

絞り部を有する二次元流路内の流れの数値解析

(定常流の場合)

田中英穂*・鈴木六郎**・瀬島幸男***

Numerical Analysis of Flow in a Two-Dimensional Duct with Constriction

(In the Case of Steady Flow)

by

Hideo TANAKA, Rokuro SUZUKI and Yukio SESIMA

(Received on Sept. 20, 1989)

Abstract

A physical model of the steady flow of a viscous and incompressible fluid through two dimensional duct with constriction was used to study the blood flow downstream from an artery stenosis.

In this paper the flow through the double step shaped constriction has been analyzed by using Finite Difference Method for different Reynolds numbers, different constriction ratios, and different aspect ratios of constriction.

Finite difference equations have been solved by using two methods, namely, FTCS (Forward-Time, Centered-Space) method and SOLA method. Velocity vector, stream line, and vorticity in the region downstream of the constriction have been computed.

When the Reynolds number is less than 500, similar results are given by FTCS and SOLA methods. At the condition with constriction ratio $(1-b/B)$ of 0.75 and aspect ratio of constriction (L/b) of 1.0, the increase of the Reynolds number from 10 to 200 results in a downstream displacement of the reattachment point. On the contrary, when the Reynolds number is increased from 200 to 500, the reattachment point moves upstream. When the Reynolds number is increased to more than 400, the reattachment point begins to move repeatedly upstream and downstream with time.

At the condition with aspect ratio of constriction (L/b) of 1.0 and Reynolds number of 300, the increase of the constriction ratio $(1-b/B)$ from 0.4 to 0.6 results in a downstream displacement of the reattachment point. On the contrary, when the constriction ratio is increased from 0.6 to 0.75, the reattachment point moves upstream.

At the condition with constriction ratio of 0.5 and Reynolds number of 200, the increase of the aspect ratio of constriction (L/b) from 0.25 to 0.5 results in a upstream displacement

* 工学部動力機械工学科教授 ** 工学部動力機械工学科講師

*** 工学研究科修士課程卒 (現在日東紡績株式会社勤務)

of the reattachment point. On the contrary, when the aspect ratio of constriction is increased more than 0.5, the reattachment point moves downstream.

Keywords: Computer Simulation, Two-Dimensional Flow, Double Step Flow, Stream Line, Vorticity

1. 緒 論

血管が骨によって圧迫されたり、血管内に血栓が発生して成長したり、または動脈硬化が発生すると血液が流れる血管断面が局部的に小さくなり絞り部（狭窄）を形成する。かなり発達した血管内狭窄は、血流量の減少の原因になり種々の狭窄症を併発させる。さらに血液が狭窄を通過した後、狭窄後流には剥離泡を含む乱れた流れ場をつくる。この流れ場は種々の疾病に影響を与える。例えば狭窄後流に生ずる剥離泡の内部における渦度、渦の大きさやその挙動は赤血球の溶血および赤血球からの脱酸素化現象と密接に関係する。また再付着点近傍における壁面圧力変動および壁面せん断力変動は、狭窄後流の局所的な血管膨張（狭窄後膨張と呼ばれる）を誘起させ、ひいては動脈瘤、動静脈瘤の発生機構の大きな要因になる。臨床医学の分野では、狭窄による血管閉塞度合いを判定すると共に狭窄解除手術時期を判断できるような、各疾病に対する流体力学（血行力学）的指標が早急に得られることを熱望している。

血管内狭窄による血流量の減少、および絞り部後流に生ずる血流の乱れ現象と関係するであろう上記疾病の臨床的報告は、近年ますます増加傾向にある^{1),2),3),4)}。しかし流体力学的に検討された報告は数少ない^{5),6),7)}。特に生体 Re 数範囲で絞り部形状、 Re 数などをパラメータとした絞り部後流の流れを系統的に、しかも詳細に明らかにするまでに至っていない。本報告では、動脈血管内絞り部後流の流れをシミュレーションするための第一段階のモデルとして非圧縮性流体が定常流で絞り部を有する二次元流路内を流れる場合を考え、絞り部後流の流れ特性について差分法による数値解析から検討した。なお本計算に入る前に最初にメッシュ数、時間刻み、および計算領域の最適条件を見出し、絞り部後流の剥離泡を含む複雑な流れ場を扱うため移動性と保存性を備えた SOLA 法と打ち切り誤差に関して 2 次の精度を持ち、計算時間が早いと言われる FTCS 法による解析結果を比較した。本計算では矩形状の絞り部後流の剥離泡の形態、渦の挙動、渦度分布、速度ベクトル、および再付着点を求め、これらの結果に対する絞り部の絞り比、アスペクト比、および Re 数の影響について検討した。また解析結果から得られた流れ現象については、血流の変化にと

もなって生ずる疾病との関係で定性的な一考察を加えた。なお計算機は NEC SX-1 を使用した。

主な記号

C_r : x 方向の計算領域
 u : x 方向の流速
 $u_{\max}$: 近寄り流れの最大流速
 v : y 方向の流速
 ϕ : 流れ関数
 ζ : 渦度
 i : x 方向の格子点
 j : y 方向の格子点
 k : 反復計算での繰り返し数
 n : 時間経過の繰り返し数
 t : 計算の経過時間 $= t_0 + n\Delta t$
 B : 非絞り部の流路幅
 b : 絞り部の喉部幅
 L : 絞り部の長さ
 XL : 絞り部後端からの計算領域
 Re : レイノルズ数 $= u_{\max} \times B/\nu$
 ν : 流体の動粘性係数
 ρ : 流体の密度
 Δx : 計算格子の x 方向の長さ
 Δy : 計算格子の y 方向の長さ
 Δt : 時間刻み
 X_r : 絞り部後端から再付着点までの距離
 A_r : 絞り部アスペクト比 $= L/b$
 S_r : 絞り比 $= 1 - (b/B)$

2. シミュレーションの仮定

血管内の血流状態を管内流れとして流体力学的にシミュレーションする場合、流れのパターン、 Re 数、および管の伸展性などの各因子の仮定あるいは条件範囲は、対象となる疾病の発生部位によって異なる。臨床報告によると生体血管系に発生する狭窄後流の局部膨張は動脈、細動脈に多発するとしている。動脈においては管の伸展性は大きく、流れに対する管壁の拍動性の影響は無視しえなく、流れも脈動流として取り扱う必要がある。また生体 Re 数範囲は一般的に時間平均 110~850 度とされている⁸⁾。一方細動脈においては流れのパターンは定常

成分が強くなり、ほぼ準定常流と考えられる。この部位の生体 Re 数範囲は一般的に0.5~110の値を用いている⁹⁾。動脈、細動脈は大動脈から枝分れたもので、しかも末梢に行くに従い分岐間隔は短くなっている。これにより断面速度分布は境界層が管中心までおよぶ層流形を呈する。一般的に準定常な流れを示す細動脈内では、血流は非圧縮性ニュートン流体であると考えられている⁹⁾。

以上のことを考慮して本解析では次の仮定および条件のもとに計算を行なった。

〔仮定〕

- (1) Fig. 3.1 に示すような二次元流路に対称な矩形状の絞り（狭窄）部を有する流れ場を考える。
- (2) 流体は非圧縮性ニュートン流体として、等温で外力は作用せずに流れているものとする。
- (3) 絞り部上流の近寄り流れ（計算領域の入口境界）は層流形の十分に発達した流れで時間的に変化せず、中心軸に対し対称な流れとする。

ここで血管内流れを管内流れ（三次元流れ）とせず二次元流路内流れと仮定した理由は次の通りである。

- (1) 三次元流れに比べ二次元流れは現象的に単純であり、計算結果の正否を検証するための実験結果との比較が容易である。
- (2) 血管内の流れを二次元流れとして解析しても、絞り部後流の流れ特性、特に剝離泡の形態、渦度分布、断面速度分布、および再付着点に対する絞り比、絞り部アスペクト比、および Re 数の影響について定性的にかなりの部分を明らかにすることができる。
- (3) 二次元流れとして検討した結果は三次元流れ解析の基礎となり、三次元流れを解析する際の種々の境界条件の決め方、および計算結果に対する一つの検証法として有意義である。

流れのパターンは細動脈内の血流を考え定常流として仮定したが、拍動流として仮定した計算結果については

別の報告に回す。

〔計算条件〕

- (1) $Re (= u_{\max} \times B/\nu) = 10 \sim 500$
- (2) 絞り比 ($S_r = 1 - b/B$) = 0.4~0.75
- (3) 絞り部アスペクト比 ($A_r = L/b$) = 0.25~2.00

3. 数値解析法

本解析では数値解析法として、計算精度に優れている中心差分と、移動性および保存性を備えた風上差分を採用し、両者の比較検討を行った。具体的には基礎変数として ψ , ζ で表される渦度輸送方程式をテラ展開し、空間に二次の中心差分、時間に一次の前進差分を適用する FTCS (Forward-Time, Centerd-Space) 法と、基礎変数として u , v , p をもつ運動方程式を差分化して対流項に二次の風上差分を適用した SOLA 法を用いた。Fig. 3.1 に絞り部を有する二次元流路の解析モデルを示している。

以下に基礎式と (ψ , ζ) および (u , v , p) 変数の場合の差分化、初期条件、境界条件を示す。

3.1 基礎方程式

基礎式を以下に示す。

連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

運動方程式 (Navier Stokes 方程式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

流れ関数： ψ

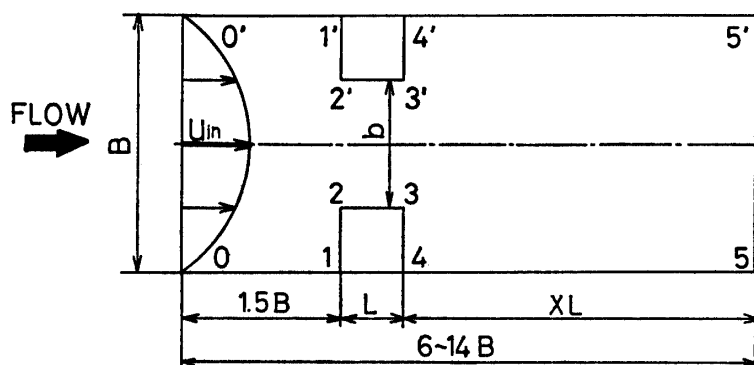


Fig. 3.1 Computational geometry of two dimensional duct.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad -v = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.4)$$

渦度： ζ

$$\zeta = -\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right) = -\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.5)$$

ここで、以後各値は以下のように無次元化した値を用いる。

代表流速 u_{in} (入口最大流速)

代表寸法： B (流路幅)

$$x^* = x/B \quad y^* = y/B$$

$$u^* = u/u_{in} \quad v^* = v/u_{in}$$

$$t^* = t \cdot u_{in}/B \quad \nu^* = \nu/u_{in} \cdot B = 1/Re$$

なお、以後“*”は省略して用いる。

3.2 (ϕ, ζ) による方法

3.2.1 差分化

式 (3.2), (3.3) の運動方程式を渦度、流れ関数を用いて渦度輸送方程式に変換する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Fig. 3.2 にこの方法で用いるメッシュを示す。流れ関数と渦度はメッシュの交点で定義し、流れ関数と渦度を未知数とする連立方程式を解く。

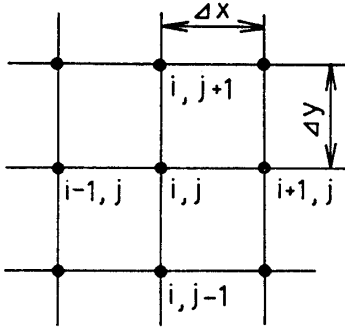


Fig. 3.2 Schematic diagram of a FTCS computational cell.

計算領域の x, y 方向をそれぞれ $\Delta x, \Delta y$ の微小格子に分け、時間を Δt で区切り、時刻 $t = t_0 + n\Delta t$ における ϕ_i^n, ζ_i^n を解く。差分は、テーラ展開により空間に2次の中心差分、時間に1次の前進差分を適用するFTCS法¹⁰⁾を用いると、式 (3.5), (3.6) は以下のよう表される。

$$\begin{aligned} \zeta_{i,j}^{n+1} = \zeta_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{4\Delta x\Delta y} \\ \times \{ (\phi_{i+1,j}^n - \phi_{i-1,j}^n) (\zeta_{i,j+1}^n - \zeta_{i,j-1}^n) \\ - (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n) (\zeta_{i+1,j}^n - \zeta_{i-1,j}^n) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \frac{\Delta t}{Re\Delta x^2} (\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i-1,j}^n - 2\zeta_{i,j}^n) \\ + \frac{\Delta t}{Re\Delta y^2} (\zeta_{i,j+1}^n + \zeta_{i,j-1}^n - 2\zeta_{i,j}^n) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{n+1} = -\frac{1}{\Delta x^2} (\phi_{i+1,j}^n + \phi_{i-1,j}^n - 2\phi_{i,j}^n) \\ - \frac{1}{\Delta y^2} (\phi_{i,j+1}^n + \phi_{i,j-1}^n - 2\phi_{i,j}^n) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{n+1} = \frac{\Delta y^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)} \{ \Delta x^2 \zeta_{i,j}^{n+1} + \phi_{i+1,j}^{n+1} \\ + \phi_{i-1,j}^{n+1} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 (\phi_{i,j+1}^{n+1} + \phi_{i,j-1}^{n+1}) \} \end{aligned} \quad (3.9)$$

ここで、式 (3.9) には $\phi_{i,j+1}^{n+1}, \phi_{i,j-1}^{n+1}$ の未知数が含まれている。これをSOR法 (Successive Over Relaxation: 逐次過緩和法) により次式を反復計算することによって $\phi_{i,j}^{n+1}$ を得る。反復回数を k とすると

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{i,j}^{k+1} = \frac{\Delta y^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)} \{ \Delta x^2 \zeta_{i,j}^{k+1} + \phi_{i+1,j}^k + \phi_{i-1,j}^k \\ + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 (\phi_{i,j+1}^k + \phi_{i,j-1}^k) \} \end{aligned} \quad (3.9')$$

$$\phi_{i,j}^{k+1} = \hat{\phi}_{i,j}^{k+1} + \omega (\hat{\phi}_{i,j}^{k+1} - \phi_{i,j}^k) \quad (3.10)$$

ただし、±の記号の+は絞り部上壁面を、-は絞り部下壁面、 ω は加速係数で $1 \leq \omega < 2$ の値とする。 $\phi_{i,j}^{k+1} \rightarrow \phi_{i,j}^k$ となった時の値を $\phi_{i,j}^{n+1}$ とする。今回は $\omega=1$ を用いた。

3.2.2 境界条件および初期条件

(a) 入口の境界条件

計算領域の入口境界における速度分布を、以下の式で表せるものとする。

$$u(y) = 4y(1-y) \quad (3.11)$$

この速度分布より、流れ関数と渦度は次式となる。

$$\phi = 4y^2 \left(0.5 - \frac{y}{3} \right) \quad (3.12)$$

$$\zeta = 4(2y-1) \quad (3.13)$$

(b) 壁面の境界条件

下方壁面 012345 に沿っての流れ関数 ϕ は

$$\phi = 0 \quad (3.14)$$

上方壁面 0'1'2'3'4'5' に沿っての流れ関数 ϕ は

$$\phi = 1 \quad (3.15)$$

とする。

壁面上では

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (3.16)$$

$$v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (3.17)$$

となる。

次に壁面での渦度の条件を求める。最初に絞り部で y 方向に伸びる壁面について考える。ここで±の記号にお

いて+を絞り部出口壁 w から1メッシュ下流側のメッシュ $w+1$ における計算を、-を絞り部入口壁 w から1メッシュ上流側のメッシュ $w-1$ における計算をそれぞれ示すこととすれば、絞り部出口壁面および入口壁面($w \pm 1, j$)における流れ関数は次式で表される。

$$\psi_{w \pm 1, j} = \psi_{w, j} \pm \Delta x \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{w, j} + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)_{w, j}$$

ここで、式(3.17)の関係を用いると

$$\psi_{w \pm 1, j} = \psi_{w, j} + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)_{w, j} \text{ となる。}$$

また、 y 方向の壁面上では $\partial u / \partial y = 0$ となるから、この関係を式(3.5)に代入すると

$$\zeta_{w, j} = - \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_{w, j} = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)_{w, j} \text{ となる。}$$

よって、

$$\psi_{w \pm 1, j} = \psi_{w, j} - \frac{\Delta x^2}{2} \zeta_{w, j}$$

となり、

絞り部入口部で y 方向に伸びる壁面での渦度の条件は次式で表される。

$$\zeta_{w, j} = \frac{2(\psi_{w, j} - \psi_{w \pm 1, j})}{\Delta x^2} \quad (3.18. a)$$

ただし±の記号の+は絞り部出口壁面を、-は絞り部入口壁面を表す。

次に流路および絞り部で x 方向に伸びる壁面での渦度の条件を求める。±の記号において、+は下壁面 w から1メッシュ上方のメッシュ $w+1$ における計算を、-は上壁面 w から1メッシュ下方のメッシュ $w-1$ における計算をそれぞれ示すこととすれば、流路および絞り部の上下壁面($i, w \pm 1$)における流れ関数は次式で表される。

$$\psi_{i, w \pm 1} = \psi_{i, w} \pm \Delta y \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_{i, w} + \frac{\Delta y^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)_{i, w}$$

ここで、式(3.16)の関係から

$$\psi_{i, w \pm 1} = \psi_{i, w} + \frac{\Delta y^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)_{i, w} \text{ となる。}$$

さらに、 x 方向の壁面上では $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ となるからこの関係を式(3.5)に代入すると

$$\zeta_{i, w} = - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{i, w} = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right)_{i, w} \text{ となる。}$$

よって、

$$\psi_{i, w \pm 1} = \psi_{i, w} - \frac{\Delta y^2}{2} \zeta_{i, w}$$

となり、

流路および絞り部で x 方向に伸びる上下壁面の渦度の条件は次式で表される。

$$\zeta_{i, w} = \frac{2(\psi_{i, w} - \psi_{i, w \pm 1})}{\Delta y^2} \quad (3.18. b)$$

ただし±の記号の+は下壁面、-は上壁面の条件を表す。

(c) 出口の境界条件

計算領域の出口境界において、流れは上流側の格子から直線的に変化するものとみなし、次式のように外挿する。

$$\phi_{i, j} = 2\phi_{i-1, j} - \phi_{i-2, j} \quad (3.19. a)$$

$$\zeta_{i, j} = 2\zeta_{i-1, j} - \zeta_{i-2, j} \quad (3.19. b)$$

初期状態では、計算領域の入口と同様の状態が、計算領域の出口まで続いているものとし、絞り部壁面には非絞り部壁面と同様の値を与えている。

(d) 角の境界条件

絞り部入口の角では喉部下壁面の流れ関数は、 $\phi_{i+1, j} = \phi_{i, j-1} = \phi_{i, j} = 0$ となり、式(3.8)より

$$\zeta_{i, j} = - \frac{1}{\Delta x^2} \phi_{i-1, j}^n - \frac{1}{\Delta y^2} \phi_{i, j+1}^n \quad (3.20. a)$$

喉部上壁面の流れ関数は、 $\phi_{i+1, j} = \phi_{i, j+1} = \phi_{i, j} = 0$ となり、式(3.8)より

$$\zeta_{i, j}^n = - \frac{1}{\Delta x^2} \phi_{i-1, j}^n - \frac{1}{\Delta y^2} \phi_{i, j-1}^n \quad (3.20. b)$$

絞り部出口の角では喉部下壁面の流れ関数は、 $\phi_{i-1, j} = \phi_{i, j-1} = \phi_{i, j} = 0$ となり、式(3.8)より

$$\zeta_{i, j} = - \frac{1}{\Delta x^2} \phi_{i+1, j}^n - \frac{1}{\Delta y^2} \phi_{i, j+1}^n \quad (3.20. c)$$

喉部上壁面の流れ関数は、 $\phi_{i-1, j} = \phi_{i, j+1} = \phi_{i, j} = 0$ となり、式(3.8)より

$$\zeta_{i, j}^n = - \frac{1}{\Delta x^2} \phi_{i+1, j}^n - \frac{1}{\Delta y^2} \phi_{i, j-1}^n \quad (3.20. d)$$

3.3 (u, v, p) による方法

3.3.1 差分法

Fig. 3.3 に SOLA⁽¹¹⁾ で用いるメッシュを示す。メッ

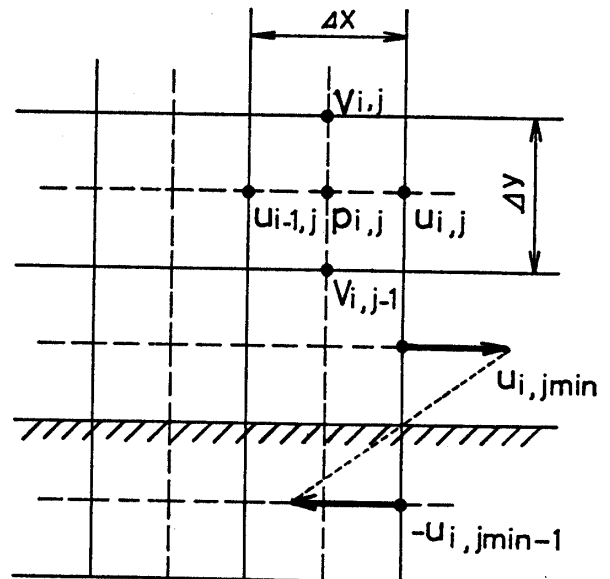


Fig. 3.3 Schematic diagram of a SOLA computational cell.

シュはスタガード・メッシュを用い、解析領域周辺には境界セルを層状に設ける。また、流速 u 、 v はセルの中心で定義し、圧力 p はセルの中心で定義する。

ある時刻 (n) における速度と圧力が既知である場合、時刻 ($n+1$) における速度と圧力は以下ようになる。

連続の式において、各セル内の質量は保存されると式 (3.1) は

$$\frac{1}{\Delta x}(u_{i,j}^{n+1} - u_{i-1,j}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta y}(v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n+1}) = 0 \quad (3.21)$$

運動方程式は、まず時間と圧力の項を前進差分法により差分化すると次式が得られる。

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \Delta t \left[\frac{1}{\Delta x}(p_{i,j}^n - p_{i+1,j}^n) - FUX^n - FUY^n + VISX^n \right] \quad (3.22)$$

$$v_{i,j}^{n+1} = v_{i,j}^n + \Delta t \left[\frac{1}{\Delta y}(p_{i,j}^n - p_{i,j+1}^n) - FVX^n - FVY^n + VISY^n \right] \quad (3.23)$$

p は密度 ρ で割った値である。対流項を FUX , FUY , FVX , FVY とし粘性項は $VISX$, $VISY$ とする。対流項は、“第2次風上差分” (ドナ・セル差分とも呼ぶ) を適用し、粘性項は $VISX$, $VISY$ とし中心差分を用いると、次式で表される。

$$FUX^n = \frac{1}{4\Delta x} [(u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n)^2 + \alpha |u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n| (u_{i,j}^n - u_{i+1,j}^n) - (u_{i-1,j}^n + u_{i,j}^n)^2 - \alpha |u_{i-1,j}^n + u_{i,j}^n| (u_{i-1,j}^n - u_{i,j}^n)] \quad (3.24)$$

$$FUY^n = \frac{1}{4\Delta y} [(v_{i,j}^n + v_{i,j+1}^n)(u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n) + \alpha |v_{i,j}^n + v_{i,j+1}^n| (u_{i,j}^n - u_{i,j+1}^n) - (v_{i,j-1}^n + v_{i,j}^n)(u_{i,j-1}^n + u_{i,j}^n) - \alpha |v_{i,j-1}^n + v_{i,j}^n| (u_{i,j-1}^n - u_{i,j}^n)] \quad (3.25)$$

$$FVX^n = \frac{1}{4\Delta x} [(u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n)(v_{i,j}^n + v_{i,j+1}^n) + \alpha |u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n| (v_{i,j}^n - v_{i,j+1}^n) - (u_{i-1,j}^n + u_{i,j}^n)(v_{i-1,j}^n + v_{i,j}^n) - \alpha |u_{i-1,j}^n + u_{i,j}^n| (v_{i-1,j}^n - v_{i,j}^n)] \quad (3.26)$$

$$FVY^n = \frac{1}{4\Delta y} [(v_{i,j}^n + v_{i,j+1}^n)^2 + \alpha |v_{i,j}^n + v_{i,j+1}^n| (v_{i,j}^n - v_{i,j+1}^n) - (v_{i,j-1}^n + v_{i,j}^n)^2 - \alpha |v_{i,j-1}^n + v_{i,j}^n| (v_{i,j-1}^n - v_{i,j}^n)] \quad (3.27)$$

$$VISX^n = \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{\Delta x} (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n) \right] \quad (3.28)$$

$$VISY^n = \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{\Delta y} (v_{i,j+1}^n - 2v_{i,j}^n + v_{i,j-1}^n) \right] \quad (3.29)$$

ここで α は、 $\alpha=0$ の時に対流項の空間差分は中心差分になり、 $\alpha=1$ のときに風上差分となる。両者の差分はそれぞれ特徴を持っており、中心差分の場合には打ち切り誤差に関して2次の精度を持っているが移動性を所有しない。風上差分の場合、移動性と保存性を備え、また今回使用した差分では中心差分における2次精度と類似した正確度を備えている。この両者の特徴を重み係数 α によって混合させ計算を安定化させている。今回は、 $\alpha=0.5$ を用いる。

粘性項の差分化は、移動性を必要としないため、精度の良い中心差分法を用いる。

式 (3.22), (3.23) より求められた流速は、一般に連続の式を満足しないはずである。その満足しない分を発散 D とし、連続の式より次式で表される。

$$D_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{\Delta x}(u_{i,j}^{n+1} - u_{i-1,j}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta y}(v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n+1}) \quad (3.30)$$

$D < 0$ の場合、セル内に質量の流込みが生じ、 $D > 0$ であれば流出に対応する。そこで D を零に近づけるように圧力を調整し連続の式を満足させる。この調整するべき圧力の増分 δp は次式により求められる。

$$\delta p_{i,j}^k = -D_{i,j}^k \omega / \left\{ 2\Delta t \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right\} \quad (3.31)$$

ω は加速係数であり収束時間を短縮させる為に用いる。ここで得られた反復回数 ($k+1$) における速度と圧力は次のように修正される。

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{k+1} &= u_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta p_{i,j}^k \\ u_{i-1,j}^{k+1} &= u_{i-1,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \delta p_{i,j}^k \\ v_{i,j}^{k+1} &= v_{i,j}^k + \frac{\Delta t}{\Delta y} \delta p_{i,j}^k \\ v_{i,j-1}^{k+1} &= v_{i,j-1}^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} \delta p_{i,j}^k \\ p_{i,j}^{k+1} &= p_{i,j}^k + \delta p_{i,j}^k \end{aligned} \quad (3.32)$$

この計算を全てのセルにおいて連続の式が満足されるまで反復計算を行う。

3.3.2 境界条件および初期条件

境界条件を設定するために、解析領域周辺に境界セルを層状に設けてある。

入口における速度分布は層流型分布とする。

u : 式 (3.11) と同様

v : 0

ここで、入口では発散 $D=0$ とするために入口から2個

目のメッシュ点まで上記の値で固定する。

壁面は、すべりのない壁面、つまり $u=v=0$ とした。SOLA において u はセルの midpoint で定義されているため、壁面において $u=0$ にするためには壁面の外側に設けた境界セルに、壁面内の速度と逆の速度を入れる手法を用いた。

即ち上壁の u を求めるためには $u_{i,j,\max} = -u_{i,j,\max+1}$ の条件を用い、下壁の u を求めるためには $u_{i,j,\min} = -u_{i,j,\min-1}$ の条件を用いた。喉部壁面も同様に与える。

計算領域の出口境界において、流れは上流側の格子から直線的に変化するものとみなし、次式で表す。

$$u_{i,\max,j} = 2u_{i,\max-1,j} - u_{i,\max-2,j},$$

$$v_{i,\max,j} = 2v_{i,\max-1,j} - v_{i,\max-2,j}.$$

初期状態では、 (ϕ, ζ) と同様に入口の状態が出口まで続いているものとし、喉部壁面では $u=v=0$ としている。

4. 計算結果に対するメッシュ、時間刻み、計算領域および y 方向の計算の進め方の影響

本章では本計算の前段階として絞り部の寸法および流れの条件などの計算条件に最適な(1)移動性、運動量の保存性、および解の打ち切り誤差に関連する時間進行における時間刻み (Δt)、(2)計算格子の大きさ ($\Delta x, \Delta y$)、(3)計算領域の大きさ、および(4) y 方向の計算を進める順序について数値および方法を検討する。

4.1 メッシュの影響

Fig. 4.1 の(a), (b), (c)は $S_r=0.75$, $A_r=1.0$ で $Re=500$ における流線、渦度、および速度ベクトルに対するメッシュ数の影響について、正方形格子を用いたメッシュ数 ($i \times j$) = 401 × 51, 801 × 101, 1001 × 126 の3種類を例にとり FTCS 法により検討したものである。この解析条件における絞り部後流の流れは非対称流になっている。さらに流れの非対称性はメッシュ数によって異なっている。ここでは絞り部後流の左右壁において流れが

最初に付着した剥離泡に注目する。流線から見た場合、(a), (b)を比較するとメッシュ数の少ないほうが計算経過時間に対する剥離泡の成長は僅かに早く、その大きさは現象として解が安定した段階において、メッシュ数の多い場合より少ないメッシュ数において多少大きくなっている。しかし(b), (c)を比較すると計算経過時間の早い段階においては計算結果に若干の違いが生ずるが、現象として解が安定した段階においては、メッシュ数による計算結果の違いは生じていない。次いで渦度では絞り部入口角付近、絞り部後流における剥離泡内の壁面付近にメッシュ数による差が見られる。(a), (b)を比較すると絞り部入口角付近ではメッシュ数の多いほうが等渦度線は連続しているが、メッシュ数の少ない場合の等渦度線は不連続になっている。剥離泡内の壁面付近の渦度はメッシュ数の多いほうが大きい値になっている。この理由としてはこの付近の渦度変化の勾配が大きく、少ないメッシュでは急激な渦度変化に追従できないためと考えられる。一方(b), (c)を比較すると流線の場合と同様にメッシュ数による計算結果の差は生じていない。速度ベクトルを見ると流線の場合と同様(a)と(b)の間には計算結果に差が生じているが、(b)と(c)を比較すると同じ結果が得られている。メッシュ数が 801 × 101 以上になると計算時間は大幅に増大する。よって今回の解析では絞り部後流の再付着点と再付着点の挙動に影響を及ぼす剥離泡内の渦の性質を検討する目的からメッシュ数を 801 × 101 として本計算を行なった。

4.2 時間刻み Δt の影響

Fig. 4.2 は $S_r=0.5$, $A_r=0.5$, $Re=200$ において、FTCS 法による計算時間進行における時間刻み Δt を変えたときの再付着点の時間的变化を示している。 Δt は 1×10^{-4} , 5×10^{-4} , 1×10^{-3} , 5×10^{-3} , 1×10^{-2} の5種類の値を用いる。再付着点の計算経過時間による変化量は、計算の初期において Δt が大きいほど増している。このことにより計算初期において再付着点が下流側壁から急激に上流側壁に移行する結果の原因になっている剥離泡

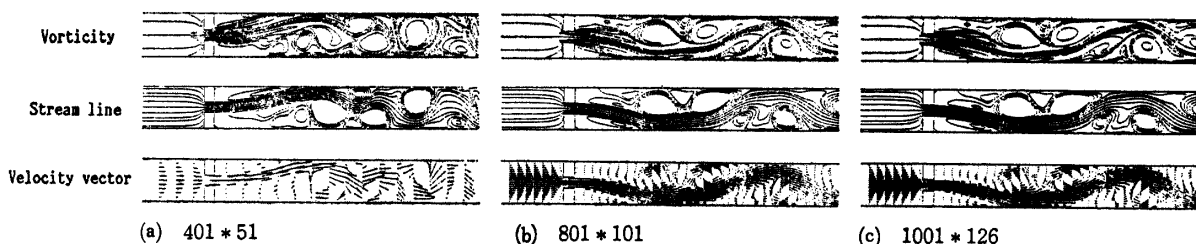


Fig. 4.1 Effect of meshes on the vorticity, stream line and velocity vector.
($S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $Re=500$, $\Delta t=0.001$, $t=20$, $C_R=8B$)

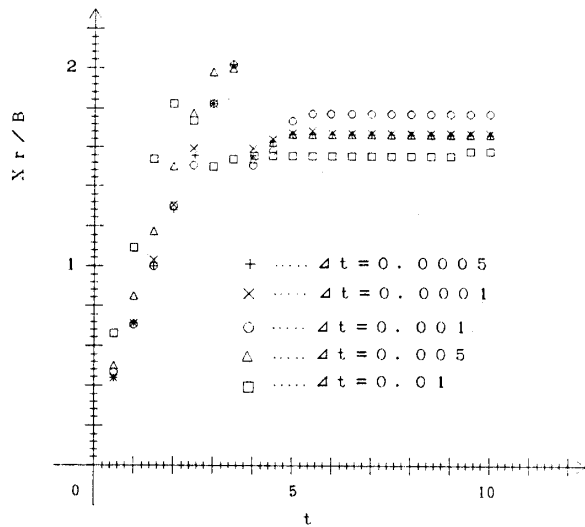


Fig. 4.2 Effect of time steps on the reattachment point.
($S_r=0.5$, $A_r=0.5$, $Re=200$, mesh=401*51, $C_R=8B$)

後端からの渦の放出が見られる計算経過時間も Δt が大きいほど早くなっている。さらに再付着点が時間的変動なく一定したときの位置においては、 $\Delta t \geq 1 \times 10^{-3}$ までは Δt が小さいほど下流側に位置することが解る。しかし $\Delta t < 1 \times 10^{-3}$ になると逆に再付着点は上流側に位置する。図には示されていないが $S_r=0.75$, $Re=500$ の場合は $\Delta t=1 \times 10^{-4}$, 5×10^{-4} , 1×10^{-3} の3条件において

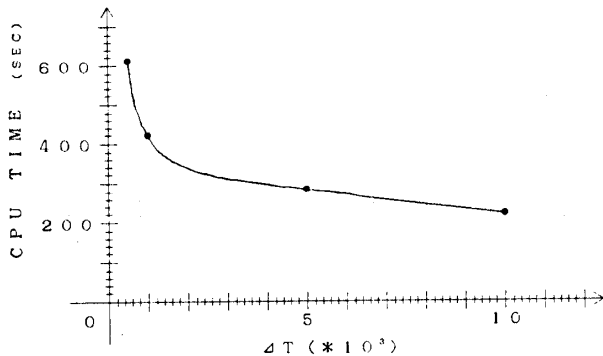


Fig. 4.3 Effect of time steps on the CPU time.
($S_r=0.5$, $A_r=0.5$, $Re=200$, mesh=801*101)

再付着点はほぼ一定の計算結果が得られていることから上記計算条件における $\Delta t=1 \times 10^{-4}$, 5×10^{-4} は小さすぎるため人工粘性の影響を受けているものと考えられる。これらの計算の CPU 時間を Fig. 4.3 に示す。時間刻みを $\Delta t=1 \times 10^{-3}$ より小さくすると計算の CPU 時間は急激に増加する。また $\Delta t=5 \times 10^{-3}$ 付近からは Δt が大きくなっても計算の CPU 時間は僅かしか短縮できない。 Δt を大きくしすぎると解は不安定になり、小さくしすぎると人工粘性係数の影響を受ける。一般的に計算の安定条件として次式がよく用いられる¹⁰⁾。

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) + \frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y}}$$

Δt の値によって計算結果に影響を及ぼさないような Δt の決め方は、 $S_r=0.5$ までは上式を参考にしたが、 $S_r \geq 0.6$ では種々の Δt の検討から上式から得られる Δt より 20~45% 小さな値を用いた。

4.3 計算領域の影響

絞り部を有する流路内の流れの数値解析を行なう場合、絞り部の上流側および下流側の計算領域の長さ (XL) は計算結果に大きく影響を与える。従って解析するには計算結果を安定化させ、しかも実験結果と一致するような計算領域の最適な範囲を決定する必要がある。上流側の計算領域長さは、本解析のすべての条件において流路幅 B の 1.5 倍以上にすれば絞り部内および絞り部後流の流れの数値計算結果に影響を与えないことを確認した。

次いで下流側の計算領域について検討する。Fig. 4.4 の(a), (b)は $S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $Re=500$ において絞り部後流の計算領域の長さ (XL) を変えた場合の流線と渦度の計算結果を示している。流線を詳細に検討すれば下壁における最初の再付着点には差は見られないが、上下壁の剝離泡内の渦あるいは再付着点より下流側における渦の様子は僅かではあるが異なっている。渦度分布を見ても計算領域の設定の仕方により渦度計算結果に僅差が生じていることが分かる。これらのことは絞り部後流の計算領域長さに対して計算領域出口の境界条件が十分満足しているか否かが大きく影響しているものと考えられ

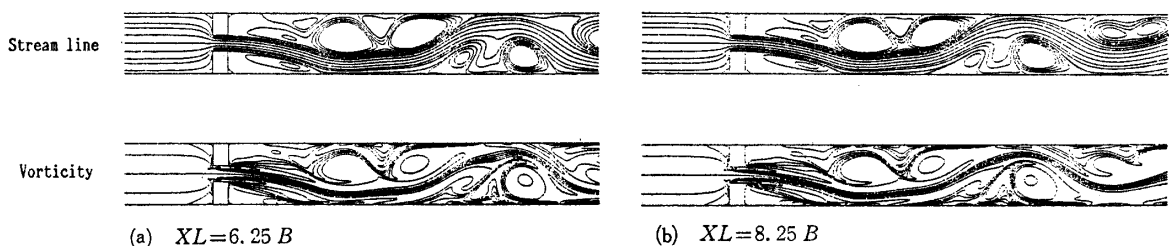


Fig. 4.4 Effect of computational regions at distal to the constriction on the stream line and vorticity.
($S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $Re=500$, $\Delta t=0.001$, $t=20$, mesh=801*101)

る。従って本解析における計算領域出口境界条件を考慮した場合、絞り部後流の計算領域は計算領域出口において過度が小さく、しかも流線あるいは速度ベクトルから求まる再付着点に影響を与えない程度の長さが最低必要であると判断した。絞り部後流の計算領域長さは Re 数、絞り比、および絞り部アスペクト比によって異なるが、本解析では計算条件を考慮して最大 $XL=12B$ とした。

4.4 解析方法の比較

Fig. 4.5 の(a), (b), (c)は $S_r=0.5$, $A_r=0.5$, $Re=200$ において (ϕ, ζ) 法における y 方向の半分の領域を解いた流れ、計算領域全体を解いた流れ、および SOLA による計算領域全体を解いた流れの数値計算結果を示している。この場合どの解析方法を用いても同様な結果が得られている。Fig. 4.6 の(a), (b), (c)は $S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $Re=300$ において上記3種類の解析方法による計算結果を比較したものである。 y 方向の半分の領域を解いた結果によると流線から得られる絞り部後流の剥離泡長さは他の2方法による計算結果より大きくなっている。しかし (ϕ, ζ) 法によって y 方向の全体領域について解いた流れと、SOLAによる y 方向の全体領域について解いた流れの計算結果と一致している。

ところで $Re \geq 300$ では計算領域全体で解いた場合、絞り部後流の流れは非対称になるが、この原因としてはコンピュータによる計算の途中で発生する打ち切り誤差や丸め誤差、および計算の進め方などの非対称要因が考えられる。Fig. 4.7 は (ϕ, ζ) 法により計算領域全体について解いた場合に非対称流の結果が得られるものを、計算の進め方により絞り部後流の流れが対称流になる例を示している。より対称流に近づける計算の進め方としてはまず $\phi_{i,j}$, $\zeta_{i,j}$ の y 方向の計算において $j=1 \rightarrow j_{\max}$ を繰り返すのではなく、 $i=1$ のときに $j=1 \rightarrow j_{\max}$, $i=2$ のときに $j=j_{\max} \rightarrow 1$ というように下流方向に計算を進める際に y 方向の計算方向を交互に行なう。この方法によるとかなり高いレイノルズ数まで対称な流れの解を得ることができ、計算領域として y 方向の半分の領域を

解いた結果と等しくなる。一般に実際の現象においては、装置全体の加工精度の問題や周囲の環境などにより流れには非対称要因となる若干のじょう乱が含まれており本解析条件における $S_r=0.75$, $Re > 200$ の場合の絞り部後流の流れにおいては対称な流れは発生しがたく非対称流となる。このことは流れの可視化実験結果からも確認されている。よって本研究では絞り部後流の流れの性質に対する各計算条件の影響を検討する際、強制的に対称流にする計算手法は用いなかった。しかしこの計算の進め方を用いた結果に対して、その後意図的に絞り部上流

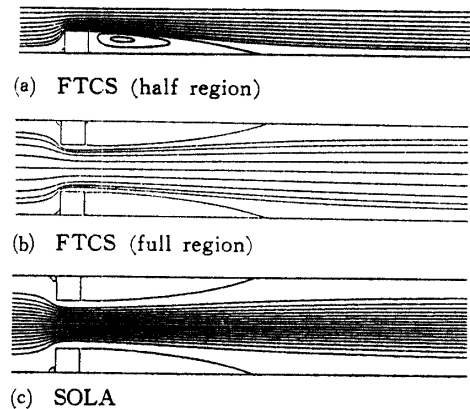


Fig. 4.5 Effect of analysis methods on the stream line. ($S_r=0.5$, $A_r=0.5$, $Re=200$, $t=15$)

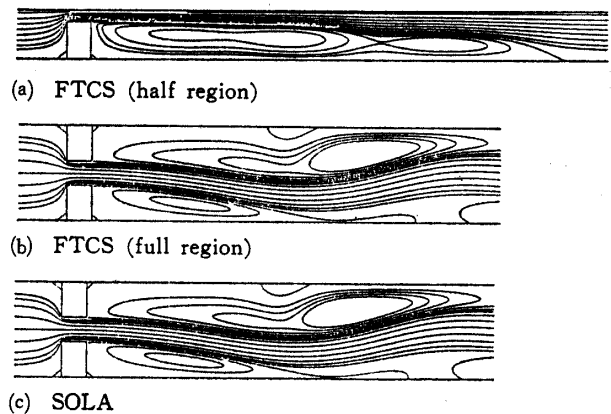


Fig. 4.6 Effect of analysis methods on the stream line. ($S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $Re=300$)

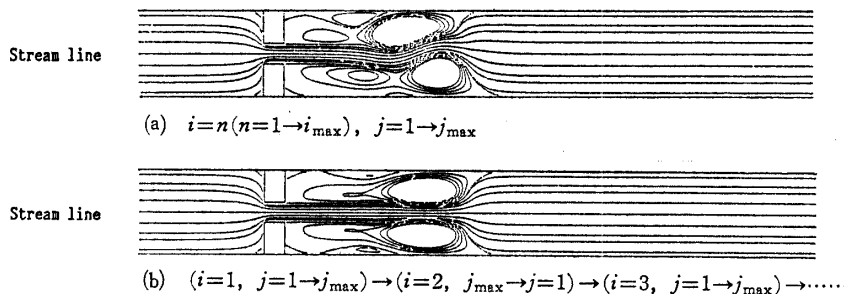
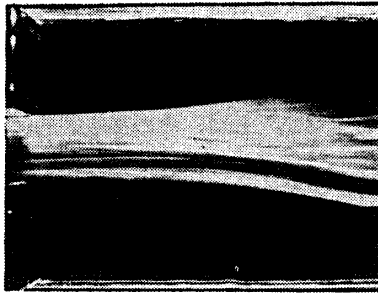


Fig. 4.7 Effect of computational directions of Y axis on the stream line. ($S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $Re=400$, $\Delta t=0.001$, $t=1.5$, mesh=401 * 51, $C_R=8B$)



(a) Computational effect


 $Re=200$

 $Re=500$

(b) Flow visualization

Fig.4.8 Comparison of computational effect and flow visualization.

にじょう乱条件を与えた計算結果が実験結果と一致する場合、実験における流れのじょう乱割合を積極的に評価する一方法として利用できることを確認している。この詳細については別の報告に回す。

図には示していないが、 $S_r=0.5$, $A_r=0.5$, $Re=200$ の場合、FTCS による (ϕ, ζ) 法により得られた計算結果では、 $t=8$ 以降において再付着点は $X_r/B=1.8$ 付近で安定する。このときの計算に要する CPU 時間は約 55 分である。これに対し SOLA の場合、解が安定するのは $t=18$ 付近であり、CPU 時間は約 62 分となった。また解が安定した段階では両解析法によって求められた再付着点は一致した。 $Re=300$, $S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $Re=300$ の場合、FTCS による (ϕ, ζ) 法により得られた計算結果では、絞り部後流の下壁における再付着点に注目した場合、最初 $t=12$ 以降では再付着点の変動振幅は減少し僅かな時間的変動を呈する再付着点が見られる。 $t=30$ までの計算に要する CPU 時間は約 110 分である。SOLA の場合においては $t=15$ 付近でも剥離泡後端からの渦の放出などにより再付着点の変動は大きい、その後は FTCS の場合と同様に再付着点の変動振幅は減少し僅かな時間的変動を呈する再付着点が見られる。また $t=30$ までの CPU 時間は約 125 分である。以上の結果より (ϕ, ζ) 法による計算結果のほうが計算時間、解の安定性から考えて良い結果が得られることから次章で検討される絞り部後流の流れに対する各計算条件ごとの数値解析法としては FTCS による (ϕ, ζ) 法を用いた。

4.5 計算結果の流線と可視化実験結果との比較

Fig.4.8 は $S_r=0.75$, $A_r=1.0$, において $Re=200$ の場合と $Re=500$ の場合の計算によって得られた流線と水素気泡法およびインクを用いたトレーサ法による可視化実験結果とを比較した一例を示したものである。可視化結果を見ると $Re=200$ ではほぼ対称な流れになっており、 $Re=500$ では絞り部後流の流れには偏流が見られ、偏った側の再付着点は絞り部出口後 $(1.4 \sim 1.7) B$ であった。一方計算結果では計算領域全体を解いたものは可視化実験結果と同様に狭窄後流の流れは非対称流であり、再付着点は $(1.5 \sim 1.7) B$ となり実験結果と良い対応を示した。また可視化写真では不鮮明であるが $Re=500$ の場合、再付着点より少し上流の壁面付近にも大きな渦が発生していることが確認できる。 y 方向の半分の領域で解いた計算結果では再付着点は $(7 \sim 8) B$ となり、可視化実験結果と著しく異なる。したがって絞り部後流の流れが非対称流の場合には計算領域全体について解く必要がある。

5. 計算結果

5.1 絞り比の影響

絞り部アスペクト比 $A_r=1.0$, $Re=300$ の条件において絞り比を変化させたときの再付着点と渦度の絶対値を Fig.5.1 と Fig.5.2 に示す。狭窄後流の流れが対称流である $S_r \leq 0.6$ では絞り比が増加すれば再付着点は下流側に移動する。非対称流になる $S_r=0.75$ では下壁の再付着点は急激に上流側に移動し、上壁の再付着点は

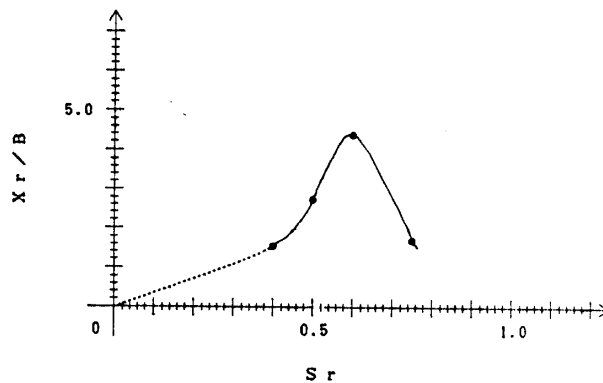


Fig. 5.1 Effect of constriction ratios on the reattachment point. ($A_r=1.0$, $Re=300$, $t=15$)

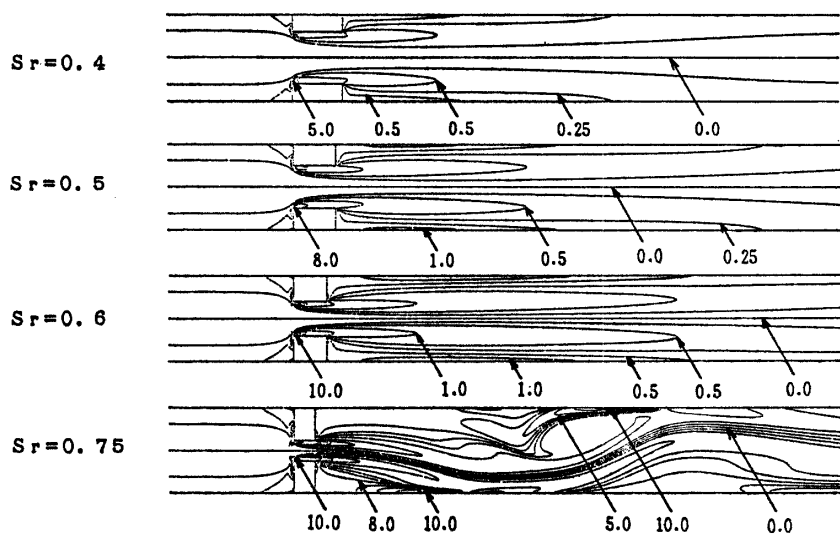


Fig. 5.2 Effect of constriction ratios on the vorticity. ($A_r=1.0$, $Re=300$, $t=15$)

$S_r=0.6$ の場合とほぼ一致する。なお再付着点は渦の下流方向への放出に伴い時間的変動を呈するが特に上壁における再付着点において顕著である。一方渦度においては絞り比が増加するのに伴い絞り部後流の渦度の等値線は下流側に伸び、乱れた流れ場が下流方向に広がることを示している。また絞り部喉部内および絞り部後流の剝離泡内の渦度も絞り比の増加と共に大きくなり、さらに絞り部後流の剝離泡内の渦度の大きい位置は絞り比の増加と共に剝離泡後端に近づく傾向にある。渦度の等値線は絞り部喉部入口と再付着点近傍において密集しており、この2箇所は特に拡散度合いの大きい位置と言える。

5.2 絞り部アスペクト比の影響

絞り比 $S_r=0.5$, $Re=200$ および $Re=300$ において絞り部アスペクト比 $A_r=0.25\sim 2.0$ の範囲で再付着点に対する絞り部アスペクト比の影響を整理したのがFig. 5.3 である。 $A_r=0.6$ 付近までは A_r の増加と共に再付

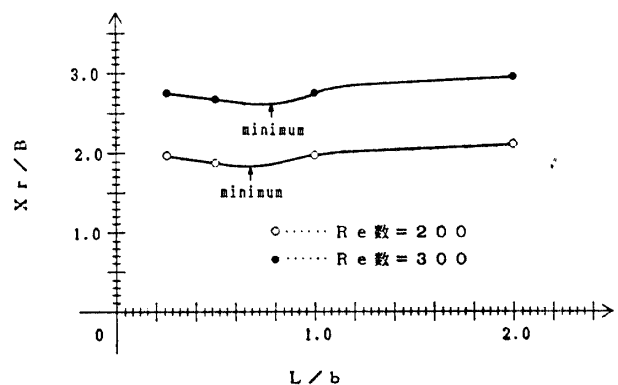


Fig. 5.3 Effect of aspect ratios of constriction on the reattachment point. ($S_r=0.5$, $t=15$)

着点は上流側に移動し、 $A_r>0.65$ になると逆に下流側に移動する傾向にある。次いで絞り部および絞り部後流の速度ベクトルを Fig. 5.4 に示す。 $A_r=0.25$ の場合、絞り部喉部出口付近では絞り部壁面付近の速度ベクトルは軸中心方向に向き、絞りによる縮流が絞り部出口まで

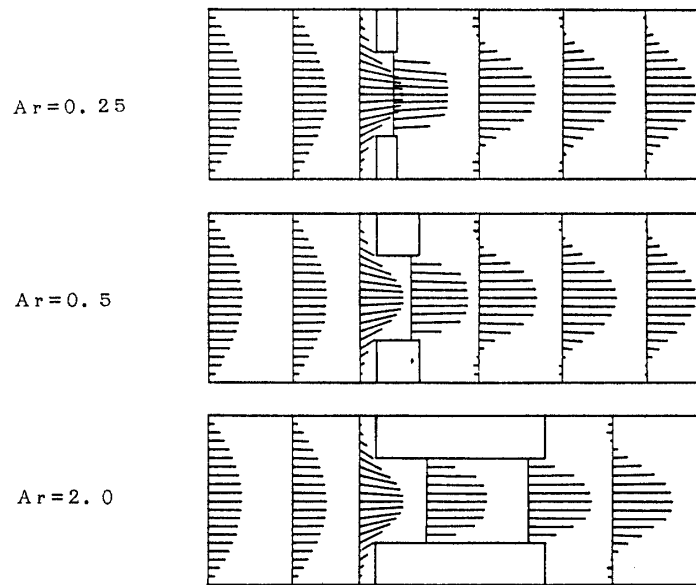
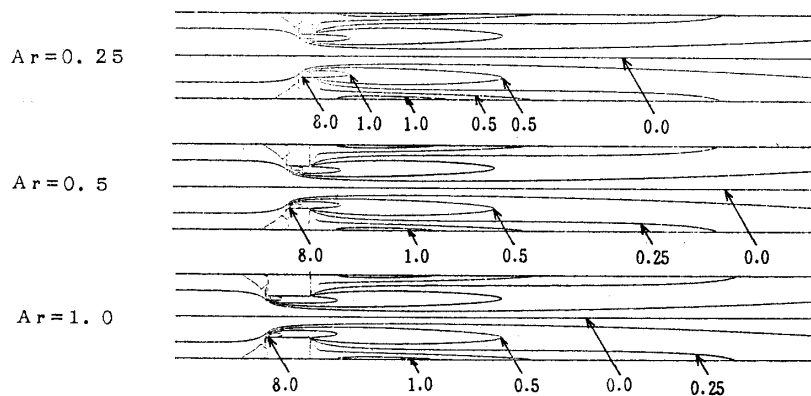


Fig.5.4 Effect of aspect ratios of constriction on the velocity vector.


 Fig.5.5 Effect of aspect ratios of constriction on the vorticity.
 ($S_r=0.5$, $Re=300$, $t=15$)

及び、主流は壁から剥れていることを示している。 $A_r=0.5$ においても絞り喉部出口付近で僅かに軸中心方向に向くベクトルが見られ、絞り部入口端で剥離した流れが絞り部を出たすぐ近くの絞り部後流の壁面に再付着していることを示唆している。 A_r の値が絞り部入口端で剥離した流れが絞り部喉部内壁で再付着せず、絞り部後流の壁面に再付着するような絞り部アスペクト比の範囲では、 A_r が増すにしたがい絞り部後流の再付着点は上流側(絞り部より)に移動する。 $A_r=2.0$ の場合、絞り喉部における速度ベクトルが絞り部長さの約 $1/3$ の位置で壁面に平行になり、絞り部入口端で剥離した流れが絞り喉部の壁面に完全に再付着していることを示している。このような流れパターンの場合には A_r が増すと絞り部後流の再付着点は徐々に下流側に移動する。また $Re=300$ の場合は $Re=200$ の場合と同様な傾向を示しているが、最も絞り部より近い位置は $Re=200$ の場合より下流側

にある。このことは $Re=200$ の場合より $Re=300$ のときの再付着点が下流側にあることと密接な関係があるものと考えられる。一方渦度に対する絞り部アスペクト比の影響を Fig.5.5 に示す。絞り部アスペクト比 $A_r=0.25$, $A_r=0.5$ および $A_r=2.0$ の場合は渦度の等値線において同様な分布を示している。しかし渦度の等値線の下流側への広がり、再付着点の場合と同様に $A_r=2.0$ の場合が最も長く下流側に伸び、 $A_r=0.5$ の場合が最も短い。

5.3 Re 数の影響

$S_r=0.75$, $A_r=1.0$ において Re 数を変化させたときの再付着点を Fig.5.6 に示す。絞り部後流の流れが対称流である $Re=200$ までは Re 数の増加と共に再付着点は下流側へ移動するが、絞り部後流の流れが非対称流になる $Re>200$ では、主流が偏った側の再付着点は Re 数の

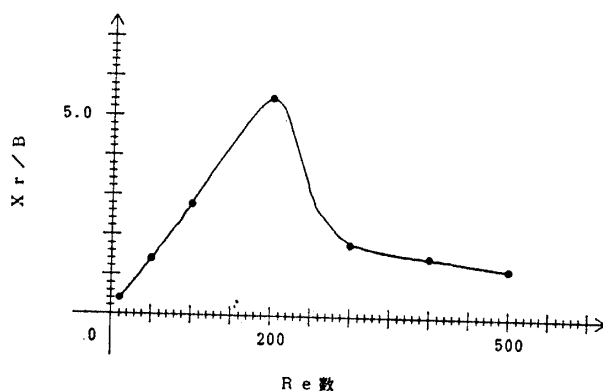


Fig. 5.6 Effect of Reynolds numbers on the reattachment point. ($S_r=0.75$, $A_r=1.0$)

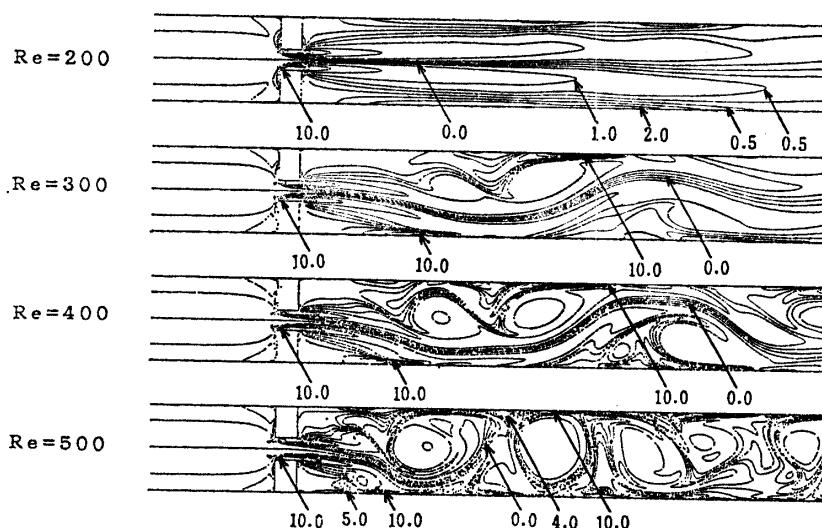


Fig. 5.7 Effect of Reynolds numbers on the vorticity. ($S_r=0.75$, $A_r=1.0$, $t=10$)

増加と共に上流側に移動している。一方 Fig. 5.7 に示す渦度に関しては絞り喉部内および絞り部後流の剥離泡内に大きい渦度が見られ、 Re 数の増加に伴い渦度も増大し、絞り部後流の最も大きい渦度の位置は両付着点近傍に近づいている。渦度の等値線の密集部分は絞り喉部入口と絞り部後流の再付着点近傍において顕著であり、特に $Re=500$ の場合は剥離泡内に新たな渦発生も見られ拡散度合いの強い領域となっている。

6. 生理学的検討

溶血とは赤血球の中の色素タンパクが赤血球の外に出ることを言う。その際色素タンパクと結合している酸素も析出され赤血球内の酸素平衡状態を崩すと共に、析出した酸素は血しょうと共に末梢部の方へ流されてしまう。溶血は物理的、化学的、生物学的な要因で生ずる。そのうち物理的要因としては攪拌、震動、粗面との接触など

があげられる。これらを流体力学（血行力学）的側面から検討した場合、攪拌、震動現象が生じやすい部位は狭窄（絞り）部、分岐部である。ここで取り扱っている狭窄部喉部および狭窄部後流の流れ場には剥離泡が存在し、その剥離剪断層における主流への連行と再付着点における逆流によって剥離泡内には循環流が生ずる。また剥離泡内には大きな渦の他に小さな渦も生じ、剥離泡内は攪拌、震動の度合いが強い箇所になる。狭窄（絞り）喉部の流速は非狭窄部の流速に比べ大きくなり剪断層の速度勾配も大きくなることが予想される。しかし狭窄入口端で剥離した流れが狭窄後流壁に再付着するような生体内における初期の狭窄形成時においては全血の中でも密度の大きい血球成分、特に赤血球は壁に沿って流れず剥離分離線より軸中心に集中した流れとなる。したがって喉部では壁面剪断力が大きい割には攪拌、震動は小さく壁面との接触も少ない。狭窄後流の乱れた流れ場に比べて

も攪拌、震動は小さく壁面との接触機会も少ない。また狭窄後流の淀み領域や渦中心においては全血に占める赤血球の濃度を増加させ、剝離泡内の圧力低下と相まって浸透圧の非平衡状態が生じ、赤血球の中の色素タンパクが外に出され溶血が生じ易くなる。さらに $S_r=0.75$, $Re=500$ のように再付着点近傍に大きな渦度が現われ拡散が強くなることは赤血球同士の接触から生ずる溶血を助長し、ひいては血管壁細胞への酸素供給を減少させ、血管壁細胞の劣化の一原因となり、非定常流体力と相まって局部膨張の大きな原因になっていると考えられる。

一方、動脈瘤、動静脈瘤発生機序の大きな原因になっている狭窄後膨張の発生位置として注目される再付着点近傍の流れは、渦度が大きいうえに再付着する壁と反対壁近傍に生ずる渦も大きく、しかも渦流として下流へ流出する非定常な流れ場が存在していることから再付着点では大きな圧力変動が生じているものと考えられる。狭窄後流の流れが非対称流である場合、初めに再付着する壁と反対壁近傍には必ず大きな渦流が生じている。また再付着点近傍では順流、逆流が時間平均的に50%であり、主流はヒューゼットの流れと類似した状態で壁面に衝突し再付着することから、再付着点近傍では壁面剪断力も大きいと考えられる。筆者らはすでに狭窄を有するシリコンラバ管内流れにおいて壁面圧力変動の最大位置で管壁の局部膨張が生ずることを確認している。

7. 結 論

非圧縮性粘性流体が絞り部を有する二次元流路内を流れる場合、絞り部後流における流線、渦度、速度ベクトル、および再付着点について絞り比、絞り部アスペクト比、 Re 数との関係で数値解析を行なった結果次のことが明らかになった。

〔メッシュ、時間刻み、計算領域、および y 方向の計算の進め方について〕

- (1) 解析条件によって異なるが、本解析条件のうち最も厳しい $S_r=0.75$, $Re=500$ の場合ではメッシュは 801×101 , 時間刻みは 1×10^{-3} , 解析領域は14B 最低必要である。
- (2) FTCS と SOLA の解析結果は一致したが SOLA より FTCS の場合のほうが計算時間は短い。
- (3) y 方向の計算の進め方によって絞り部後流の流れの数値解の性質が異なる場合がある。

〔絞り部後流の壁面における再付着点について〕

- (1) 解が安定した段階において絞り部後流の壁面における再付着点の挙動は絞り比、絞り部アスペクト比、 Re 数の条件によって次の2種類のパターンに分類できる。

(a) 狭窄後流に渦の定在が認められ再付着点が時間的に変化せず一定値を示す。

(b) 剝離泡後端から渦が放出するのに伴い再付着点が時間的に変動する。

(2) 絞り部後流の流れは、 $S_r=0.5$ の場合は対称流になるが、 $S_r=0.6$ では $Re>300$, $S_r=0.75$ では $Re>200$ になると非対称流になる。再付着点は対称流の場合、 Re 数の増加に伴い下流側に移動し、非対称流の場合は逆に上流側に移動する。

(3) 絞り部後流の壁面における再付着点は、対称流の場合、絞り比の増加に伴い下流側に移る。しかし非対称流になると逆に絞り比が増加するのに伴い再付着点は上流側に移る。

(4) 絞り部アスペクト比を変化させることによる絞り部後流の壁面における再付着点の移動傾向は、絞り部入口端で剝離した流れが絞り喉部壁に再付着する場合と、絞り喉部に再付着せず絞り部後流壁で再付着する場合とでは大きく異なる。前者の場合は A_r の増加と共に絞り部後流の再付着点は下流側に移動し、後者の場合は逆に上流側へ移動する。

〔絞り部後流の渦度について〕

(1) 絞り比が増加すると絞り喉部入口および絞り部後流の剝離泡内の渦度は大きくなり、絞り部後流の渦度の大きい位置は再付着点近傍に近づく。

(2) 絞り部アスペクト比を変えても渦度分布に対しては顕著な差は見られない。しかし絞り部下流側壁に沿う渦度の強い領域はアスペクト比の変化に対し上記(4)のアスペクト比に対する再付着点の挙動と同様の挙動を示す。

(3) Re 数が増加すると絞り比の影響と同様、絞り部入口および絞り部後流の剝離泡内の渦度は大きくなり、絞り部後流の渦度の大きい位置は再付着点近傍に近づく。

参考文献

- 1) G. Schettler, et al. (eds.): Fluid Dynamics as a Localizing Factor for Atherosclerosis, Springer-Verlag, (1983).
- 2) A. Naumann and Schmid-Schonbein: A Fluid-Dynamicist's and a Physiologist's Look at Arterial Flow and Arteriosclerosis. In Fluid Dynamics as a Localizing Factor for Atherosclerosis. G. Schettler et al. (eds.). Springer-Verlag, (1983), 9.
- 3) 永川祐三, 折茂 肇: 血管内皮障害因子としての血液構成成分, 臨床科学, 21, 2, (1985), 212.
- 4) 今北正美, 由谷親夫, 植田初江, 佐伯和則, 栗島節子: 動脈瘤, 病理と臨床, 7, 9, (1989), 1085.
- 5) R. Mehrotra, G. Jayaraman and N. Padmanabhan: Pulsatile Blood Flow in a Stenosed Artery (a Theore-

- tical Model), *Medical & Biological Engineering & Computing*, 23, 1, (1985), 55.
- 6) U. Solzbach, H. Wollschlager, A. Zeiher and H. Just : Effect of Stenotic Geometry on Flow Behaviour across Stenotic Models, *Medical & Biological Engineering & Computing*, 25, 10, (1987), 543.
- 7) V. K. Sud and G. S. Sekhon : Flow through a Stenosed Artery subject to Periodic Body Acceleration, *Medical & Biological Engineering & Computing*, 25, 11, (1987), 638.
- 8) 岡 小天 : バイオレオロジー, 装華房, (1984), 35.
- 9) S. Einav and D. Stolerio : Pulsatile Blood Flow in a Arterial Bifurcation (Numerical Solution), *Medical & Biological Engineering & Computing*, 25, 1, (1987), 12.
- 10) P. J. Roache 著, 高橋亮一他訳 : コンピュータによる流体力学 〈上〉, 〈下〉, 構造計画研究所, 企画センター (1978).
- 11) C. W. Hirt, B. D. Nichols and N. D. Romero : 'SOLA' A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows : LA-5852 (1975).