その式は，RC 規準の設計応力算定式の構成を用い，その式での形状を表す変数である短辺スパン長 l_x，長辺スパン長 l_y を求める式である．提案した式は煩雑であるが，FEM 解による最大たわみと最大主曲げモーメントを 8%程度の差で求めることができる．また本章では，既往の設計手法として，大きな矩形形状を仮定する方法の精度を示したが，その方法と比べると，本算定式の精度は非常に高い．内接円を描けない非矩形形状は台形以外にも存在するため，それらの形状に対する算定式の提案が今後の課題である．

4 章では，等分布荷重を受ける周辺固定三角形スラブおよび内接円四角形スラブにおける設計応力算定式を提案した．本論文では，RC 規準による境界辺上の設計用曲げモーメント値と弾性解による最大曲げモーメント値の関係を応力平均幅と余裕度で解釈しており，設計用応力算定式は，RC 規準の設計応力算定式での応力平均幅と余裕度を求め，それを 2 章で求めた非矩形形状スラブの最大応力算定式に適用することで定式化している．また，三角形スラブと内接円四角形スラブにおいては，応力平均幅と余裕度を考えた場合で，その低減率はほぼ同じであった．応力平均幅あるいは余裕度を考える方法は，他形状スラブにも適用可能であると考えられるが，余裕度を適用する場合には，配筋により降伏曲げモーメント等が異なる場合での検討が必要であり，今後の課題である．

5 章では，等分布荷重を受ける周辺固定三角形スラブおよび内接円四角形スラブを扱い，岡田らと同じ方法で最小スラブ厚算定式を提案した．算定式は，最小スラブ厚を決める制限値に最大たわみを用いる場合と最大応力度を用いる場合で定式化しており，また，それぞれの場合で実務上計算が煩雑にならない程度の近似式を提案している．なお，RC 規準の最小スラブ厚算定式で用いられているたわみの制限値は，実際の床スラブを調査した結果から定められているが，三角形スラブ等における制限値は不明である．そのため本論文では，矩形形状での制限値を用いた場合の計算結果を示しているが，今後はこれらの制限値を実験的手法等で調査する必要がある．

以上より，本研究においては，これまで曖昧に扱われてきた非矩形形状スラブに対して，簡便に構造設計できる設計式の定式化方法を提案した．さらに本研究では，厳密な解を求めることが困難な非矩形形状スラブにおいても，設計時に必要となる最大値等であれば，スラブの性状を精査することで，算定式を求めることができることを示した．また，2 章では内接円を描ける非矩形形状を扱ったが，スラブに生じるたわみ，曲げモーメントは，この内接円を考えることで，おおよその値を求められるであろう．内接円を描けない形状においても，境界辺に接し，その形状の内部に描ける最大の円がたわみ，曲げモーメントに効果が大きいと考えられる．

最後に，本論文で提案した算定式の式番号と，それらを示した本論文のページ番号を一覧にして表 6.1 に記す.

表 6.1　算定式の種類と対象スラブ形状

<table>
<tr><th rowspan="2" colspan="2"></th><th colspan="3">スラブ形状</th></tr>
<tr><th>三角形</th><th>内接円四角形</th><th>等脚台形，直角台形</th></tr>
<tr><td rowspan="4">最大たわみ・最大応力
算定式</td><td>たわみ</td><td>(2.2.7)式
p.25</td><td>(2.3.9)式
p.40</td><td rowspan="3">(3.3.8)式
(3.3.9)式
(3.3.10)式
pp.68</td></tr>
<tr><td>境界辺上の
主曲げモーメント</td><td>(2.2.8)式
p.25</td><td>(2.3.10)式
p.41</td></tr>
<tr><td>スラブ内部の
主曲げモーメント</td><td>(2.2.9)式
(2.2.10)式
p.25</td><td>(2.3.11)式
(2.3.12)式
p.41</td></tr>
<tr><td>境界辺固定度を
考慮した場合
(仮想スラブ内接円半径)</td><td>(2.4.3)式
(2.4.4)式
p.52</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">設計応力
算定式</td><td>応力平均幅を
適用した場合
*近似式1，**近似式2</td><td>(4.2.5)式*
(4.2.7)式**
pp.81-82</td><td>(4.2.6)式*
(4.2.8)式**
pp.81-82</td><td></td></tr>
<tr><td>余裕度を
適用した場合</td><td colspan="2">(4.3.17)式
p.88</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">最小スラブ厚
算定式</td><td>たわみ制限を目的
*近似式1，**近似式2</td><td>(5.2.13)式*
p.99
(5.2.21)式**
p.103</td><td>(5.2.13)式*
p.99
(5.2.22)式**
p.103</td><td></td></tr>
<tr><td>応力度制限を目的
*近似式1,
**近似式2(AIJ),
***近似式2(JSCE)</td><td>(5.3.10)式*
p.106
(5.3.13)式**
(5.3.16)式***
p.107</td><td>(5.3.11)式*
p.106
(5.3.14)式**
(5.3.17)式***
p.107</td><td></td></tr>
</table>

参考文献
関連投稿論文
付録

参考文献

第 1 章参考文献

1)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，2010 年改定

2)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，10 条　スラブの解析，2010 年改定

3)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，18 条　床スラブの算定，2010 年改定

4)　チモシェンコ，ヴォアノフスキークリーガー著，長谷川節訳：板とシェルの理論　上巻，丸善，1973

5)　チモシェンコ，ヴォアノフスキークリーガー著，長谷川節訳：板とシェルの理論　下巻，丸善，1973

6)　澤田正雄：二等邊三角形及直角三角形板の近似撓み，機械學會誌 37，pp.5-7，1934

7)　澤田正雄：均一壓力を受ける周邊固定の不等邊三角形板の近似撓み，造船協會會報，pp.161-169，1934

8)　澤田正雄：斜行座標系平板の近似撓み，機械學會誌 37，pp.689-692，1934

9)　太田友弥，浜田実，鷺島敏憲，西村義孝，増井博：一様分布荷重を受ける周辺固定ひし形板の静的たわみ，日本機械学會論文集，Vol.28，pp.421-427，1962.4

10)　ヴリッキー・サマリョートフ，リーフキン・ドゥイハヴィチヌイ，フレンケリ・クレトフ著，川股重也，原尚，杉浦克治訳：構造設計データブック，宇野書店，pp.136-149，1967

第 2 章参考文献

1)　チモシェンコ，ヴォアノフスキークリーガー著，長谷川節訳：板とシェルの理論　上巻，丸善，1973

2)　「MIDAS IT」 <http://www.midasit.com/>，2013.4.14 参照

3)　ソルバー – Excel – Office.com
<http://office.microsoft.com/ja-jp/excel-help/CH001000457.aspx>，2013.4.14 参照

4)　澤田正雄：均一壓力を受ける周邊固定の不等邊三角形板の近似撓み，造船協

會會報，pp.161-169，1934
5)　ヴリッキー・サマリョートフ，リーフキン・ドゥイハヴィチヌイ，フレンケリ・クレトフ著，川股重也，原尚，杉浦克治訳：構造設計データブック，宇野書店，pp.136-149，1967
6)　太田友弥，浜田実，鷺島敏憲，西村義孝，増井博：一様分布荷重を受ける周辺固定ひし形板の静的たわみ，日本機械学會論文集，Vol.28，pp.421-427，1962.4

第 3 章参考文献

1)　「MIDAS IT」 <http://www.midasit.com/>，2013.4.14 参照
2)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，10 条　床スラブの解析，2010 年改定

第 4 章参考文献

1)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，10 条　床スラブの解析，2010 年改定
2)　「MIDAS IT」 <http://www.midasit.com/>，2013.4.14 参照
3)　例えば，土木学会：構造力学公式集，10.　平板，p.356，第 2 版　2006

第 5 章参考文献

1)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，18 条　床スラブの算定，2010
2)　岡田克也，岡本晴彦：たわみ制御を目的とした鉄筋コンクリート造床スラブの適正厚さの算定式について，日本建築学会関東支部研究報告書，Vol.53，pp.209-212，1982.2
3)　岡田克也，岡本晴彦，太田義弘：鉄筋コンクリートスラブのたわみ制御を目的とした最小厚さ算定式，日本建築学会構造系論文集，No.537，pp.95-102，2001.1
4)　土橋由造，井野智：大撓みをもつ鉄筋コンクリート障害床スラブの実態調査とその対策，日本建築学会論文集，No.272，pp.41-51，1978.10
5)　松崎育弘，星野克征：鉄筋コンクリート造床スラブの長期たわみ量の定量化に関する研究，日本建築学会研究報告書，NO.53，pp.197-200，1982.7

6)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，5 条　材料の定数，2010
7)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，10 条　スラブの解析，2010
8)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，8 条　構造解析の基本事項，2010
9)　土木学会：コンクリート標準示方書・設計編，基準強度，p19，平成 8 年版
10)　土木学会：コンクリート標準示方書・設計編，使用限界例，p13，平成 8 年版

付録参考文献

1)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，10 条　スラブの解析，2010 年改定
2)　日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準･同解説，18 条　床スラブの算定，2010 年改定
3)　岡田克也，岡本晴彦：たわみ制御を目的とした鉄筋コンクリート造床スラブの適正厚さの算定式について，日本建築学会関東支部研究報告書，Vol.53，pp.209-212，1982.2
4)　岡田克也，岡本晴彦，太田義弘：鉄筋コンクリートスラブのたわみ制御を目的とした最小厚さ算定式，日本建築学会構造系論文集，No.537，pp.95-102，2001.1
5)　チモシェンコ，ヴォアノフスキークリーガー著，長谷川節訳：板とシェルの理論　上巻，丸善，1973
6)　チモシェンコ，ヴォアノフスキークリーガー著，長谷川節訳：板とシェルの理論　下巻，丸善，1973
7)　澤田正雄：二等邊三角形及直角三角形板の近似撓み，機械學會誌 37，pp.5-7，1934
8)　澤田正雄：均一壓力を受ける周邊固定の不等邊三角形板の近似撓み，造船協會會報，pp.161-169，1934
9)　澤田正雄：斜行座標系平板の近似撓み，機械學會誌 37，pp.689-692，1934
10)　太田友弥，浜田実，鷺島敏憲，西村義孝，増井博：一様分布荷重を受ける周

辺固定ひし形板の静的たわみ，日本機械学會論文集，Vol.28，pp.421-427，1962.4
11)　ヴリッキー・サマリョートフ，リーフキン・ドゥイハヴィチヌイ，フレンケリ・クレトフ著，川股重也，原尚，杉浦克治訳：構造設計データブック，宇野書店，pp.136-149，1967
12)　「MIDAS IT」 <http://www.midasit.com/>，2013.4.14 参照
13)　「midas Gen V741 Online Manual」
<http://manual.midasuser.com/JP/Gen/741/index.htm>，2013.4.14 参照
14)　Batoz, J.-L., Bather, K.-J., and Ho, L.W. : A study of three-node triangular plate bending elements. Int. J. Num. Meth. Engrg. 15, pp.1771-1812, 1980.

関連投稿論文

査読あり

構造工学論文集

（１） 野村圭介，諸岡繁洋：等分布荷重を受ける周辺固定三角形スラブに生じる最大応力と最大たわみの算定式，構造工学論文集，Vol.57B，pp.27-33，2011.3

（２） 野村圭介，諸岡繁洋：固定度の変化を考慮した三角形スラブにおける等分布荷重時の最大応力と最大たわみ算定式，構造工学論文集，Vol.58B，pp.327-332，2012.3

（３） 野村圭介，諸岡繁洋：三角形スラブにおける最小スラブ厚算定式の提案，構造工学論文集，Vol.59B，pp.143-149，2013.3

日本建築学会構造系論文集

（４） 野村圭介，諸岡繁洋：等分布荷重を受ける周辺固定四角形スラブの最大たわみと最大応力算定式　内接円を持つ四角形，等脚台形，直角を 2 つ持つ台形の場合，日本建築学会構造系論文集，No.680，pp.1511-1516，2012.10

（５） 野村圭介，諸岡繁洋，辻井泰一，今井裕樹：等分布荷重を受ける周辺固定三角形スラブおよび周辺固定内接円四角形スラブの境界部設計用曲げモーメント，日本建築学会構造系論文集，No.690，pp.1423-1428，2013.8

査読なし

日本建築学会大会学術講演会

（１） 野村圭介，諸岡繁洋：周辺固定三角形スラブの応力算定式と最大たわみ算定式，日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸），B-1，構造 I，pp.397-398，2010.7

（２） 辻井泰一，今井裕樹，諸岡繁洋，〇野村圭介：長方形スラブ応力設計式の解釈と他形状スラブへの適用　（その 1）応力平均幅，日本建築学会大会学術講演梗概集（東海），B-1，構造 I，pp.797-798，2012.9

（３） 今井裕樹，辻井泰一，諸岡繁洋，〇野村圭介：長方形スラブ応力設計式の解釈と他形状スラブへの適用　（その２）終局荷重に対する余裕度，日本建築学会大会学術講演梗概集（東海），B-1，構造 I，pp.799-800，2012.9

（４）　野村圭介，諸岡繁洋：三角形スラブにおける境界辺固定度が及ぼす影響に関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集（東海）, B-1, 構造 I, pp.801-802, 2012.9

（５）　野村圭介，諸岡繁洋：等分布荷重を受ける周辺固定台形スラブにおける最大たわみと最大曲げモーメントの算定式, 日本建築学会大会学術講演梗概集（北海道），**，**，pp.**-**，2013.*

East Asia-Pacific Conference on. Structural Engineering and Construction

（６）NOMURA K. and MOROOKA S.: THE CALCULATION FORMULA OF THE TRIANGLE SLAB WITH CONSIDERING EFFECT OF SUPPORT CONDITION, EACEC-13, Hokkaido, Japan, 2013.9

（７）TUJII T., IMAI Y., MOROOKA S. and 〇NOMURA K.: Calculation Formulas of the Design Bending Moments on Boundaries of Slabs Part1: Application of the Mean Width from RC Standard to Other Shaped Slabs, EACEC-13, Hokkaido, Japan, 2013.9

（８）IMAI Y., TUJII T., MOROOKA S. and 〇NOMURA K.: Calculation Formulas of Design Bending Moments on the Boundaries of Slabs Part2: Application of the Safety Margin from RC standard to Other Shaped Slabs, EACEC-13, Hokkaido, Japan, 2013.9

International Association for Shell and Spatial Structures

（９）NOMURA K. and MOROOKA S.: Calculation Formula of a Fixed End Trapezoid Slab Subjected to Uniform Load. Proceedings of IASS-APCS 2012, Soul, Korea, 2012.5, Extended Abstract, p.F-091, CD-ROM

（１０）NOMURA K. and MOROOKA S.: Maximum Deflection and Bending Moment in a Triangle Slab: Proceedings of IASS 2010, Shanghai, China, 2010.11, Extended Abstract, pp.258-259, CD-ROM

付録1.　RC 規準による矩形形状スラブの設計式

RC 規準による矩形形状スラブの設計式について解説する．RC 規準による設計式は，設計応力算定式[1)]および最小スラブ厚算定式[2)]である．

付 1.1　設計応力算定式[1)]

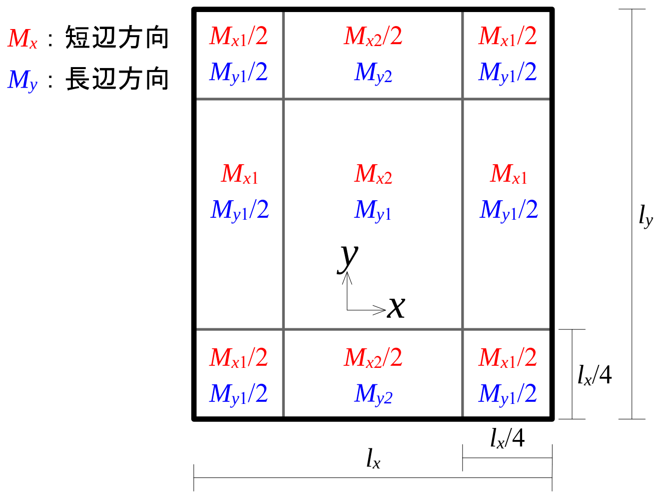
RC 規準には，周辺固定矩形形状スラブが等分布荷重を受ける場合での設計応力算定式が示されている．なおその式で求められる設計用曲げモーメントは，正曲げ，負曲げ側の曲げモーメントの最大値だとされており，また，短辺方向と長辺方向で別々に考えられている．ここで，設計用曲げモーメントの算定式(付 1.1.1), (付 1.1.2)を示す．

$$M_{x1} = -\frac{1}{12} w_x l_x^2 ,\ M_{x2} = \frac{1}{18} w_x l_x^2 \qquad \text{(付 1.1.1)}$$

$$M_{y1} = -\frac{1}{24} w l_x^2 ,\ M_{y2} = \frac{1}{36} w l_x^2 \qquad \text{(付 1.1.2)}$$

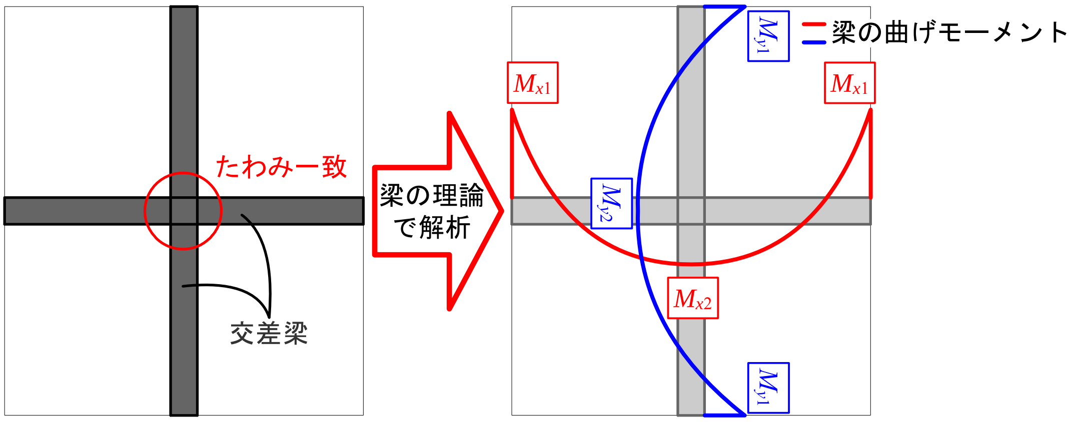
ここに，$w_x = \dfrac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} w$ であり，M_x は短辺方向，M_y は長辺方向の設計用曲げモーメントであり，添字が 1 であれば境界辺側（負曲げ側），2 であればスラブ中央部側（正曲げ側）の領域に対応している．w は単位面積あたりの全荷重，l_x は短辺スパン長，l_y は長辺スパン長である．

また，この式の適用領域は付図 1.1 である．

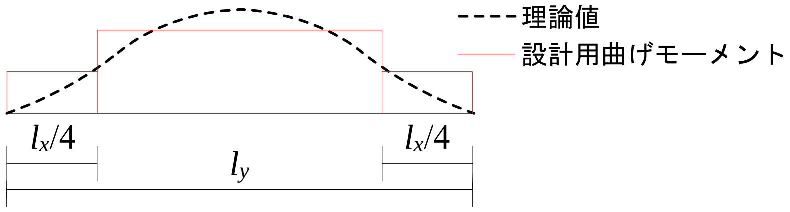


付図 1.1　RC 規準による周辺固定矩形形状スラブの設計用曲げモーメント

この算定式は梁の理論を基にした近似式である．求められる設計用曲げモーメントは，スラブ中央で交差する交差梁を仮定し，交差点でたわみが一致する梁での最大の曲げモーメント（付図 1.2 参照）である．なお，この値はスラブに生じる最大の曲げモーメント値と異なり，境界辺上では，付図 1.3 に示すように，スラブに生じる最大の曲げモーメントより小さな値となっている．



付図 1.2　RC 規準の設計応力算定式の導出方法



付図 1.3　境界辺上の曲げモーメント分布

付 1.2　最小スラブ厚算定式 [2)]

最小スラブ厚算定式で求められる値は，過大なたわみ，ひび割れ，振動障害を防止できるスラブ厚の最小値である．最小スラブ厚算定式を式(付 1.2.1)に示す．

$$t = 0.02\left(\frac{\lambda - 0.7}{\lambda - 0.6}\right)\left(1 + \frac{w_p}{10} + \frac{l_x}{10000}\right)l_x \qquad (付\ 1.2.1)$$

ここに，w_p は積載荷重と仕上荷重の和（kN/m^2），l_x は短辺スパン長（mm），λ は辺長比($=l_y/l_x$)である．

この算定式は岡田らによって提案された式 [3),4)]である．岡田らは，弾性解の最大たわみ値を，短辺スパン長とある設定値の比以下に収めれば，過大なたわみ等

の障害を防止できるとしている．ここで，最大の弾性たわみをδ_eとして，岡田らが仮定したたわみ量の制限条件を式(付 1.2.2)に示す．

$$\delta_e \leq \frac{l_x}{4000} \qquad \text{(付 1.2.2)}$$

また岡田らは，矩形形状スラブの最大弾性たわみδ_eに略算式(付 1.2.3)を用いている．この式は，設計応力算定式と同様に，スラブ内に交差梁を仮定し，梁の理論で解かれたものである．

$$\delta_e = \frac{1}{32}\frac{w_x l_x^4}{Et^3} \qquad \text{(付 1.2.3)}$$

ここに，E はヤング係数，t はスラブ厚である．

岡田らは，δ_eの略算式(付 1.2.3)とたわみ量の制限条件式(付 1.2.2)を用い，スラブ厚 t について解くことで最小スラブ厚算定式を求めており，その式を設計時に扱いやすい式に近似したものが最小スラブ厚算定式(付 1.2.1)である．

付録2.　　平板理論と近似解析法および既往の研究

付 2.1　平板理論と近似解析法 [5),6)]

平面板に生じる変位や断面力は，弾性論を基礎とする平板理論で求められるとされている．本節では平板理論と解析法について簡単に解説する．

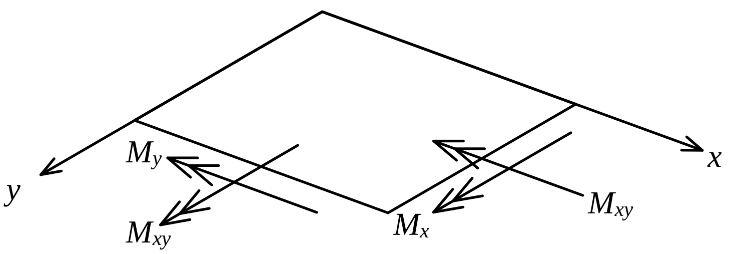
付図 2.1 に示す座標系で，面外方向に荷重 p を受ける薄肉の平面板における，平板理論の基礎方程式を式(付 2.1.1)に示す．

$$\nabla^4 w = (\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}) = \frac{p}{D} \qquad (\text{付 } 2.1.1)$$

ここに，D は曲げ剛度($D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$)であり，w はたわみ関数，νはポアソン比，E はヤング係数，t は板厚である．

さらに，たわみ w と付図 2.1 に示す曲げモーメント M_x，M_y，M_{xy} の関係を式(付 2.1.2)に示す．

$$\begin{aligned} M_x &= -D(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \\ M_y &= -D(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \qquad (\text{付 } 2.1.2) \\ M_{xy} &= -D(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned}$$



付図 2.1　座標系と曲げモーメント

対象の板における周辺の境界条件を考え，基礎方程式(付 2.1.1)を解くことでたわみ関数 w を求めることができ，さらに，その w を曲げモーメントとたわみの関係式(付 2.1.2)に与えることで各曲げモーメントを求めることができる．

なお，代表的な境界条件は以下の通りである．

(1)固定

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \eta} = 0$$

(2)単純支持

$w = 0$， $M_\eta = 0$

(3)自由

$M_\eta = 0$， $V_\eta = 0$

ここに，ηは境界に垂直な方向，V_ηは境界での反力である．

ただし，基礎方程式(付 2.1.1)は 4 階の偏微分方程式であり，特殊な例を除いて，この式を直接解くことができない．そのため，平面板の解は以下に示す解析法で求められてきた．

1. 反逆法
2. エネルギー法
3. 差分法
4. 有限要素法

反逆法はたわみ w の式を，未知係数を持つ関数で仮定し，基礎方程式を利用して未知係数を求める方法である．エネルギー法は反逆法と同様に関数を仮定し，ポテンシャルエネルギーの停留を考え，未知係数を求める方法である．なお，停留条件は式(付 2.1.3)である．

$$\delta \Pi = \delta U - \delta W = 0 \qquad (付\ 2.1.3)$$

ここに，$\delta \Pi$は全ポテンシャルエネルギーであり，δU は仮想変位δw による応力仕事，δW は外力仕事である．

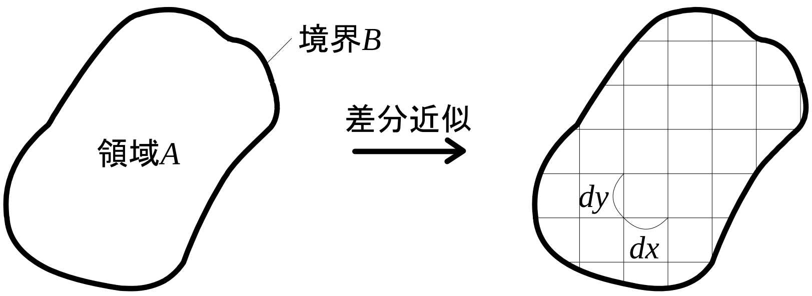
ただし，反逆法あるいはエネルギー法において正確に解を求めるには，たわみ関数は境界条件を満たすだけでなく，変形モード形状の考慮が必要である．

差分法は付図 2.2 のように境界 B を持つ領域 A の支配方程式において，支配方程式内の未知関数 $f(x,y)$の微分を式(付 2.1.4)のように差分で表す．

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+dx, y) - f(x,y)}{dx}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{f(x, y+dy) - f(x,y)}{dy} \qquad (付\ 2.1.4)$$

そして，支配方程式をこれらの差分式で代数方程式に変換し，関数 $f(x,y)$の値がわかっている境界上の点から順次内部の点での $f(x,y)$の値を求める方法である．



付図 2.2　差分法の概念図

有限要素法は対象の板を有限個の適当な大きさの要素に分割し，外力と変形のつり合いを各要素内と要素間で考え，得られる連立方程式を解くことで解を求める方法である．どちらの方法でも，細かく分割することで解の精度を上げることができるが，形状が変わると再度解析する必要がある．

付 2.2　既往の研究

既往の研究では，平板理論と近似解析法により非矩形形状板の変位，曲げモーメントの式が求められている．ここで，解析方法ごとに文献による解を示す．なお有限要素法では,非矩形形状に関する文献がないため本節では言及していない．

付 2.2.1　反逆法による解

Poisson により，反逆法で解かれた等分布荷重を受ける周辺固定円形板の解[5)]が示されている．文献 7 では，付図 2.3 に示すように円形板を極座標系で表し，さらに，一様な分布荷重，周辺の境界条件が一定であれば，θ方向（円周方向）に変位や曲げモーメントが変化しないことを利用して，偏微分方程式で表された基礎方程式(付 2.1.1)を常微分方程式に変換し，その式を直接解くことで解を得ている．ここで，変換された基礎方程式を式(付 2.2.1)に示す．

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)\right]=\frac{pr}{2D} \qquad \text{(付 2.2.1)}$$

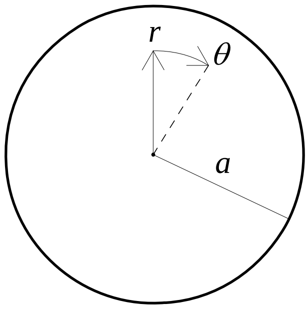
この式に周辺固定の境界条件を与えることで，たわみ w は式(付 2.2.2)と求められる．また，w から求められる曲げモーメント M_r と M_θは式(付 2.2.3)である．

$$w=\frac{p}{64D}(a-r^2)^2 \qquad \text{(付 2.2.2)}$$

ここに，a は円板の半径である．

また，w から求められる曲げモーメント M_r と M_θは式(付 2.2.3)である．

$$M_r = \frac{p}{16}\left[a^2(1+\nu) - r^2(3+\nu)\right]$$
$$M_\theta = \frac{p}{16}\left[a^2(1+\nu) - r^2(1+3\nu)\right] \quad (付\ 2.2.3)$$



付図 2.3　円形板における座標系（極座標系）

付 2.2.2　エネルギー法による解

既往の研究では，澤田により任意の三角形板 [7),8)]と平行四辺形板 [9)]が，太田らによりひし形板 [10)]がエネルギー法で解かれている．

(a)　澤田による任意三角形板の解 [7),8)]

澤田は，等分布荷重を受ける周辺固定任意三角形板の最大たわみは重心位置に生じると考え，重心位置で最大となるたわみ関数を多項式で仮定し，解を求めている．澤田は，付図 2.4 に示す座標系で，三角形上の長さを K，M，N と置き，たわみ関数を式(付 2.2.4)のように仮定している．

$$w = C(x-K)^2(y-Mx)^2(y+Nx)^2 \quad (付\ 2.2.4)$$

ここに，C は未定係数である．

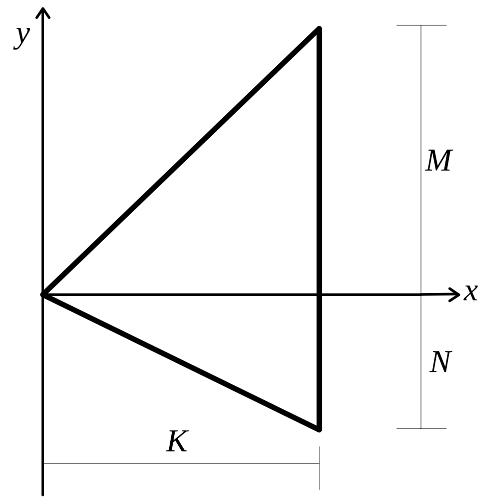
未定係数 C はエネルギーの停留条件から式(付 2.2.5)のように求められている．

$$C = \frac{15}{4}(1-\sigma^2)P_0 Q/(Eh^3K^2P) \quad (付\ 2.2.5)$$

ここに，Q および P は，

$$Q = M^5 + N^5 + 5MN(M^3+N^3) + 10M^2N^2(M+N),$$
$$\begin{aligned}P = {} & M^9 + N^9 + M^7 + N^7 + M^5 + N^5 + 7MN(M^7+N^7) + 23M^2N^2(M^5+N^5) \\ & + 47M^3N^3(M^3+N^3) + 66M^4N^4(M+N) + 5MN(M^5+N^5) \\ & + 11M^2N^2(M^3+N^3) + 15M^3N^3(M+N) + 5MN(M^3+N^3) \\ & + 10M^2N^2(M+N)\end{aligned}$$

である．



付図 2.4　三角形板における座標系

(b)　澤田による平行四辺形板の解[9)]

等分布荷重を受ける周辺固定平行四辺形板においても，澤田は重心位置で最大たわみが生じると考え，重心位置で最大となるたわみ関数を多項式で仮定している．なお，付図 2.5 に示す斜行座標系で考えられている．平行四辺形の辺の長さを $2a$ と $2b$，座標軸の斜行角を θとすると，仮定されたたわみ式は式(付 2.2.6)である．

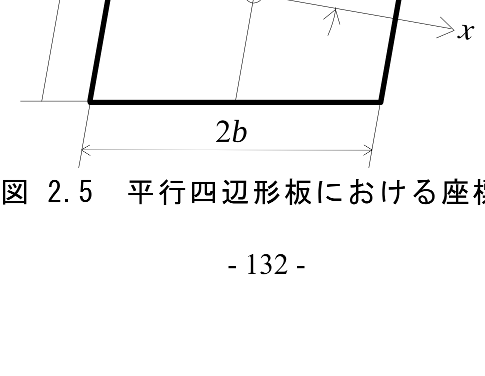
$$w = C_1\left[1-(\frac{x}{a})^2\right]^2\left[1-(\frac{y}{b})^2\right]^2 = (\frac{\pi^4}{2^7})C_1\left[1-(\frac{x}{a})^2-(\frac{y}{b})^2\right]^2 \qquad \text{(付 2.2.6)}$$

ここに，C_1 は未定係数である．

未定係数 C_1 はエネルギーの停留条件から式(付 2.2.7)のように求められている．

$$C_1 = 16a^4 p\sin^4\theta/\{\pi^4\varphi[3(1+\frac{1}{\rho^4})+\frac{2(1+2\cos^2\theta)}{\rho^2}]\} \qquad \text{(付 2.2.7)}$$

ここに，$\varphi = \dfrac{Eh^3}{12(1-\sigma^2)}$，$\rho = \dfrac{b}{a}$ である．



付図 2.5　平行四辺形板における座標系

(c)　太田らの解[10)]

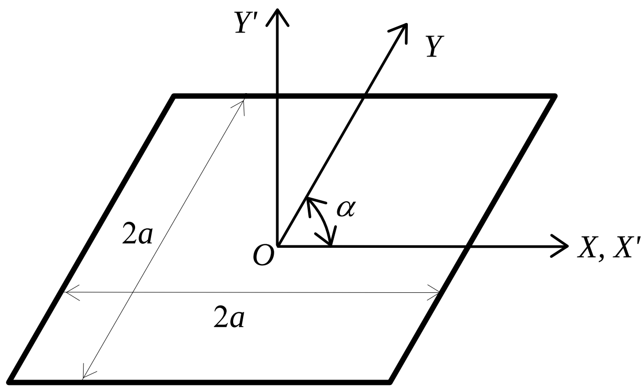
太田らは，等分布荷重を受ける周辺固定ひし形板に対して斜行座標系を用い，たわみ関数を 2 重フーリエ級数で仮定し解を求めている．太田らが仮定したたわみ関数を式(付 2.2.8)に示す．

$$\begin{aligned} w = &\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} a_{mn}\cos m\pi x\cos n\pi y + \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} b_{mn}\cos m\pi x\sin n\pi y \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} c_{mn}\sin m\pi x\cos n\pi y + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} d_{mn}\sin m\pi x\sin n\pi y \end{aligned} \qquad \text{(付 2.2.8)}$$

ここに，a_{mn}，b_{mn}，c_{mn}，d_{mn} は未定係数である．

たわみ関数に無限級数を用いているため無限級数和の計算が必要である．太田らは，付図 2.6 の頂点角度αを 0 度から 180 度まで変化させたひし形板について，最大たわみおよび最大曲げモーメントの算定図表を示している．ここで例として，α=60 度の形状における，最大たわみ，中央点の最大曲げモーメント，境界辺上での最大曲げモーメントの算定式を式(付 2.2.9)に示す．

$$w_{\max} = 0.01231\frac{p_0 a^4}{D} \qquad \text{(付 2.2.9)}$$



付図 2.6　ひし形板の座標系

付 2.2.3　差分法による解

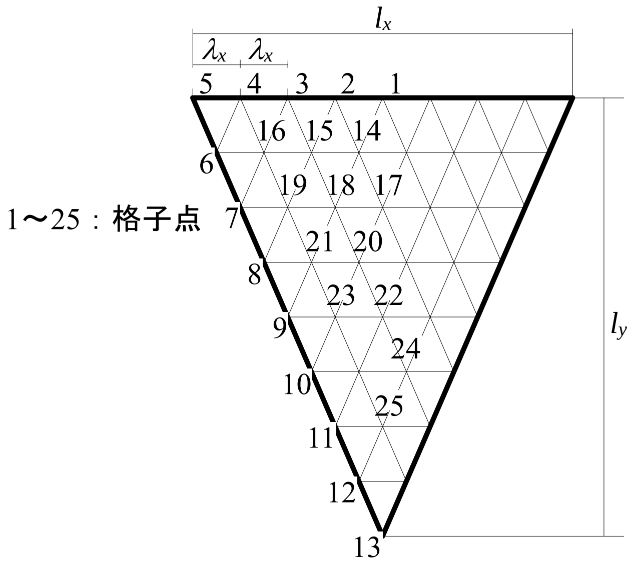
構造設計データブック[11)]には，差分法で解いた非矩形形状平面板の解が示されており，その形状は，辺長比が異なる幾つかの二等辺三角形と等脚台形である．

(a)　二等辺三角形

二等辺三角形では付図 2.7 に示すように板が分割されており，図中の長さ l_x と

l_yの比が l_x/l_y=0.50，0.75，1.00，1.50，2.00 となる形状での解が示されている．ここで，λ_xを $l_x/8$ として，たわみδと曲げモーメント M_x，M_yは式(付 2.2.10)であり，式中の係数α，η_x，η_yは図に示す格子点ごとに求められている．

$$\delta = \alpha \frac{p\lambda_x^4}{D}$$
$$M_x = \eta_x p \lambda_x^2 \qquad \text{(付 2.2.10)}$$
$$M_y = \eta_y p \lambda_x^2$$

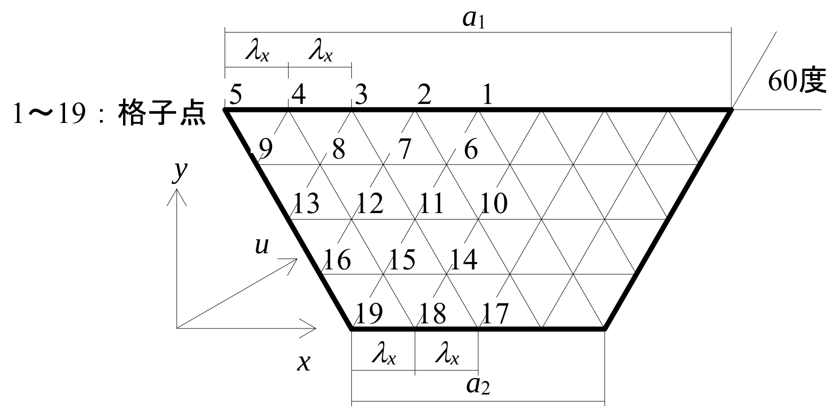


付図 2.7　分割された二等辺三角形板と格子点

(b)　等脚台形

等脚台形では，解が示されている形状は，頂点角度が 60 度で，底辺比（図中の長さ a_1 と a_2 の比 a_1/a_2）が 3/8 と 1/2 の形状である．付図 2.8 に示すように板が分割されており，曲げモーメント M_x, M_y, M_u は式(付 2.2.11)のように示されている．式中の係数η_x，η_y，η_uは図に示す格子点ごとに求められている．

$$M_x = \eta_x p \lambda_x^2$$
$$M_y = \eta_y p \lambda_x^2 \qquad \text{(付 2.2.11)}$$
$$M_u = \eta_u p \lambda_x^2$$



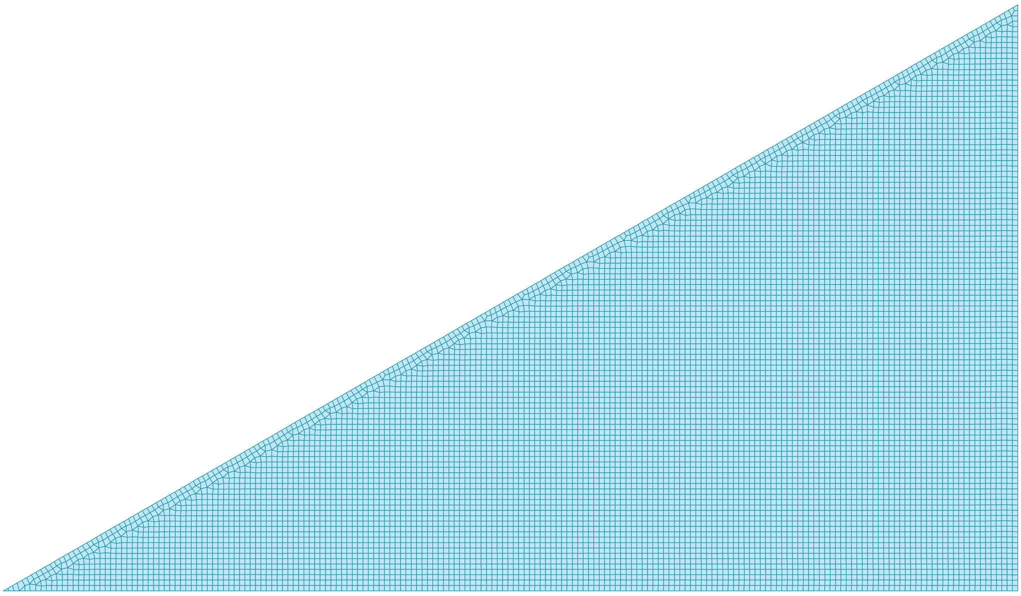
付図 2.8　分割された等脚台形板と格子点

付 2.2.4　まとめ

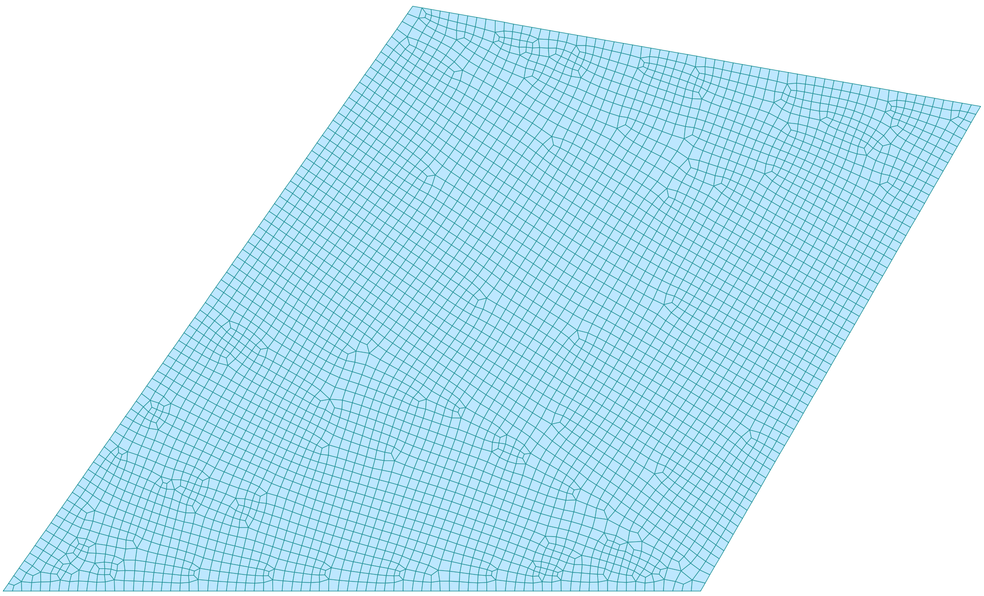
前述のように，三角形等においては，平板理論と近似解析法による解が既往の研究で求められており，非矩形形状平板の解はこれらの方法で求められると考えられる．ただし，澤田による三角形板の解析においては，任意の三角形板に対して，重心位置で最大になるたわみ関数を仮定しているが，著者が求めた有限要素法解では，最大たわみ発生点は重心位置でないことを確認しており，また，澤田による解と有限要素法解が大きく異なっていた（詳しくは 2 章で述べる）．そのため，澤田が仮定したたわみ関数の変形モードは適切でない可能性があり，反逆法あるいはエネルギー法で厳密な解を求めるには，スラブの変形を正確に表したたわみ関数の仮定が必要である．一方で太田らは，任意の関数を表すことができるフーリエ級数を用いてたわみ関数を仮定している．そのため，太田らによる解の精度は充分に高いと考えられるが，たわみ値あるいは曲げモーメント値を求めるには無限級数和の計算が煩雑である．また，差分法と有限要素法は数値解析法であるが，格子または要素を細かく分割することで，精度の高い解を得られる．

付録3.　　FEM 解析概要

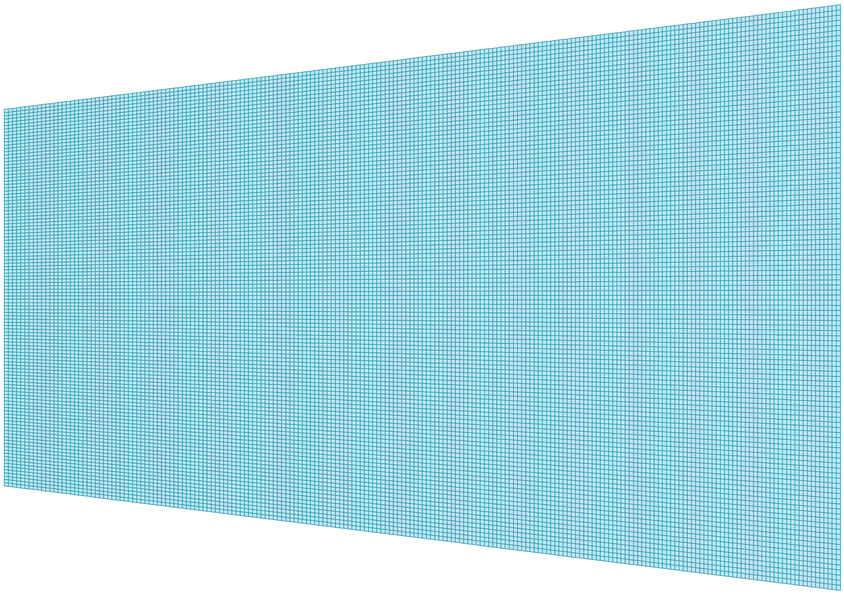
本論文における有限要素法解析は，汎用解析ソフト midas/Gen[12]で解析している．解析モデルは DKQ 要素[13),14)]と DKT 要素[13),14)]で四角形と三角形に分割しており，分割間隔は，三角形スラブと内接円四角形スラブでは内接円半径の 1/30，台形スラブと矩形スラブでは最短辺の 1/50 としている．分割した要素が極端な形状だと FEM 解が変化するため，要素はほぼ同じ大きさの正方形になるように分割している．ここで，解析モデルの例を示す．



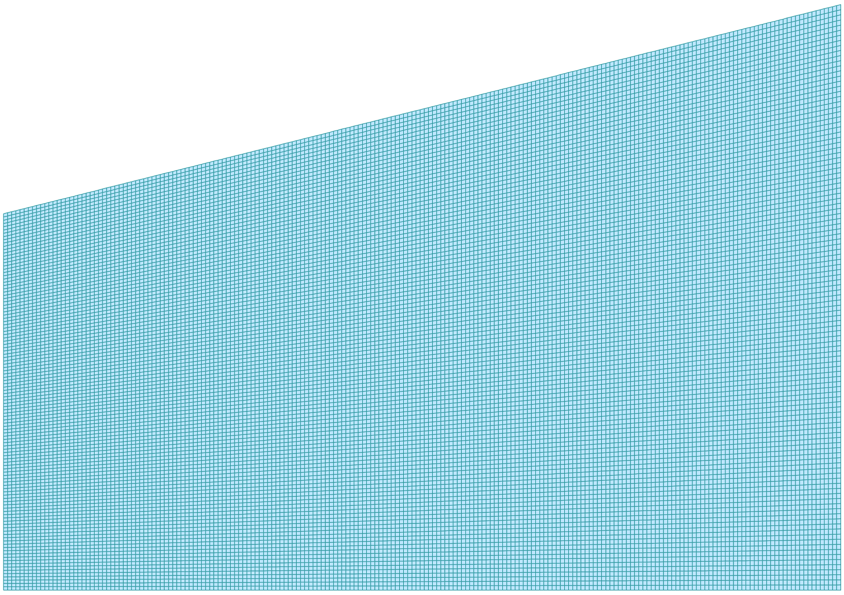
(a)　三角形スラブ



(b)　内接円四角形スラブ



(c)　等脚台形スラブ



(d)　直角台形スラブ

付図 3.1　解析モデル例

付録4.　　主曲げモーメントの算定方法と曲げモーメントの座標変換 5)

ここで，主曲げモーメントの算出方法と単位幅あたりの曲げモーメントの座標変換方法を示す.

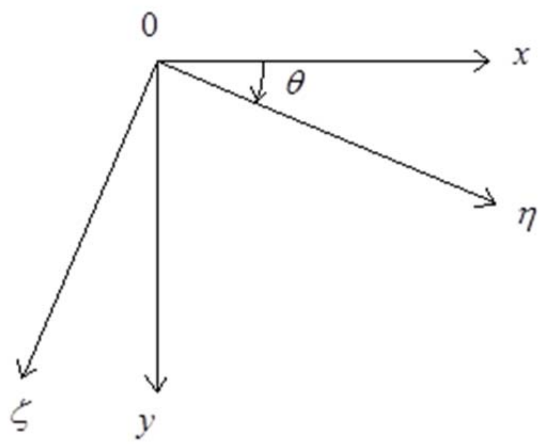
ある直交座標系 x,y における曲げモーメント M_x，M_y，M_{xy} とし，θ回転した直交座標系 η,ζにおける曲げモーメント M_x，M_y，M_{xy} とすると，それらの関係は式(付 4.1.1)である.

$$
\begin{aligned}
M_\eta &= M_x\cos^2\theta + 2M_{xy}\sin\theta\cos\theta + M_y\sin^2\theta \\
M_\zeta &= M_x\sin^2\theta - 2M_{xy}\sin\theta\cos\theta + M_y\cos^2\theta \\
M_{\eta\zeta} &= (M_y - M_x)\sin\theta\cos\theta + M_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)
\end{aligned}
\qquad (付\ 4.1.1)
$$

また，主曲げモーメント M_1 は式(付 4.1.2)，M_2 は式(付 4.1.3)で求められる.

$$
M_1 = \frac{1}{2}\left(M_x + M_y\right) + \left[M_{xy}^2 + \left(\frac{M_y - M_x}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (付\ 4.1.2)
$$

$$
M_2 = \frac{1}{2}\left(M_x + M_y\right) - \left[M_{xy}^2 + \left(\frac{M_y - M_x}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (付\ 4.1.3)
$$



付図 4.1　座標系

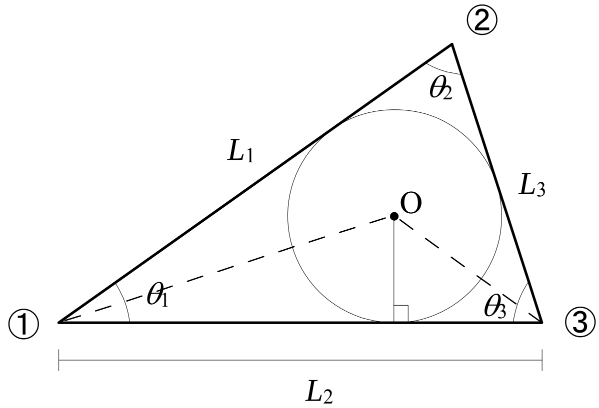
付録5.　　三角形および内接円四角形での内接円算出方法

ここで，三角形スラブと内接円四角形スラブにおける内接円半径 r の算出方法について解説する．付図 5.1 に三角形スラブの形状の例を示す．L_1～L_3 は各固定辺長さ，θ_1～θ_3 は各頂点角度，①～③は各頂点番号，O は内心を示している．ここで，内心が各頂点の二等分線上にあることを用いて，付図 5.2 に示す点 O および頂点②と③でできる三角形を考える．l_1，l_2 は辺と内接円の接点から頂点①，頂点③までの距離であり，

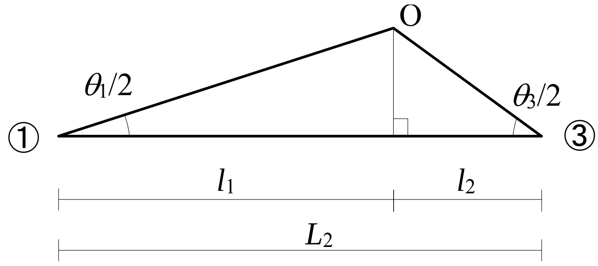
$l_1 = \dfrac{r}{\tan(\theta_1/2)}$，$l_2 = \dfrac{r}{\tan(\theta_3/2)}$ と表すことができる．

$L_2 = l_1 + l_2$ より，ρは $r = \dfrac{L_2}{\left\{\dfrac{1}{\tan(\theta_1/2)} + \dfrac{1}{\tan(\theta_3/2)}\right\}}$ となる．

内接円四角形スラブにおいても三角形スラブと同様の考え方で r を算出できる．



付図 5.1　三角形スラブの形状例

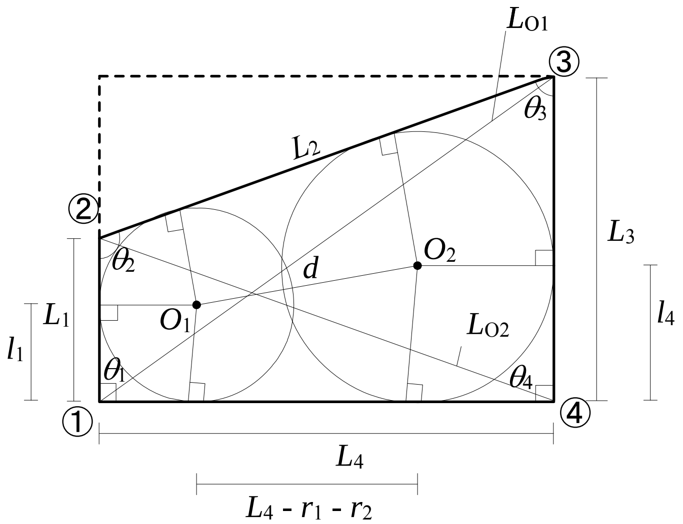


付図 5.2　L2 と内接円中心位置

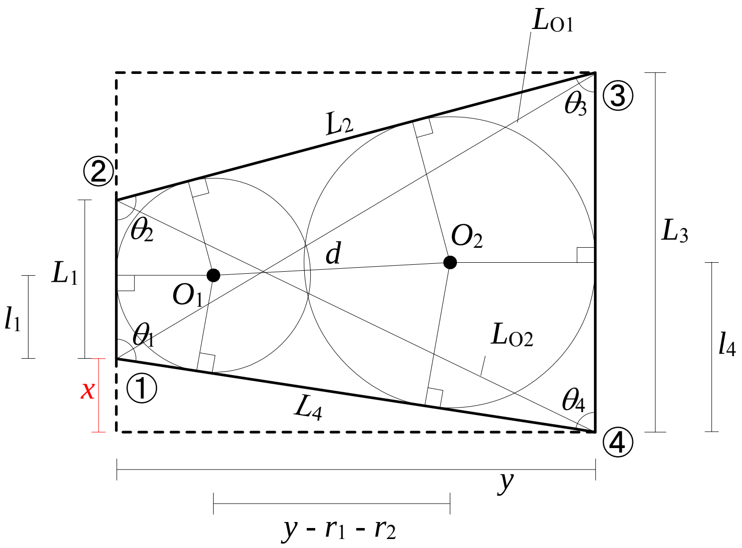
次に，内接円を描けない台形形状について，r_1，r_2，d の求め方を述べる．付図 5.3 のように，長さ角度を定める．頂点角度θ_1 ～θ_4 は対角を結んだ直線と固定辺長さから余弦定理を用いて，式(付 5.1.1)のように求められる．

$$\theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{L_1{}^2 + L_4{}^2 - L_{O2}{}^2}{2L_1L_4}\right), \quad \theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{L_1{}^2 + L_2{}^2 - L_{O1}{}^2}{2L_1L_2}\right)$$

$$\theta_3 = \cos^{-1}\left(\frac{L_2{}^2 + L_3{}^2 - L_{O2}{}^2}{2L_2L_3}\right), \quad \theta_4 = \cos^{-1}\left(\frac{L_3{}^2 + L_4{}^2 - L_{O1}{}^2}{2L_3L_4}\right) \qquad (付 5.1.1)$$



(a)　直角台形



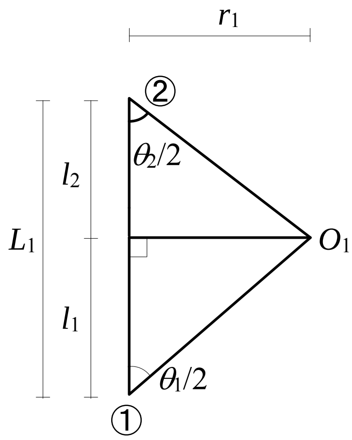
(b)　等脚台形

付図 5.3　台形における各変数

また，付図 5.4 は円 1 と固定辺 1 の接点，頂点 1 および円 1 の中心点でできる三角形であり，図より，$\tan(\theta_1/2) = \dfrac{r_1}{l_1}$ となるため，$l_1 = \dfrac{r_1}{\tan(\theta_1/2)}$ となる．l_1 は円 1 と固定辺 1 の接点から頂点 1 までの距離である．同様に，$l_2 = \dfrac{r_1}{\tan(\theta_2/2)}$ となる．l_2

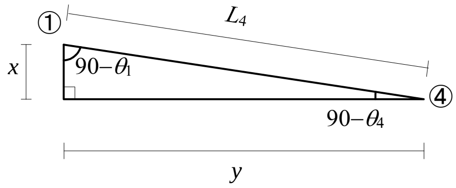
は円 1 と固定辺 1 の接点から頂点 2 までの距離である．

また，$L_1 = l_1 + l_2$ より r_1 は $r_1 = \dfrac{L_1}{\left\{\dfrac{1}{\tan(\theta_1/2)} + \dfrac{1}{\tan(\theta_2/2)}\right\}}$ となる．同様に，r_2 は $r_2 = \dfrac{L_3}{\left\{\dfrac{1}{\tan(\theta_3/2)} + \dfrac{1}{\tan(\theta_4/2)}\right\}}$ となる．



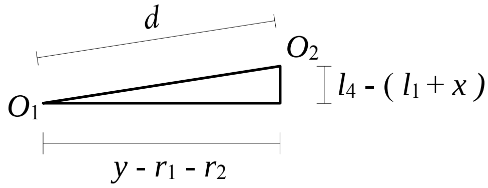
付図 5.4　l_1 と l_2

また，x と y は付図 5.5 より，$x = L_4\cos(90-\theta_4)$，$y = L_4\sin(90-\theta_4)$ となる．



付図 5.5　x と y の長さ図

さらに，内心間距離 d は付図 5.6 より $d = \sqrt{\left\{l_4 - (l_1 + x)\right\}^2 + \left\{y - r_1 - r_2\right\}^2}$ となる．



付図 5.6　内心間距離 d

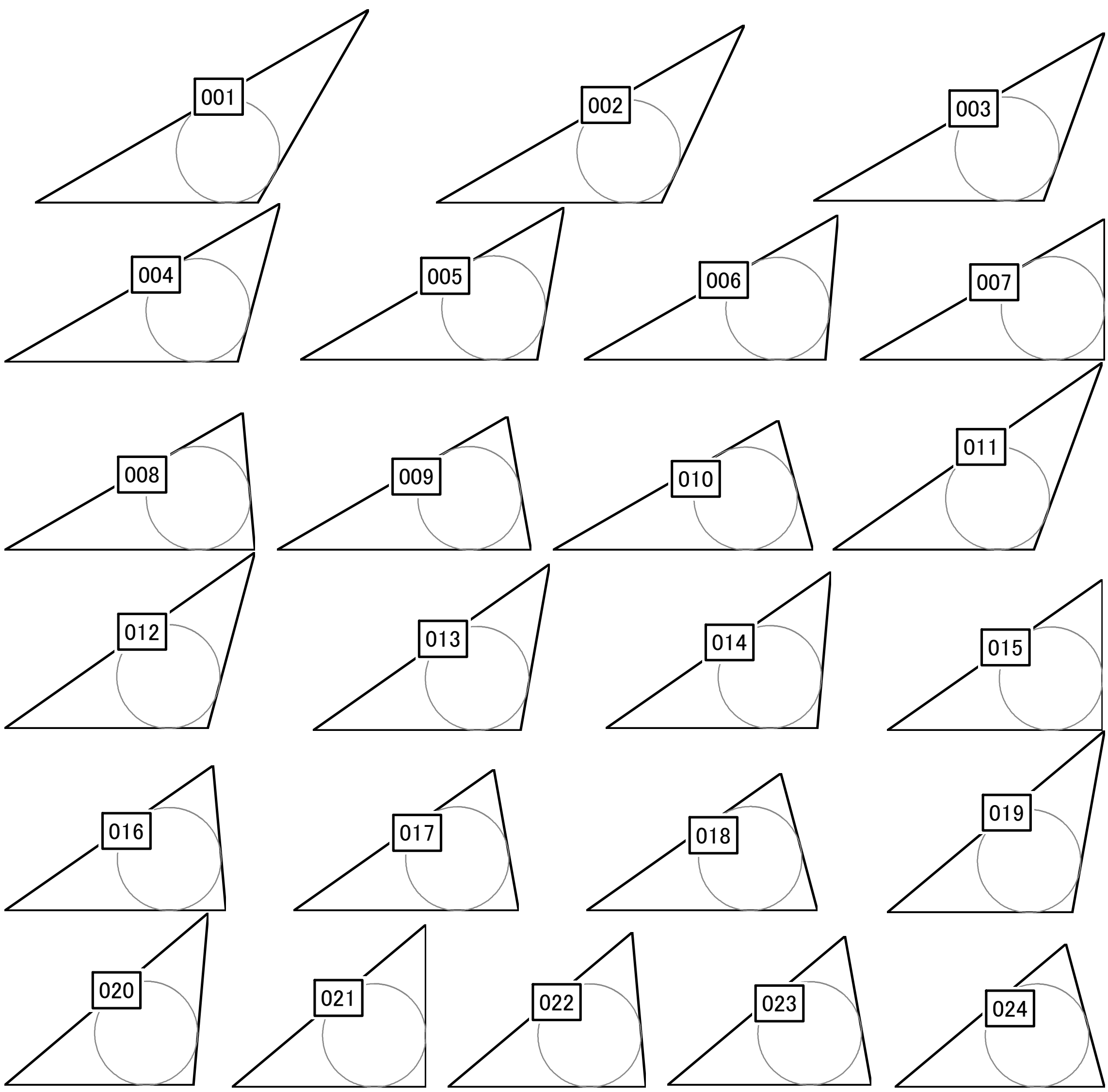
付録6.　FEM 解析した非矩形形状スラブ

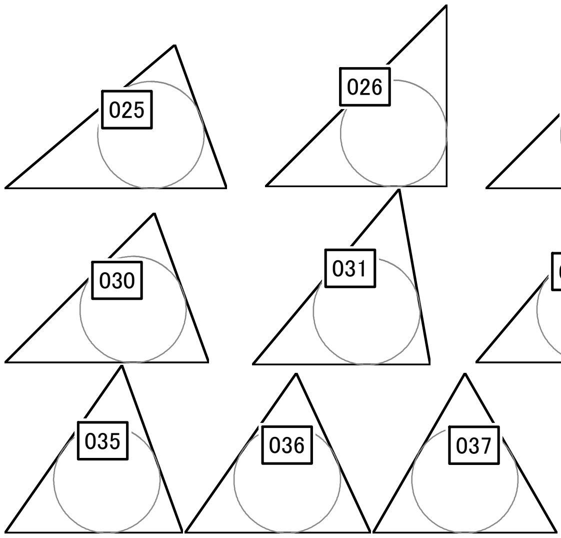
ここで，本論文で解析した三角形および内接円四角形スラブの形状を示す．三角形スラブの頂点角度一覧を付表 6.1 に，平面形状を付図 6.1 に示す．

付表 6.1　三角形スラブの頂点角度一覧（deg）

Model No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
θ_1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	35	35	35	35	35	35	35	35	40	40	40	40	40	40	40
θ_2	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	35	40	45	50	55	60	65	70	40	45	50	55	60	65	70
θ_3	120	115	110	105	100	95	90	85	80	75	110	105	100	95	90	85	80	75	100	95	90	85	80	75	70

Model No.	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
θ_1	45	45	45	45	45	50	50	50	50	55	55	60
θ_2	45	50	55	60	65	50	55	60	65	55	60	60
θ_3	90	85	80	75	70	80	75	70	65	70	65	60





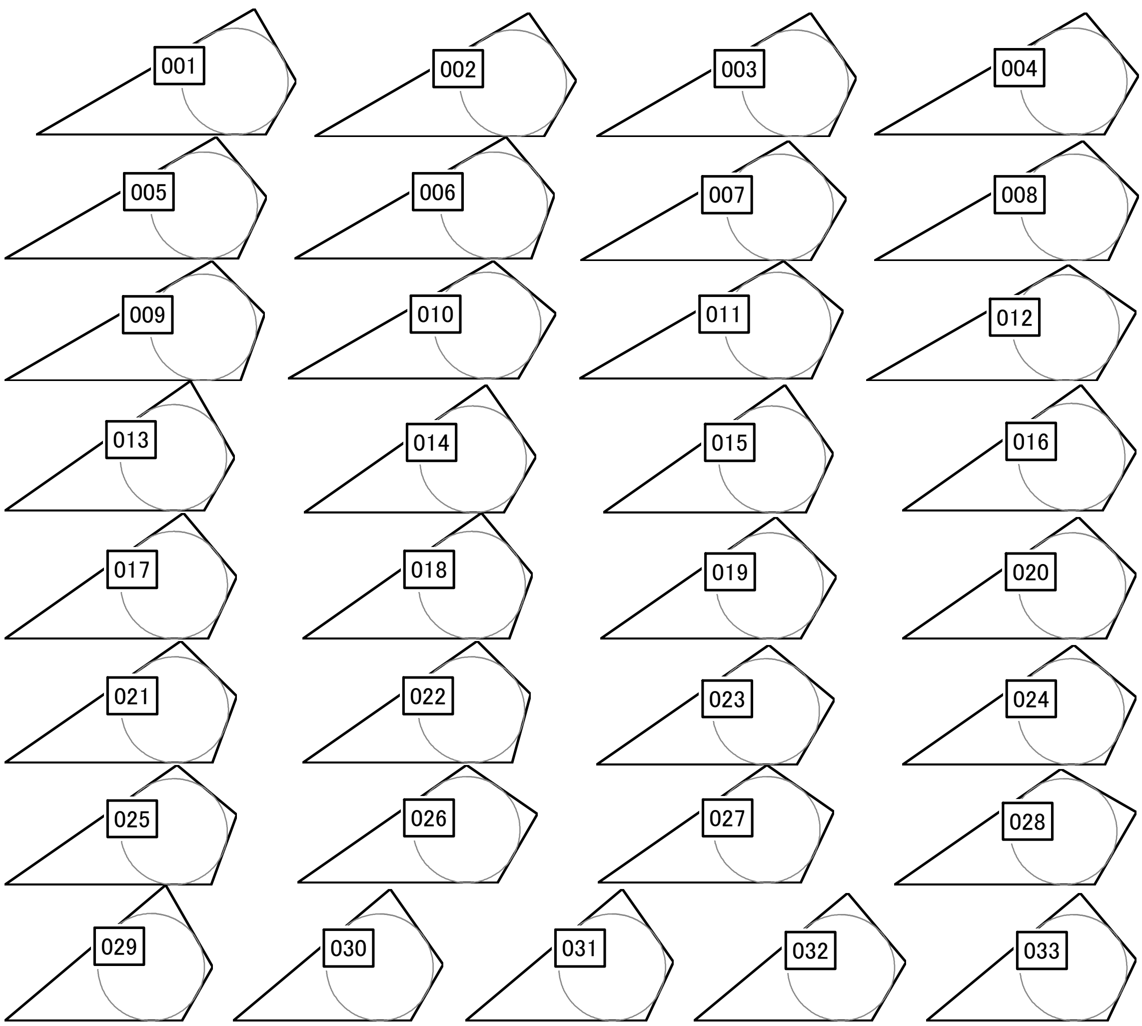
付図 6.1　三角形スラブの平面形状一覧

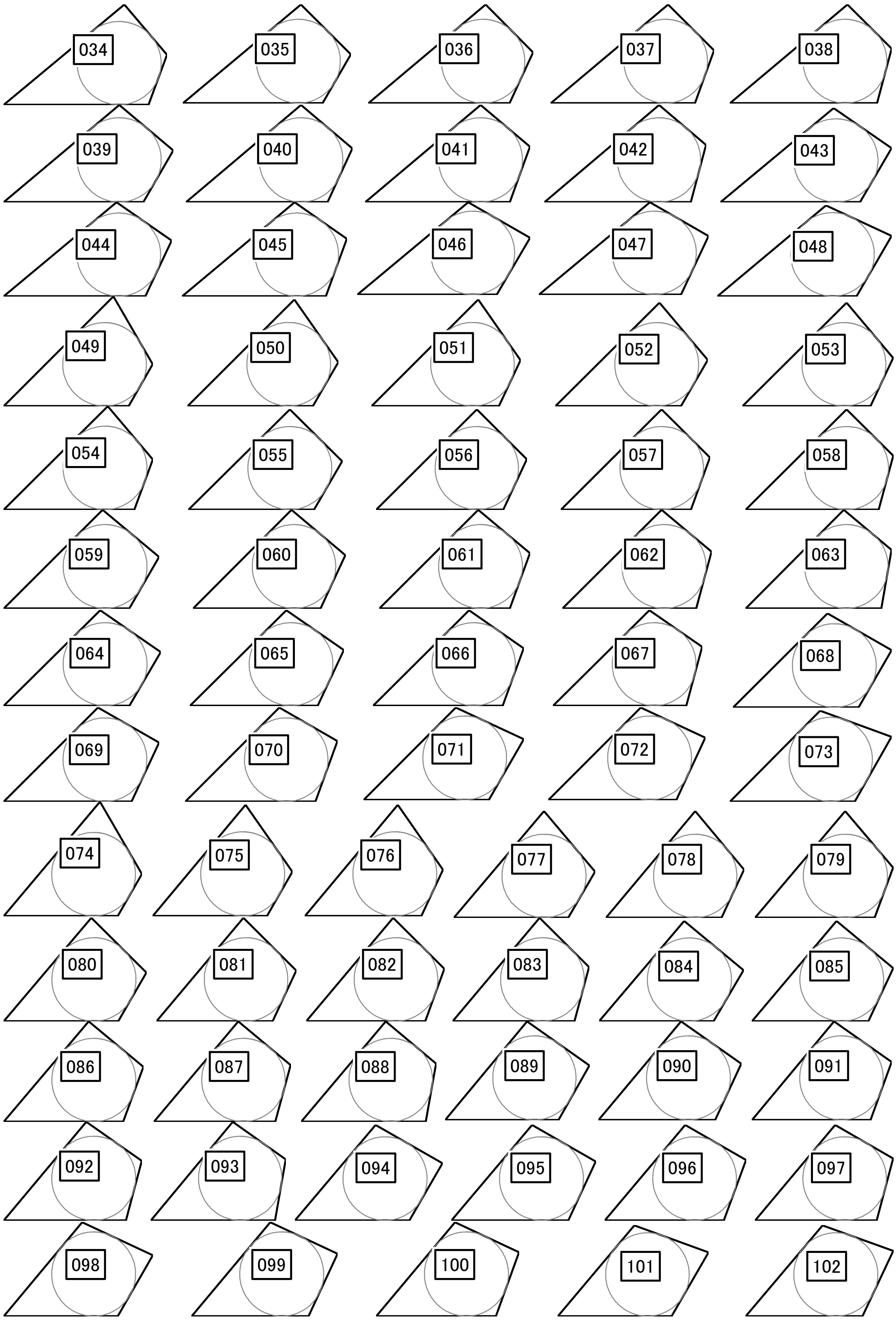
内接円四角形スラブの頂点角度一覧を付表 6.2 に,平面形状を付図 6.2 に示す.

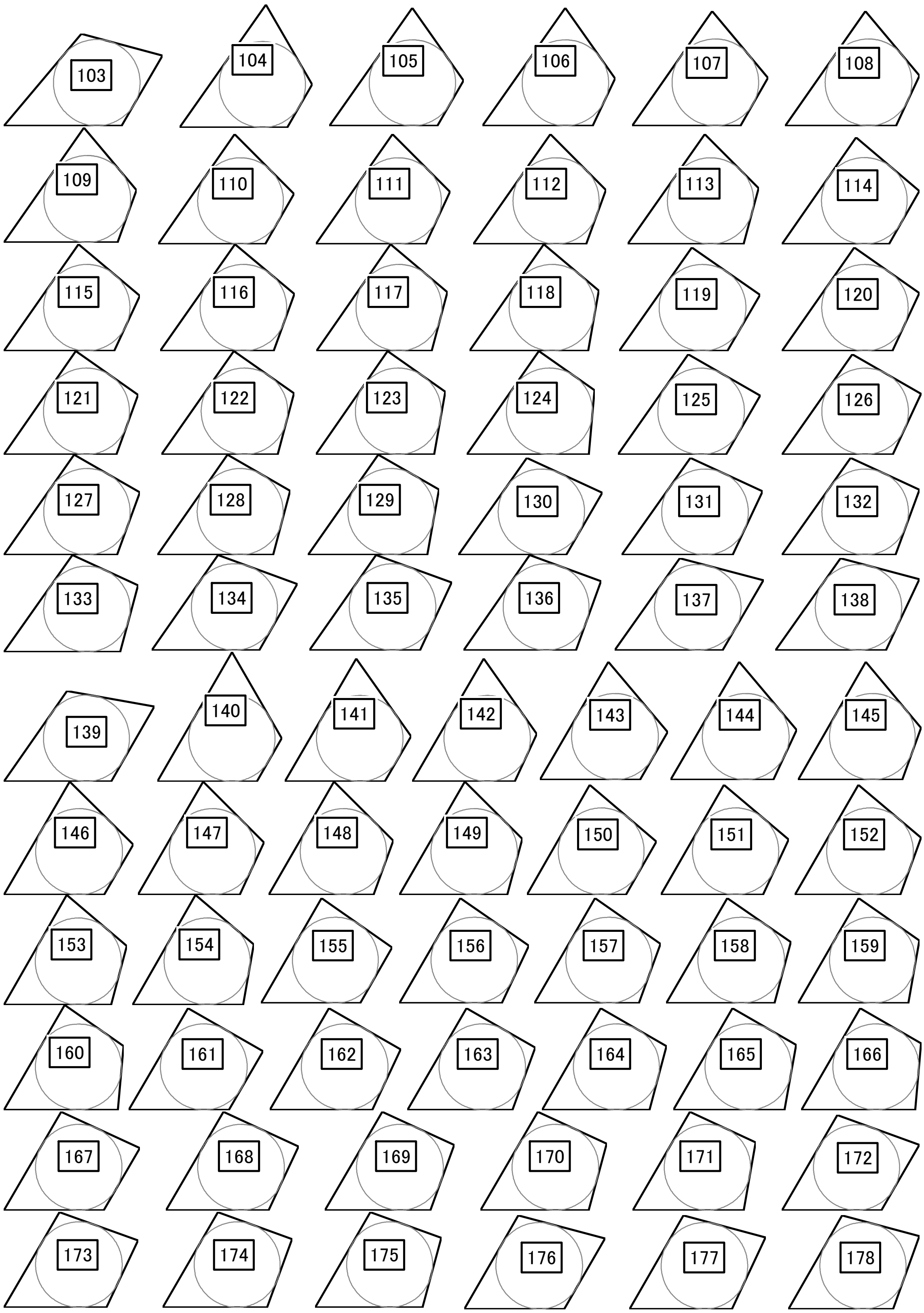
付表 6.2　内接円四角形スラブの形状一覧(deg)

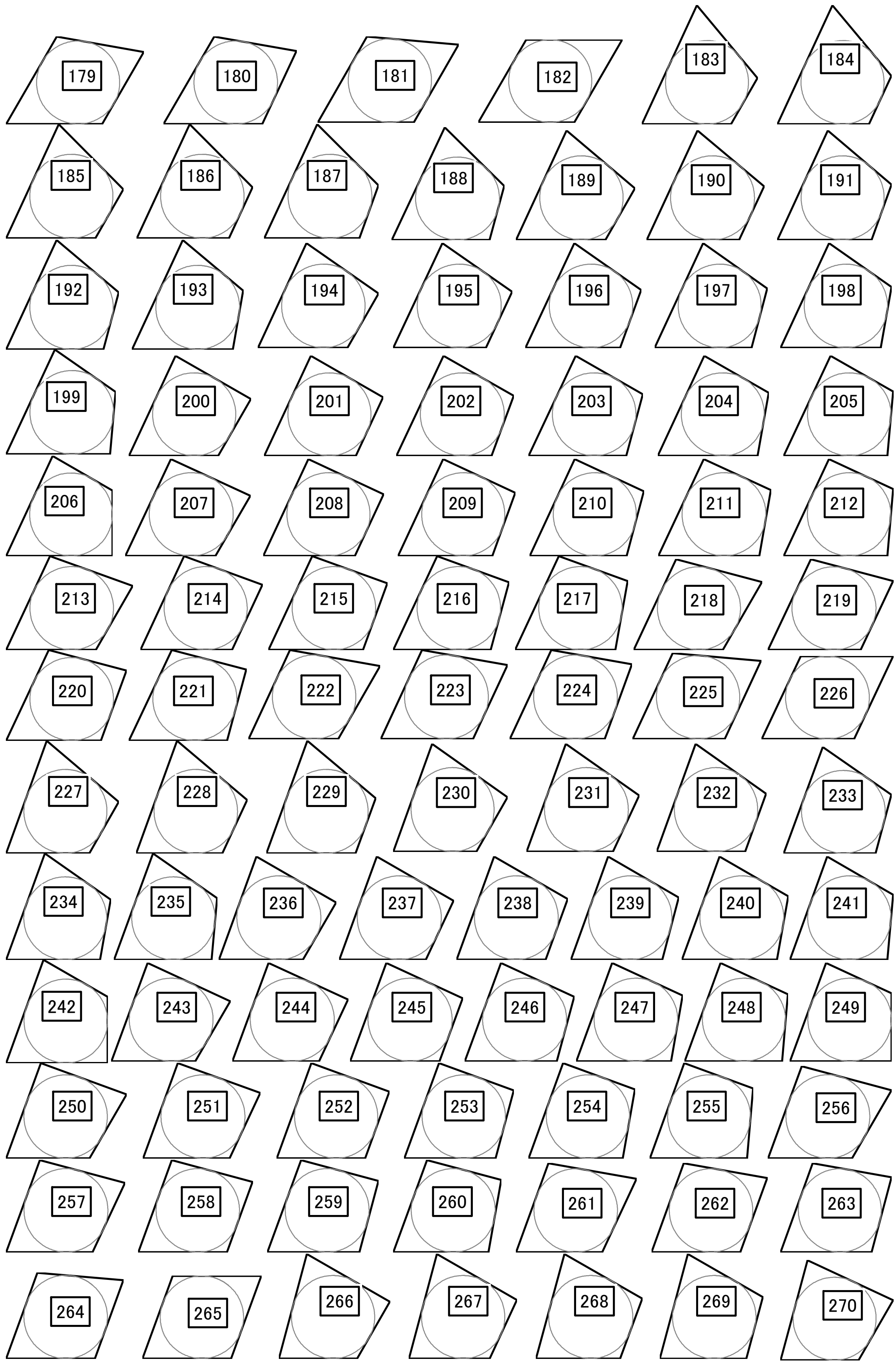
Model No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
θ_1	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
θ_2	90	95	95	100	100	100	105	105	105	110	110	115	85	90	90	95	95	95	100	100	100	100	105
θ_3	120	115	120	110	115	120	105	110	115	100	105	95	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100
θ_4	120	120	115	120	115	110	120	115	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120
Model No.	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
θ_1	35	35	35	35	35	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
θ_2	105	105	110	110	115	80	85	85	90	90	90	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110
θ_3	105	110	95	100	90	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	95	100	105	90
θ_4	115	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	120	115	110	120
Model No.	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
θ_1	40	40	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
θ_2	110	115	75	80	80	85	85	85	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105
θ_3	95	85	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110	90	95
θ_4	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115
Model No.	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
θ_1	45	45	45	45	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
θ_2	105	110	110	115	70	75	75	80	80	80	85	85	85	85	90	90	90	90	90	95	95	95	95
θ_3	100	85	90	80	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110
θ_4	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105
Model No.	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
θ_1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
θ_2	95	100	100	100	100	105	105	105	110	110	115	65	70	70	75	75	75	80	80	80	80	85	85
θ_3	115	90	95	100	105	85	90	95	80	85	75	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105
θ_4	100	120	115	110	105	120	115	110	120	115	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115
Model No.	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138
θ_1	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
θ_2	85	85	85	90	90	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110	110
θ_3	110	115	120	95	100	105	110	115	120	90	95	100	105	110	85	90	95	100	80	85	90	75	80
θ_4	110	105	100	120	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115	110	120	115
Model No.	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161
θ_1	55	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
θ_2	115	60	65	65	70	70	70	75	75	75	75	80	80	80	80	80	85	85	85	85	85	85	90
θ_3	70	120	115	120	110	115	120	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110	115	120	90
θ_4	120	120	120	115	120	115	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105	100	95	120
Model No.	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184
θ_1	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	65	65
θ_2	90	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110	110	115	120	65	65
θ_3	95	100	105	110	115	85	90	95	100	105	80	85	90	95	75	80	85	70	75	65	60	110	115
θ_4	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115	110	120	115	120	120	120	115
Model No.	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207
θ_1	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
θ_2	70	70	70	70	75	75	75	75	75	80	80	80	80	80	80	85	85	85	85	85	85	85	90
θ_3	105	110	115	120	100	105	110	115	120	95	100	105	110	115	120	90	95	100	105	110	115	120	85
θ_4	120	115	110	105	120	115	110	105	100	120	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	95	90	120
Model No.	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
θ_1	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	70	70	70	70
θ_2	90	90	90	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	100	105	105	105	110	115	70	70	70	75
θ_3	90	95	100	105	110	80	85	90	95	100	75	80	85	90	70	75	80	70	65	100	105	110	95
θ_4	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	120	115	110	105	120	115	110	115	115	120	115	110	120

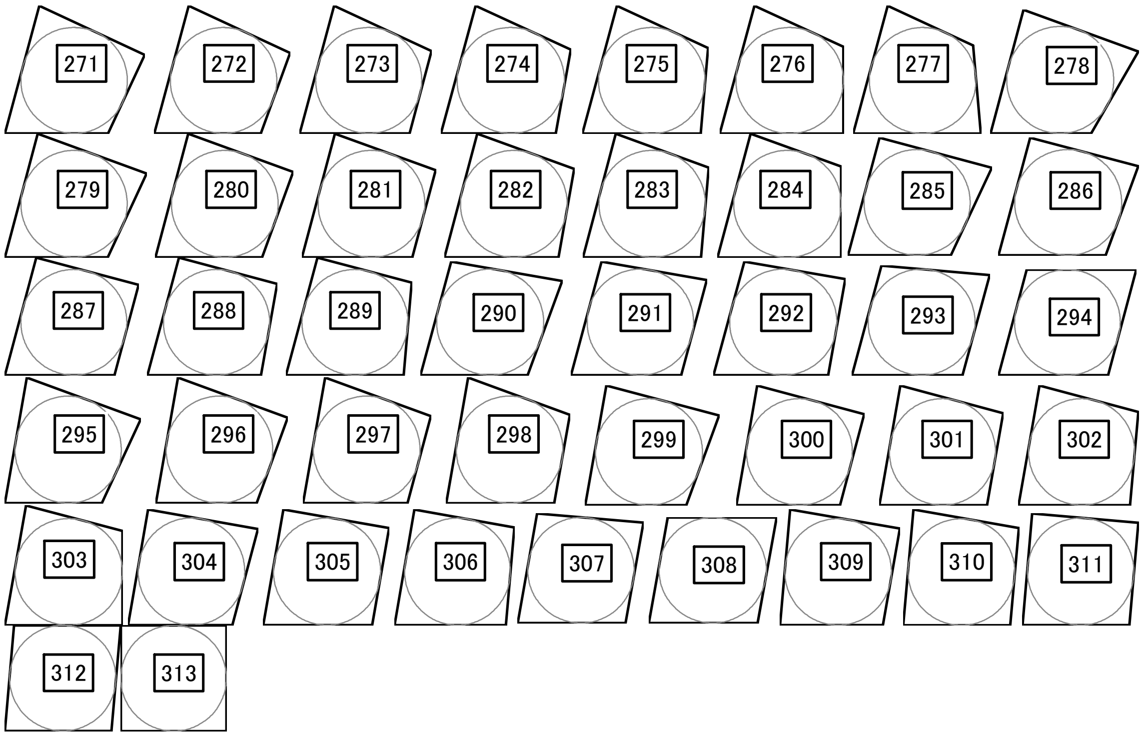
Model No.	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253
θ_1	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
θ_2	75	75	75	75	75	80	80	80	80	80	80	80	85	85	85	85	85	85	85	90	90	90	90
θ_3	100	105	110	115	120	90	95	100	105	110	115	120	85	90	95	100	105	110	115	80	85	90	95
θ_4	115	110	105	100	95	120	115	110	105	100	95	90	120	115	110	105	100	95	90	120	115	110	105
Model No.	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276
θ_1	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75
θ_2	90	90	95	95	95	95	95	100	100	100	105	110	75	75	75	75	80	80	80	80	80	80	80
θ_3	100	105	75	80	85	90	95	75	80	85	75	70	90	95	100	105	85	90	95	100	105	110	115
θ_4	100	95	120	115	110	105	100	115	110	105	110	110	120	115	110	105	120	115	110	105	100	95	90
Model No.	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299
θ_1	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	80	80	80	80	80
θ_2	80	85	85	85	85	85	85	85	90	90	90	90	90	95	95	95	100	105	80	80	80	80	85
θ_3	120	80	85	90	95	100	105	110	80	85	90	95	100	80	85	90	80	75	85	90	95	100	85
θ_4	85	120	115	110	105	100	95	90	115	110	105	100	95	110	105	100	105	105	115	110	105	100	110
Model No.	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313									
θ_1	80	80	80	80	80	80	80	80	80	85	85	85	85	90									
θ_2	85	85	85	85	90	90	90	95	100	85	85	90	95	90									
θ_3	90	95	100	105	85	90	95	85	80	90	95	90	85	90									
θ_4	105	100	95	90	105	100	95	100	100	100	95	95	95	90									




034
035
036
037
038
039
040
041
042
043
044
045
046
047
048
049
050
051
052
053
054
055
056
057
058
059
060
061
062
063
064
065
066
067
068
069
070
071
072
073
074
075
076
077
078
079
080
081
082
083
084
085
086
087
088
089
090
091
092
093
094
095
096
097
098
099
100
101
102


103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178


179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270



付図 6.2　内接円四角形スラブの平面形状一覧

謝辞

謝辞

本論文は，東海大学大学院総合理工学研究科総合理工学専攻在籍中の研究成果を，同大学工学部建築学科　教授　諸岡繁洋先生のご指導の下にまとめたものです．

諸岡先生には，本研究を行うにあたり懇切丁寧なご指導と終始適切な助言を賜りました．先生の研究室には，学部 4 年生から所属しており，その間に，非常に広い知識（本研究とは直接には関係無いものも）をご教授いただきました．本来の博士課程期間より半年間短い 2 年半で博士号を取得できたことは，諸岡先生のご鞭撻のたまものです．さらに，研究指導のみならず，私事への殊更厚い助言，支援もいただきました．ここに深く感謝し，御礼申し上げます．

本論文の作成と支援にあたり，東海大学工学部建築学科　教授　藤井衛先生，同教授　渡部憲先生，同教授　岩田利枝先生，同准教授　山本憲司先生より，非常に有益なご意見，ご助言を賜りましたことに，感謝申し上げます．

また，お名前を挙げることはできませんが，本研究内容についての発表の場や様々な機会に，様々な視点からご指摘，ご指導をいただいた諸先生方・設計者の方々にも感謝申し上げます．今後ともご指導をよろしくお願いいたします．

最後に，諸岡研究室の先輩・後輩方は，忌憚なく意見を言い合え，刺激しあえる仲間であり，本論文をまとめるにあたり，良い雰囲気を作っていただいた皆様に，心より感謝申し上げます．