

散乱問題での境界条件

渡辺恒夫*

*東海大学理学部物理学科
(1999年9月24日受理)

Boundary Conditions in Scattering Problems

by

Tsuneo WATANABE

Department of Physics, School of Science, Tokai University

(Received on Sept. 24, 1999)

Abstract

The process of an instantaneous switching on of the interaction energy on scattering problems is corrected by taking an ensemble average for a state vector of particles in place of performing a time-smoothing. The ensemble can be created by quantum fluctuations of the Hamiltonian, based on the uncertainty principle.

1. はじめに

散乱問題で、散乱粒子の初期状態は普通自由粒子状態にある。しかし粒子の散乱は target 粒子との相互作用で起こるから、粒子は最初の状態から target 粒子との相互作用による束縛状態

へとその状態を変えなければならない。散乱理論では、この変化はある時刻 $-T(-\infty)$ で瞬間的に断熱的に起こるとして扱う。すなわち自由粒子の Hamiltonian K から相互作用の入った $K+V$ (V は相互作用エネルギー) に時刻 $-T(-\infty)$ で瞬間的に断熱的に変わるとする。しかし散乱過程でのエネルギーの瞬間的な変化は不自然であり、また時間とエネルギーとの不確定性関係から考えても理解しにくい。この問題についてはいくつかの議論があるが、その基本的考えは、この急激な変化を何とか和らげようとするところにあるように思われる。(Gell-Mann and Goldberger, 1953; Zubarev, 1974) 具体的には、その状態ベクトルを相互作用の入った時刻 $-T(-\infty)$ から散乱が起こる時刻 0 までの時間で平均し、変化はこの時間内に少しずつ緩やかに起こったようにする。このような手法が適切なのかどうか不明だが、一つの自然な考え方ではある。ところでこのような手法が適用されれば当然その解も変わるが、結果は先進解が排除され遅延解のみが選ばれることになる。ここで $-T(-\infty)$ であるが、これは系の大きさを無限大にした後でなされなければならない。ところで、統計力学での、物理量の長時間平均は、その背景に物理量の random 性、確率性がある場合、集団平均に等しいということになる。上述の状態ベクトルに対する時間平均が集団平均で置き換えうるかどうか非常に興味のあるところである。以下このことについて考えてみる。

さて、散乱問題での Hamiltonian の瞬間的断熱的变化を、エネルギー E と時間 t の不確定性関係 $\Delta t \Delta E = \hbar$ ($\hbar$ は Planck 定数) から考えてみると、 $\Delta t \sim 0$ ならば $\Delta E \sim \infty$ であるから、瞬間的断熱的变化では Hamiltonian は不定ということになる。そこでいま Δt を適当に選ぶことにすると、これに対応して ΔE はある値 $\langle |V+H_f| \rangle$ (H_f は量子的ゆらぎの Hamiltonian) をとるとみられるから、散乱粒子の束縛状態での Hamiltonian H_i は

$$H_i = K + V + H_f \quad (1.1)$$

となる。このとき Hamiltonian は Δt に対応して決まることになり、それは確率的となり、そして集団的となる。したがって、これによって決まる状態ベクトルも集団的となり、その状態ベクトルは最後に集団平均されることになる。このように考えてくると、上述の状態ベクトルの時間平均を集団平均に置き換えるということは良さそうに思われる。そこで、両者は基本的に同じであると考えて理論を展開することにする。

さて、(1.1) の H_f は実験毎に変わる random 量であるから、(1.1) は溶媒中での微粒子の Brown 運動の Hamiltonian と同じとみられる。両者が物理的に全く同じといえるかどうかは不明であるが、ここでは Brown 運動の理論 (Mori, 1965; Tokuyama and Mori, 1976) に従って理論展開を行なうことにする。

2. 量子力学的状態ベクトル

Hamiltonian が H_0 と H_r の二つの部分系からなる孤立系を考える。このとき、系全体の量子力学的状態は自然単位系で

$$d|t\rangle/dt = -i(H_0 + H_r)|t\rangle$$

で与えられる。ここで H_0 は注目する系の、そして H_r は残りの部分系の Hamiltonian である。 $|t\rangle$ は系の量子力学的状態を表わす状態ベクトルで規格化条件 $\langle t|t\rangle = 1$ を満たす。

系の初期時刻を t_0 ($\rightarrow -\infty$)、現在時刻を t とすると、任意時刻 t' ($t_0 \leq t' \leq t$) とし、 $s = t - t_0$ 、 $s' = t' - t_0$ 、で s と s' を決めると s' に対して $0 \leq s' \leq s$ が成り立つ。以下状態ベクトル $|t\rangle$ のかわりに初期状態を考慮した状態ベクトル $|s\rangle$ を使うことにする。この結果上の式は

$$d|s\rangle/ds = -i(H_0 + H_r)|s\rangle \quad (\langle s|s\rangle = 1) \quad (2.1)$$

となるが、以下射影演算子法により Langevin 方程式を導出するので、さらに上式を次のように変形する：

$$d|ss\rangle/ds = -iH_r(s)|ss\rangle \quad (2.2)$$

ここで $|ss\rangle = \exp(iH_0 s)|s\rangle$ そして $iH_r(s) = \exp(iH_0 s)iH_r\exp(-iH_0 s)$ である。

ここで、射影演算子 $\Pi (= 1 - \Omega)$ を定義する：

$$\Pi|G\rangle = \langle|G\rangle| \rangle \quad (2.3)$$

であるが、 $|G\rangle = G| \rangle$ ($| \rangle = |s = 0\rangle$ で、部分系 H_0 に属する状態ベクトルである)。

さて、 $|ss\rangle = \exp(-i\Xi)| \rangle$ ($i\Xi = \int_0^s iH_r(s') ds'$) となることを考慮して、(2.3) を使って (2.2) を変形すると、

$$\begin{aligned} d|ss\rangle/ds &= -\exp(-i\Xi)iH_r(s)| \rangle \\ &= -\exp(-i\Xi)\Pi iH_r(s)| \rangle - \exp(-i\Xi)\Omega iH_r(s)| \rangle \end{aligned} \quad (2.4)$$

さらに、右辺第二項を変形するために、 $X = -\exp(-i\Xi)\Omega iH_r(s)$ として

$$\begin{aligned} dX/ds &= \exp(-i\Xi)iH_r(s)\Omega iH_r(s) - \exp(-i\Xi)\Omega \zeta(s) \\ &= X\Omega iH_r(s) + \exp(-i\Xi)\Pi iH_r(s)\Omega iH_r(s) - \exp(-i\Xi)\Omega \zeta(s) \end{aligned}$$

ここで

$$\zeta = [iH_0, iH_r] \quad (2.5)$$

である。この解は

$$\begin{aligned} X = & -\Omega iH_r \exp(-\Omega i\Xi) + \int_0^s \exp(-i\Xi') \Pi iH_r(s') \Omega iH_r(s') \exp[-\Omega i(\Xi - \Xi')] \\ & - \int_0^s \exp(-i\Xi') \Omega \zeta(s') \exp[-\Omega i(\Xi - \Xi')] ds' \end{aligned}$$

となる。結局、(2.3)は次のようになる。

$$\begin{aligned} d|ss\rangle/ds = & -\langle iH_r(s)|\rangle|ss\rangle + \int_0^s \langle iH_r(s') \Omega iH_r(s') \exp(-\Omega i\Xi - \Xi') \rangle |s's'\rangle ds' \\ & - \int_0^s \exp(-i\Xi') \Omega \zeta(s') \exp[-\Omega i\Xi - \Xi'] ds' - \Omega iH_r \exp(-\Omega i\Xi) \end{aligned} \quad (2.6)$$

(2.5)で ζ は量子力学的には $\zeta \neq 0$ であるが、 H_r は巨視的、確率的であることを考慮して

$$[iH_0, iH_r] = 0 \quad (2.5')$$

を仮定する。この仮定により(2.6)は簡単になり

$$d|ss\rangle/ds = i\omega|ss\rangle - \int_0^s \langle f^\dagger(0) f(s-s') \rangle |s's'\rangle ds' + |f(s)\rangle \quad (2.7)$$

が得られる。ここで $\omega = \langle |H_r| \rangle$ 、そして“ゆらぎ力” $|f(s)\rangle$ は

$$|f(s)\rangle = -\Omega iH_r \exp(-i\Omega H_r s) | \rangle \quad (\langle f^\dagger(0) | = \langle \Omega iH_r |) \quad (2.8)$$

で定義される。さて $|f(0)\rangle = -\Omega iH_r | \rangle = -i(H_r - \omega) | \rangle$ だから

$$|f(0)\rangle = -i\Delta H_r | \rangle \quad (2.8')$$

と書ける。ここで $\Delta H_r = H_r - \omega$ である。

ここで、 $|f(s)\rangle$ を物理的なゆらぎと考え、(2.7)の“ゆらぎの相関関数”に対して

$$\langle f^\dagger(s') f(s'') \rangle = 2\varepsilon \delta(s' - s'') \quad (2.9)$$

を仮定する。ただし ε は“ゆらぎ”の強さを表すパラメーター、 $\langle \dots \rangle$ は量子力学的平均である。

(2.1)、(2.7)と(2.9)より次の方程式が得られる。

散乱問題での境界条件

$$d|ss\rangle/ds = -iH|s\rangle - \varepsilon\theta(s)|s\rangle + |g(s)\rangle \quad (2.10)$$

ここで $H=H_0+\omega$, そして $|g(s)\rangle$ は

$$|g(s)\rangle = \exp(-iH_0s)|f(s)\rangle \quad (2.11)$$

であり, $\theta(s) = 2 \int_0^s \delta(s') ds'$ である。

さて, (2.10)を(2.1)と比較してみると

$$-iH_r|s\rangle \longrightarrow -i\omega|s\rangle - \varepsilon\theta(s)|s\rangle + |g(s)\rangle$$

の変換をしたことになり, $|s\rangle$ に比例する部分は $-(i\omega + \varepsilon\theta(s))|s\rangle$ で, これは注目する系の $-iH_0$ に直接影響を与えるが, 非線形部分 $|g(s)\rangle$ はある“ゆらぎ的力”として間接的な影響を与えることになる。(2.10)の解は

$$|s\rangle = \int_0^s \exp[-iH(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))]|g(s')\rangle ds' \quad (2.12)$$

となる。ここで $\Theta(s) = \int_0^s \theta(s') ds'$ である。

一方, 規格化条件は(2.9), (2.11)と(2.12)から

$$\begin{aligned} \langle s|s\rangle &= \int_0^s \int_0^s g(s'') \langle \exp[iH(s'-s'') - \varepsilon(2\Theta(s) - \Theta(s') - \Theta(s''))]|g(s')\rangle ds' ds'' \\ &= \int_0^s \int_0^s \langle f(s'') f(s') \rangle \exp[i\omega(s'-s'') - \varepsilon(2\Theta(s) - \Theta(s') - \Theta(s''))] ds' ds'' \\ &= 2\varepsilon \int_0^s \theta(s') \exp[-2\varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] ds' \\ &= 1 - \exp[-2\varepsilon\Theta(s)] = 1 \end{aligned} \quad (2.13)$$

となり満たされる。ただし次の関係式が成り立つ：

$$d/ds[\exp(\varepsilon\Theta(s))] = \varepsilon\theta(s)\exp[\varepsilon\Theta(s)]$$

そして $\exp(-2\varepsilon\Theta(s)) = 0$ ($s=t-t_0$ で $t_0 \rightarrow -\infty$) である。

さて, $|f(s)\rangle$ は $-iH_r|ss\rangle$ の“ゆらぎ力”と見なされるが, $|g(s)\rangle$ は何のゆらぎ力であるか明確でない。そこでその物理的内容を明らかにするため $|g(s)\rangle$ について調べてみることにする。(2.8)と(2.11)から

$$\begin{aligned} d|f(s)\rangle/ds &= -i\Omega H_r|f(s)\rangle \\ &= -i\omega|f(s)\rangle + 2\varepsilon\delta(s)|\langle s\rangle\rangle - i\Delta H_r|f(s)\rangle \end{aligned} \quad (2.14)$$

が得られる。ここで $\langle f^\dagger(0)f(s)|\rangle = 2\varepsilon\delta(s)|\rangle$ であり、 ω の導入は H_r を $H_r\omega$ ($\omega = \langle H_r \rangle$) の形にするためである。(2.14) の ΔH_r を小さい量とし、(2.11)を考慮すると $|g(s)\rangle$ は

$$|g(s)\rangle = -i\exp(-iHs)\Delta H_r|\rangle + \varepsilon\theta(s)|M\rangle - \int_0^s \exp[-iH(s-s')]i\Delta H_r|g(s')\rangle ds' \quad (2.15)$$

となる。ここで $|M\rangle = \exp(iHs)|\rangle$ である。

一方、(2.1)と(2.10)の比較から

$$|g(s)\rangle = -i\Delta H_r|s\rangle + \varepsilon\theta(s)|s\rangle$$

である。上式の第一項は $H_r - \langle H_r \rangle$ で H_r の平均値からのずれを表わしているのに対し、第二項は単一項 $\varepsilon\theta(s)|s\rangle$ だけとなっている。 $|g(s)\rangle$ はあるゆらぎを表わす量であると期待されるから、第二項もある量からのずれで表わされ则认为られねばならぬ。そこで、(2.15)も考慮して、新しい“ゆらぎ力” $|F(s)\rangle$ を創る：

$$|F(s)\rangle = |g(s)\rangle - \varepsilon\theta(s)|M\rangle = -i\Delta H_r|s\rangle + \varepsilon\theta(s)(|s\rangle - |M\rangle) \quad (2.16)$$

である。(2.1)から $|s\rangle$ は $-i(H_0 + H_r)$ に対応する状態ベクトル、 $|M\rangle$ は $-i(H_0 + \langle H_r \rangle)$ に対応する状態ベクトルであり、 $|s\rangle - |M\rangle$ は状態 $|M\rangle$ からのずれを表わす量と考えてよい。(2.15)と(2.16)を比較すると

$$\begin{aligned} |F(s)\rangle &= -\exp(-iHs)i\Delta H_r|\rangle \\ &+ \int_0^s \exp[-iH(s-s')](-i\Delta H_r)[\exp(-iHs')(-i\Delta H_r)|\rangle + \varepsilon\theta(s')|M'\rangle] + \dots ds' \end{aligned} \quad (2.17)$$

となる。ここで $|M'\rangle = \exp(-iHs')|\rangle$ である。

さて、(2.10)を $|F(s)\rangle$ を使って書き直すと

$$d|s\rangle/ds = -iH|s\rangle - \varepsilon\theta(s)(|s\rangle - |M\rangle) + |F(s)\rangle \quad (2.18)$$

となる。(2.18)の解は

$$\begin{aligned} |s\rangle &= \int_0^s \exp[-iH(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] \varepsilon\theta(s')|M'\rangle ds' + |I(s)\rangle \\ &= |M\rangle + |I(s)\rangle \end{aligned} \quad (2.19)$$

となる。そして $|I(s)\rangle$ は

$$|I(s)\rangle = \int_0^s \exp[-iH(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] |F(s')\rangle ds' \quad (2.20)$$

であるが、解(2.19)は Langevin 方程式の解からも予想される形と内容である。

3. 散乱問題への適用

さて、以上の結果を散乱問題に適用してみよう。 K を運動エネルギー、 V を相互作用エネルギーとすると、 $\omega=0$ として、 $H=K$, $H_r=V+H_f$ となり、 $|M\rangle = \exp(-iKs)|\rangle$ は初期状態の自由粒子状態ベクトルである。方程式は(2.18)から

$$d|s\rangle/ds = -iK|s\rangle - \varepsilon\theta(s)(|s\rangle - |M\rangle) + |F(s)\rangle \quad (3.1)$$

となり、この解は(2.19)と(2.20)から

$$|s\rangle = |M\rangle + \int_0^s \exp[-iK(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] |F(s')\rangle ds' \quad (3.2)$$

ここで(2.17)から $F(s)$ は

$$\begin{aligned} |F(s)\rangle &= -\exp(-iKs)i\Delta H_r|\rangle \\ &+ \int_0^s \exp[-iK(s-s')](-i\Delta H_r)[\exp(-iHs')(-i\Delta H_r)|\rangle + \varepsilon\theta(s')|M'\rangle + \dots] ds' \end{aligned}$$

である。

さて、 $|F(s)\rangle$ は、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} |F(s)\rangle &= -\exp(-iKs)i\Delta H_r|\rangle + \exp(-iKs) \int_0^s [(-i\Delta H_r)^2|\rangle + \varepsilon\theta(s')(-i\Delta H_r)|\rangle + \dots] ds' \\ &= \exp(-iKs)(-i\Delta H_r) \left[1 + (-i\Delta H_r)s + (-i\Delta H_r)^2 s^2/2! + \dots \right] |\rangle \\ &+ \varepsilon \exp(-iKs) \int_0^s \theta(s')(-i\Delta H_r)|\rangle + \dots ds' \\ &= -iV|s\rangle + |Y(s)\rangle \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで

$$|Y(s)\rangle = -i\Delta H_r|s\rangle + \varepsilon \exp(-iKs) \int_0^s \theta(s')(-i\Delta H_r)|\rangle + \dots ds' \quad (3.4)$$

である。

(3.3)は V の線形部分だけを $|F(s)\rangle$ から取り出した式であるが、非線形部分は ΔH_r に入っている。これを (3.2) に代入すると

$$|s\rangle = |M\rangle - \int_0^s \exp[-iK(s'-s) - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] iV|s'\rangle ds' + |I(s)\rangle \quad (3.5)$$

ここで

$$|I(s)\rangle = \int_0^s \exp[-iK(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] |Y(s')\rangle ds' \quad (3.6)$$

一方, $H = K + V$, $H_r = H_f$ とすると (3.1) は次のような方程式になる

$$d|s\rangle/ds = -i(K+V)|s\rangle - \varepsilon\theta(s)(|s\rangle - |M\rangle) + |F_M(s)\rangle \quad (3.7)$$

ここで $|F_M(s)\rangle$ は

$$\begin{aligned} |F_M(s)\rangle = & -\exp[-i(K+V)s] i\Delta H_f | \rangle + \varepsilon\theta(s) \Delta |M\rangle \\ & + \int_0^s \exp[-i(K+V)(s-s')] (-i\Delta H_f) [\exp[-i(K+V)s'] (-i\Delta H_f) | \rangle + \varepsilon\theta(s') |M'\rangle + \dots] ds' \end{aligned} \quad (3.8)$$

となり, そして $\Delta |M\rangle = |M_V\rangle - |M\rangle$ ($|M_V\rangle = \exp[-i(K+V)s]$ そして $|M\rangle = \exp(-iKs)$) である。かくして, (3.7) を解いて

$$|s\rangle = |M\rangle - \int_0^s \exp[-i(K+V)(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] iV|M'\rangle ds' + |I_M(s)\rangle \quad (3.9)$$

が得られる。ここで $|I_M(s)\rangle$ は

$$|I_M(s)\rangle = \int_0^s \exp[-i(K+V)(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] F_M(s') ds' \quad (3.10)$$

である。(3.5)と(3.9)から分かるように, これらは初期状態($s=0$)と最終状態($s=\infty$)では $|M\rangle$ となっており散乱の条件を満たしている。さらに, 状態ベクトル $|s\rangle$ を

$$|z\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} ds \exp(izs) |s\rangle \quad (3.11)$$

のように Fourier 変換し, $s \geq s' > 0$ ($t \geq t' > -\infty$) とすると

$$|z\rangle = |Mz\rangle + [1/(iz - iK - \varepsilon)] iV|z\rangle + |Iz\rangle \quad (3.12)$$

$$|z\rangle = |Mz\rangle + [1/(iz - i(K+V) - \varepsilon)] iV|Mz\rangle + |I_M z\rangle \quad (3.13)$$

のように書き替えることができる。ここで $|Mz\rangle$ は

$$|Mz\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} ds \exp(izs) |M\rangle \quad ((3.14))$$

そして $|Iz\rangle$ と $|I_M z\rangle$ は $|I(s)\rangle$ と $|I_M(s)\rangle$ の Fourier 変換である。 $|Iz\rangle$ と $|I_M z\rangle$ とが、ある分布関数 P による平均によって落とされてしまえば、(3.12) と (3.13) とが一致することは簡単に証明できる。(3.12) は散乱問題での V を摂動項とする扱いでの遅延解で Lippmann-Schwinger 方程式、(3.13) は Chew-Goldberger による遅延解である。

4. 議 論

さて、(3.9) を少し変形 (分布関数による平均によって $|I_M(t)\rangle$ を落とす) して $s \rightarrow t$ に変換すると、 $t \geq t' > t_0$ (初期状態を除いた V が加わってからの状態) でそれは次のように書くことができる。

$$|\overline{t}\rangle = \varepsilon \int_{t_0}^t \exp[-i(K+V)(t-t') - \varepsilon(t-t')] |M'\rangle dt' \quad (t_0 \rightarrow -\infty) \quad (4.1)$$

ここで $|M\rangle$ は初期状態である。

さて、散乱過程を $t=0$ で観測すると仮定して、散乱が起こる $t=0$ までの量子力学的状態を定式化すると、普通、初期状態 $|M\rangle$ と $t=t'$ で V の入った状態 $|t\rangle$ を考慮した状態ベクトルは

$$|t\rangle = \exp[-i(K+V)(t-t')] |M'\rangle \quad (4.2)$$

となる。しかし(4.2)には、物理的でない $t=t'$ での瞬間的な V の挿入を仮定している。この不都合な過程は是正されなければならない。このために、 $|t\rangle$ の $t=t'$ での瞬間的な変化を $0 \leq t > t_0$ の過程でのなだらかな変化にするために、(4.2) を時間平均し、それを散乱前の状態 $|0\rangle$ とすると

$$|\overline{0}\rangle = \varepsilon \int_{t_0}^0 \exp[i(K+V)t' + \varepsilon t'] |M'\rangle dt' \quad (t_0 \rightarrow -\infty; \varepsilon \rightarrow 0) \quad (4.3)$$

で表わせる。ここで、 $\exp(\varepsilon t')$ は因果性を考慮して仮定として導入されているように思われる。したがって、(4.2) から $|\overline{t}\rangle$ は

$$|\overline{t}\rangle = \varepsilon \int_{t_0}^t \exp[-i(K+V)(t-t') - \varepsilon(t-t')] |M'\rangle dt' \quad (t_0 \rightarrow -\infty; \varepsilon \rightarrow 0) \quad (4.4)$$

となる。ここで(4.4)の因子 $\exp(\varepsilon t)$ は(4.1)を考慮して導入した。さて、(4.4)は(4.1)と $\exp(\varepsilon t)$ の因子で完全には一致しないが、これは(4.3)でこの因子が仮定として導入されていることに原因があるだろう。以上から、(4.1)は時間的平均によって状態ベクトルの瞬時的変化をなだらかにする作用が入っていることになる。(4.1)は H_f の導入によって集団的平均操作が入っている。

さて、(4.2)～(4.4)では常に $\varepsilon \rightarrow 0$ をとる必要があるが、このとり方は他の量の極限操作がなされてから最後になされなければならないと結論されている (Gell-Mann and Goldberger, 1953; Zubarev, 1974)。この理論では ε の極限操作は必ず行わなければならないものではないから、一般的にいて、その順序は一番最後ということになるだろう。

(2.9)で分かるように、 ε は $f(t)$ の“相関関数”で定義され、系を非保存にする原因ともなる。したがって、“ゆらぎ”があるとその系のエネルギーは一部散逸し、系は非保存的となる (fluctuation-dissipation theorem)。一方、因果性は時間の矢印が過去から未来へと向かい、原因は過去、結果は未来にと結びついて成り立っている。因果は、現実の時間方向と結びついた概念で、その関係を変えることはできない。したがって、その時間の矢印を現実の時間方向と逆の方向にとると因果関係はそれについて動いていけず、因果はその時間方向に対して逆になってしまう。系が非保存のとき、その変化は現実と一致しなければならないから、時間方向は現実のそれと一致し、因果関係も通常の関係で決まることになる。以上から、系の因果性は系の非保存性により保証され、ゆらぎのある系で因果性が成り立つといえる。

次に、(2.18)で V が摂動項として扱われるとき

$$d|s\rangle/ds = -iK|s\rangle - \varepsilon\theta(s)(|s\rangle - |M\rangle) - iV|s\rangle + |F(s)\rangle \quad (4.5)$$

と表わされる。この解は

$$|s\rangle = |M\rangle - \int_0^s \exp[-iK(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] iV|s'\rangle ds' + |I_f(s)\rangle \quad (4.6)$$

となる。ここで $|I_f(s)\rangle$ は

$$|I_f(s)\rangle = \int_0^s \exp[-iK(s-s') - \varepsilon(\Theta(s) - \Theta(s'))] |F_f(s')\rangle ds' \quad (4.7)$$

そして

$$\begin{aligned} |F_f(s)\rangle = & -\exp(-iKs) i\Delta H_f| \\ & + \int_0^s \exp[-iK(s-s')] (-i\Delta H_f) [\exp(-iKs') (-i\Delta H_f)|\rangle + \varepsilon\theta(s')|M'\rangle] + \dots ds' \end{aligned} \quad (4.8)$$

となる。(4.6)は(3.5)と比較して $|I(s)\rangle$ と $|I_f(s)\rangle$ の違いだけでその他は一致しているように思われるが、(4.6)は $K+H_f$ に摂動項 V が入ることになるから、 H_f は摂動項 V が入る以前にすでに存在することになり、ここでの立場と矛盾する。しかし V の線形の範囲内ではどちらも同じ結果を与える。

5. おわりに

ここでの議論は、熱源中の（統計力学的）系にも適用できるように思われる。もし適用できたとすれば、量子統計力学理論は、部分系の量子力学理論、あるいは、“ゆらぎ”のある量子力学理論となり、広い意味での量子力学理論となる。このとき、従来の理論との関係がどうなるか興味のあるところである。

付記：新名邦夫先生には数多くの議論をしていただきました。心から感謝いたします。

References

- Gell-Mann, M. and M. L. Goldberger, *Phys. Rev.* **91**(1953), 398.
Mori, H., *Prog. Theor. Phys.* **33**(1965), 423; **34**(1965), 399.
Tokuyama, M. and H. Mori, *Prog. Theor. Phys.* **55**(1976), 411.
Zubarev, D. N., *Nonequilibrium statistical thermodynamics*. Consultant Bureau, NewYork-London.