東海大学紀要工学部
Vol. 60, No. 1, 2020, pp. 59-66
DOI: 10.18995/24343633.60-1.59

反発硬度法によるコンクリート強度推定の理論的考察

久保　元樹[*1]　笠井　哲郎[*2]

Theoretical Study on Estimation of Compressive Strength of Concrete by Rebound Number Method

by

Genki KUBO[*1] and Tetsuro KASAI[*2]

(Received on Mar. 27, 2020 and accepted on June 19, 2020)

Abstract

The test method for rebound number was established in the 1940s, and it assumes that the hammer strikes the concrete surface directly. However, in equipment commonly used for the method, the plunger strikes the concrete surface indirectly, causing an inconsistency between theory and reality. In Japan, some correction methods have been proposed to increase the measurement accuracy, but most of these methods are based on the original theory, and the original theory itself has not been adequately examined. This study reinvestigated the original theory of the method for rebound number, and examined the feasibility of the mechanism of equipment with a plunger in terms of wave theory. The result showed that the measured value depends on the specifications of the equipment such as the mass of the hammer or the length of the plunger, and an unreasonable dynamic model is necessary in order to satisfy the original theory

Keywords: Rebound Number, Coefficient of Restitution, Rebound Hammer, Mechanical Impedance

1. まえがき

反発硬度法は, 1940 年代にスイスの Schmidt ら [1] によって開発され，コンクリート強度推定装置として位置づけられている．日本国内には，1950 年代に導入され，今日では，広く普及するに至っている．また，その測定精度，すなわち，コンクリートの圧縮強度の推定誤差については多くの議論があり，推定精度向上を目的とした種々の補正方法 [2)~5)]が導入されている．しかし，その基本原理は, Schmidt らの理論がそのまま踏襲されており，理論的背景に対する根本的な議論は少ない．また，反発硬度法は，コンクリートの反発度を測定するとされているが [6] , この反発度がコンクリートの固有値であるか検討の余地が残されているように思われる．もし，コンクリートの固有値でないとした場合，その装置はコンクリートのどのような特性値を計測し，どのような影響を受けた値であるか, その原理的背景を把握した上でないと，反発度からコンクリートの圧縮強度を推定すること，また測定値の補正の妥当性を検証することができない．

著者らは，反発硬度法によるコンクリートの圧縮強度測定原理に関し，以下の理論的に不確実な事項が含まれていることを報告した [7]．その第一の点は，JIS[6]に規定されるとともに一般的に使用されているリバウンドハンマでは, ハンマをプランジャーと呼ばれる棒に衝突させ，コンクリート面を直接打撃するわけではないにもかかわらず，理論では，ハンマが直接コンクリート面を打撃することを前提として体系付けられている点である．第二の点は，本理論はエネルギー収支を基本として組み立てられているが，実際には打撃時間が非常に短いこと，また，ハンマ，プランジャー，コンクリートは結合された状態ではないことを考慮すると，ハンマ側から見たエネルギー収支が成立するのか疑問である．

本論文では，プランジャーを持つ構造のリバウンドハンマについて，その測定理論を再検討するとともに，波動理論の立場から測定量である反発度の発生機構について考察し，反発硬度法の問題点を明らかにしようとするものである．

2. 反発硬度法の測定原理と実践

2.1　エネルギーの釣り合い

Fig. 1 は反発硬度法において，コンクリートを打撃する場合の模式図を簡潔に示したものである．基本的に，ハンマとプランジャーから構成されている．ハンマはプランジャーの頭部に衝突し反発するが, 反発硬度法では，この反発距離を測定する．すなわち反発度 R は，式(1)として定義される．

$$R = \frac{H_R}{H_0} \tag{1}$$

*1　総合理工学研究科総合理工学専攻建築・土木工学コース
*2　工学部土木工学科教授

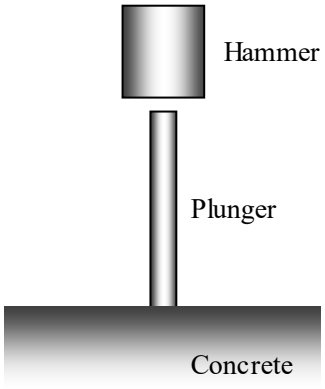


Fig. 1 Impact mechanism of rebound hammer.

ここに，H_0：ハンマの静止状態でのプランジャーヘッドからの距離，H_R：ハンマの反発後のプランジャーヘッドからの距離．

ハンマは，駆動用のばねによってプランジャーヘッドの方向に運動する．この時のハンマが持つ初期ポテンシャルエネルギーE_0は，式(2)となる．また，反発によってH_Rの位置までハンマが戻ったとすれば，その時のエネルギーE_R（反発エネルギー）は式(3)となる．

$$E_0 = \frac{1}{2} K_0 H_0^2 \tag{2}$$

$$E_R = \frac{1}{2} K_0 H_R^2 \tag{3}$$

ここに，K_0：ハンマ駆動用ばねのばね定数．
式(1)～式(3)より反発度は，式(4)となる．

$$R = \sqrt{\frac{E_R}{E_0}} \tag{4}$$

Schmidt らの提唱するリバウンドハンマの測定理論では，エネルギーの釣り合いを考慮し，式(5)が示されている．

$$E_0 = E_P + E_R \tag{5}$$

ここに，E_P：入力された打撃エネルギーのうちコンクリート表面の塑性変形によって費やされるエネルギー，E_R：ハンマの反発エネルギー．

実際の理論展開では，プランジャーの弾性変形によるエネルギー吸収，機械系でのエネルギーロスなどが考慮されているが，本質的ではないので，ここでは省略する．以上の式をまとめ，E_Pについて解くと，式(6)となり，塑性変形に消費されるエネルギーが求められる．

$$E_P = E_0\left(1 - R^2\right) \tag{6}$$

E_0は，式(2)により，リバウンドハンマの設計値から算出することが可能であり，反発度が測定されれば，コンクリート表面の塑性変形エネルギー量が得られることになる．Schmidt らは，リバウンドハンマを動的なブリネル硬度測定装置として位置付けた．そのモデルは，Fig.2に示すように先端に球冠を持つハンマがコンクリート表面を直接打撃することが前提となっている．ブリネル硬度 H_B は，球体を任意の力で測定面に押し付けて塑性変形させ，この時の球体の貫入量，あるいは圧痕の半径から被測定体の硬度を求めようとする方法であり，式(7)となる．

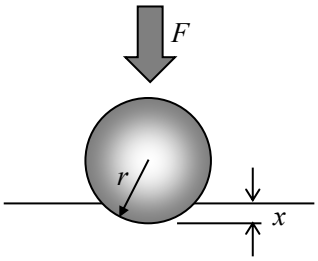


Fig. 2 Schematic diagram of Brinell hardness measurement.

$$H_B = \frac{F}{2\pi r x} \tag{7}$$

ここに，F：球体を測定面に押し付ける荷重，r：球体の半径，x：球体の貫入量．

式(7)を変形すると，$F=2\pi r H_B x$ となり，$[2\pi r H_B]$をばね定数と仮定すると，式(7)は変位－反力関係を示しているものと考えることができる．式(7)から，被測定体表面の塑性変形エネルギーは，式(8)の通りとなる．

$$E_P = \frac{1}{2}\frac{F^2}{2\pi r H_B} \tag{8}$$

動的な載荷によっても荷重Fが貫入量に比例しているとすれば，式(6)，(8)から，式(9)によってブリネル硬度が求められる．

$$H_B = \frac{F^2}{4\pi r E_0\left(1 - R^2\right)} \tag{9}$$

式(9)において，この段階で荷重 F は決定出来ないが，E_0 は，リバウンドハンマの機械系の諸元から算出され，また反発度 R は測定から得られる値である．ここで，谷口[8]は，コンクリート表面のばね定数を k としたとき，弾性変形エネルギーが，式(10)となることに着目し，式(10)を式(9)に代入し，式(11)を得ている．

$$E_R = \frac{1}{2} F k = \frac{1}{2}\frac{F^2}{k} \tag{10}$$

$$H_B = \frac{kR^2}{2\pi r\left(1 - R^2\right)} \tag{11}$$

ただし，谷口は，ばね定数ではなく，「単位荷重当たりの全弾性変形」として，ばね定数の逆数を用いている．また，ハンマ効率等についても考慮しているので，谷口が提案している式は，式(11)とは若干異なる．式(11)では，ブリネル硬度を決定するために，反発度のみではなく，

コンクリート表面のばね定数を測定する必要がある．つまり，リバウンドハンマ測定でのブリネル硬度値は，コンクリートの反発度のみでは決定できないことを意味している．これに対し，谷口は，コンクリート表面のばね定数の逆数の実際的な推定値が±15%以内の変動に留まるとして，これを一定値とすれば，反発度のみによってブリネル硬度が推定できるとしている．しかし，コンクリート表面のばね定数とコンクリートの縦弾性係数は密接な関係にあり，その関係が正比例に近いものであるとすれば,±15%のばね定数の変動は,縦弾性波速度の±7.5%の変動に匹敵する．仮に，コンクリートの縦弾性波速度を 4000m/s とすると，縦弾性波速度の変動範囲は，3700m/s から 4300m/s となる．この範囲には，比較的低強度のコンクリートから高強度のコンクリートまでが含まれることが知られていること，また縦弾性波速度をもとにコンクリート強度を推定する技術が確立されていること [9]を合わせて考慮すると，この変動幅を一定値とみなすことには，再考の余地があるように思われる．

リバウンドハンマの理論展開の中でもう一つ注目すべきは，ハンマの反発がどのような原理，あるいはメカニズムによってもたらされるか，論及がない点である．基本的には，塑性変形に消費されたエネルギー以外のすべてのエネルギーがハンマの反発に寄与するとする考え方であるが，プランジャーやコンクリート表面の弾性変形エネルギーのすべてが，ハンマの反発過程の時間内でハンマに伝達され，ハンマに対して有効な反発速度を与えるものであるかどうか，理論的，現象論的検討はなされていない．

2.2 リバウンドハンマの打撃機構とブリネル硬度の算出

リバウンドハンマでは，ハンマがプランジャーに衝突することによって打撃力が発生する．ハンマとプランジャーの間にクッション等の緩衝材がなく，ハンマが直接プランジャーヘッドを打撃する場合について理論的に考察する．ハンマとプランジャーの衝突速度を V_0 とし，ハンマ及びプランジャーを 1 次元の棒とみなせば，ハンマとプランジャーが接する境界では，運動速度は等しく，かつ力が釣合うため，式(12)に示す通りとなる．

$$\left.\begin{aligned} V_0 + V_H &= V_P \\ Z_H V_H + Z_P V_P &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

ここに，V_H：打撃によってハンマに発生する粒子速度（振動速度），V_P：打撃によってプランジャーに発生する粒子速度(振動速度)，Z_H：ハンマの機械インピーダンス，Z_P：プランジャーの機械インピーダンス．

Z は機械インピーダンスであり，断面積，縦弾性係数，縦弾性波速度とは，式(13)の関係がある．

$$Z = \frac{AE}{c} \tag{13}$$

ここに，A：断面積，E：縦弾性係数，c：縦弾性波速度．

波動が平面波の場合，機械インピーダンスと粒子速度の積は力に相当する．インピーダンスの比率 η を式(14)とおき，式(12)を解くと式(15)が得られる．

$$\eta = \frac{Z_P}{Z_H} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} V_P &= \frac{1}{1+\eta} V_0 \\ V_H &= -\frac{\eta}{1+\eta} V_0 \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

すなわち，打撃によってプランジャーに発生する力は，式(16)となる．

$$F_P = \frac{1}{1+\eta} Z_P V_0 \tag{16}$$

この打撃力の継続時間 T_0 は，波動がハンマを一往復する時間であり，式(17)となる．

$$T_0 = \frac{2L_H}{c_H} \tag{17}$$

ここに，L_H：ハンマの長さ，c_H：ハンマ内の縦弾性波速度．

ハンマの機械インピーダンスの方がプランジャーの機械インピーダンスよりも大きい場合，衝突によって発生した打撃波動がハンマ内を一往復して再びプランジャーとの接触面に戻ってきたとき，ハンマは再度プランジャーを押し，これによって打撃力が更に継続する．この時，ハンマの速度は，式(18)となる．

$$V_{H2} = V_0 - \frac{2\eta}{1+\eta} V_0 = \frac{1-\eta}{1+\eta} V_0 \tag{18}$$

よってプランジャーの粒子速度は，式(19)となる．

$$V_{p2} = \frac{1-\eta}{1+\eta} \frac{1}{1+\eta} V_0 \tag{19}$$

ハンマ内での波動の多重反射が N 回継続する間，打撃力も継続するとすれば，このとき，プランジャーに発生する粒子速度は，式(20)となる．

$$V_{pN} = \left(\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^{N-1} \frac{1}{1+\eta} V_0 \tag{20}$$

η は，正の値であるから，反射回数の増加とともに，発生する粒子速度は低減し，衝突直後に発生する粒子速度を越えることはない．打撃力は，プランジャーの粒子速度にプランジャーの機械インピーダンスを乗じて式(21)となる．

$$F_{pN} = Z_p V_{pN} \tag{21}$$

プランジャーに作用する打撃力の値は，このようにしてリバウンドハンマの諸元を元に算出することが出来る．

打撃力が算出できるとすれば，式(9)にその力を代入して，ブリネル硬度測定時の不確定要素を減らすことができると考えられる．実際，最初の打撃力によって塑性変形が終了すると仮定して，式(9)に式(16)を代入すると，式(22)が得られる．

$$H_B = \frac{\left(\frac{1}{1+\eta} Z_P V_0\right)^2}{4\pi r \frac{MV_0^2}{2}\left(1-R^2\right)} = \frac{1}{2\pi r M}\left(\frac{Z_P}{1+\eta}\right)^2 \frac{1}{1-R^2} \tag{22}$$

式(22)による反発度とブリネル硬度の関係を Fig. 3 に示す. なお, 計算に使用したリバウンドハンマの諸元は, Table 1 のとおりである．反発度 R 以外は，すべてリバウンドハンマの諸元で決定される．ところが，式(22)では反発度が 0 の場合であっても，ブリネル硬度値がリバウンドハンマの諸元によって決定される具体的な値を持つことになるが, これは現実的ではない. ブリネル硬度は，コンクリートの性質であって，リバウンドハンマの諸元によって決定される値ではないからである．また，反発度が 0 という状況は，リバウンドハンマの打撃エネルギー全てがコンクリート表面の塑性変形に消費されることを意味しており，ブリネル硬度を測定するという視点では，最も理想的な状況であると言えるが，式(22)には，その状況は反映されない．この原因は，少なくとも式(9)までの式の導出過程では，打撃力がコンクリートの特性に依存するものとして取り扱われているにも関わらず，実際上の打撃力を式(16)のように波動論から導出し，これを式(9)に代入したためである．式(16)での打撃力は，プランジャーヘッドに発生する力であるが，実際にコンクリート表面の塑性および弾性変形によって発生する力は，式(16)の打撃力がプランジャーを介してコンクリート表面に伝達された時，その境界条件によって決定される反力である．この反力を解くためには，コンクリート表面を力学的なモデルで記述する必要があり, 本論では, コンクリート表面を弾性体とし，プランジャー先端におけるコンクリート表面がばねとしてモデル化できるものとしている．

3. 波動理論による反発係数の検証

3.1 コンクリート表面のばね係定数と反発度の関係

現在一般的に使用されているリバウンドハンマの打撃機構を Fig. 1 に簡略化して示している．ハンマは，プランジャーの頂部に衝突し，そこで打撃力が発生する．この打撃力は，プランジャー内を先端方向に波動(進行波)として伝搬する．プランジャー先端では，接触するコンクリート表面の抵抗と進行波の力の釣り合いによって，反射波(後退波)が発生する．後退波が圧縮方向の力を持つ場合，その波動がプランジャー頂部に達すると，その力でハンマを押し戻すことになる．

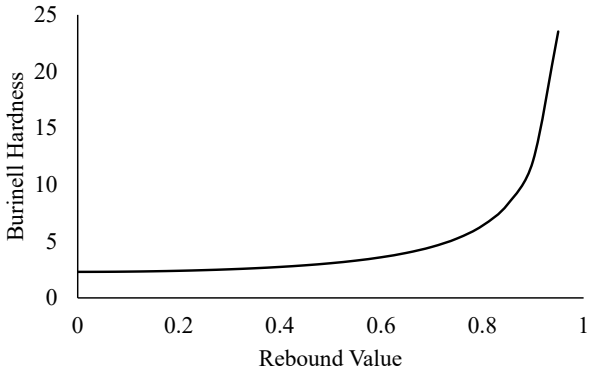


Fig. 3 Relation between rebound number and brinell hardness by equation (22).

Table 1 Specification of rebound hammer.

Mass of hammer M (g)	Distance of hammer L (mm)	Spherical radius of plunger (mm)	Spring constant K (N/m)	Impact energy E (N-m)
360～380	72.0～78.0	24.0～25.0	700～840	2.10～2.30

計算を簡単とするため，ハンマとプランジャーの機械インピーダンスを等しいとおく．ハンマとプランジャーが同一材質であれば，両者の断面積を等しくすることと同義である．すなわち，η=1 である．このとき，打撃力は矩形波となり，式(15)から，式(23)の通りとなり，その継続時間は式(24)に示す通りとなる．

$$F_{\mathrm{P}} = \frac{1}{2} Z V_0 \tag{23}$$

$$T_0 = \frac{2L}{c} = \frac{2M}{Z} \tag{24}$$

プランジャー先端に接するコンクリートがばね定数 K のばねとして作用するとすれば，プランジャー先端での運動方程式は，式(25)となる．

$$Z\left(v_{\mathrm{F}} + v_{\mathrm{B}}(t)\right) + K\int\left(v_{\mathrm{F}}(t) + v_{\mathrm{B}}(t)\right)dt = 0 \tag{25}$$

ここに v_{F} : プランジャーの頂部から先端方向に進む波（進行波），v_{B} : プランジャー先端から頂部へ進む波（後退波）．

左辺第 1 項は，プランジャー内の力，第 2 項は，コンクリート表面の弾性変形による反力である．また，左辺第 1 項で v_{F} を定数として取り扱っているが，これは，式(23)および式(24)に示されるように, 進行波は矩形波であるから，着目時間内では一定値であって時間の関数とはならないからである．v_{B} はプランジャー先端からの反射波であり，反射波がプランジャーを圧縮する方向の力成

分を持っている場合，ハンマはプランジャーを伝搬したこの反射波によって反発する．式(25)を微分して，式(26)が得られる．

$$Z\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t}+K\left(v_{\mathrm{F}}+v_{\mathrm{B}}\right)=0 \tag{26}$$

式(26)を，式(27)，式(28)とおくと，v_{F}は定数であるため式(29)となる．

$$v_B\left(t\right)=c\exp(-\lambda t) \tag{27}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t}=-\lambda c\exp\left(-\lambda t\right) \tag{28}$$

$$-Z\lambda c\exp\left(-\lambda t\right)+Kc\exp\left(-\lambda t\right)=0 \tag{29}$$

よって，$\lambda=K/Z$ となり，式(30)が得られる．

$$v_B\left(t\right)=c_1+c_2\exp\left(-\frac{K}{Z}t\right) \tag{30}$$

時刻0では，プランジャー先端の速度は0であるため，式(30)を $v_{\mathrm{B}}=-v_{\mathrm{F}}\big|_{t=0}$ の初期条件の下で解く．式(30)を微分し，式(31)を得る．

$$\frac{dv_B\left(t\right)}{dt}=-c_2\frac{K}{Z}\exp\left(-\frac{K}{Z}t\right) \tag{31}$$

式(31)を式(26)に代入し，t=0 とおいて C_2 を求め，さらに C_2 を式(30)に代入し，同じく t=0 とおいて C_1 を求める．C_1 と C_2 を式(30)に代入すると式(32)が得られる．

$$v_{\mathrm{B}}\left(t\right)=v_{\mathrm{F}}\left(1-2\exp\left(-\frac{K}{Z}t\right)\right) \tag{32}$$

式(32)は，打撃力が一定の場合に，プランジャー先端に発生する反射波を示している．

ハンマがプランジャー頂部に衝突するときの速度(初速度)と反発するときの速度の比は反発係数であり，リバウンドハンマでいう反発度と定義は異なるが，類似の概念である．反発係数は，進行波の力積と圧縮応力を持つ後退波の力積の比で表すことができる，すなわち，式(33)となる．式(32)を式(33)に代入して積分すると，式(34)となり，反発係数は，リバウンドハンマの装置の諸元とコンクリート表面のばね定数に支配されることがわかる．

$$R=\frac{\int_0^{T_0}v_{\mathrm{B}}\left(t\right)dt}{v_{\mathrm{F}}T_0} \tag{33}$$

$$R=\left\{1-2\frac{Z}{KT_0}\left(\exp\left(-\frac{K}{Z}T_0\right)-1\right)\right\} \tag{34}$$

Fig. 4 に，Table.1 に示すリバウンドハンマの諸元(ただし，ハンマをプランジャーと同断面積の弾性棒としている)をもとに計算した，コンクリート表面のばね定数と反発係数の関係を示す．反発係数は，コンクリート表面のばね定数に対して線形関係ではないが，単調増加関係にあり，反発係数を測定することによって，コンクリート表面のばね定数を計測することが可能であることが示される．リバウンドハンマで測定される反発度は，従来の理論ではコンクリート表面の塑性変形と関係づけられていたが，解析結果から，反発度は，コンクリート表面のばね定数，すなわち，コンクリートの弾性的な物性を指標化する値とすることが可能であることがわかった．しかしながら，ばね定数が小さいコンクリート（300MN/m以下）では，反発度の測定ができないこと，ばね定数の高いコンクリートでは，反発度の変化が小さくなることが示されている.つまり，反発度はばね定数が大きい領域では，感度(分解能)が低下することがわかった．

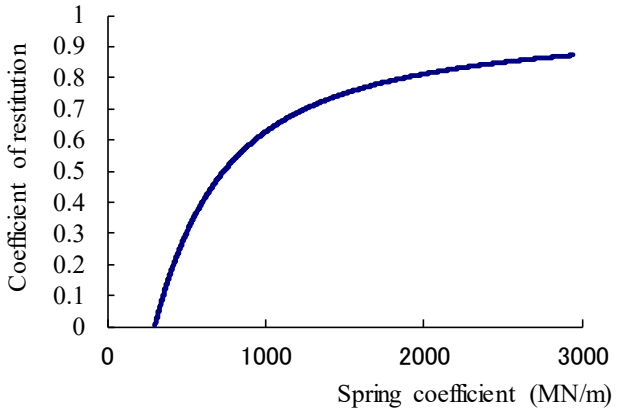


Fig. 4 Relation between spring coefficient and coefficient of restitution of concrete surface.

3.2 プランジャーの長さの影響

前節では，ハンマとプランジャーの断面の機械インピーダンスが等しいことを前提として解析解を導いたが，実際のリバウンドハンマでは，ハンマはマッシブであり，質点として取り扱った方がより現実的と思われる．ここでは，質点と見なしえる質量 M のハンマが 1 次元の弾性棒であるプランジャーに衝突するとして運動方程式を導き，その解析解，数値解を用いて反発係数の測定値について考察する．

質量 M の質点が機械インピーダンス Z の 1 次元弾性棒の一端に速度 V_0 で衝突するとき，力の釣り合いから，式(35)が成立する．式(35)に示す微分方程式の一般解は，積分定数を C として，式(36)となる．

$$M\frac{dV}{dt}+ZV=0 \tag{35}$$

$$\frac{M}{Z}\ln V+C=-t \tag{36}$$

時刻 0 における速度を V_0 として式(36)を解くと，式(37)が得られる．これは，ハンマの衝突によってプランジャー頂部に発生する粒子速度である．

$$V = V_0 \exp\left(-\frac{Z}{M}t\right) \tag{37}$$

式(37)による粒子速度は，進行波としてプランジャー先端部に伝搬する．プランジャー先端はコンクリートの表面に接し，またコンクリート表面が疑似的なばねとして挙動するとする．プランジャー先端での力の釣り合いは，式(38)となる．

$$F_{\mathrm{F}} + F_{\mathrm{B}} = Kx \tag{38}$$

ここに，F_{F}：プランジャーの頂部から先端方向に進む力，F_{B}：プランジャー先端から頂部へ進む力，x：コンクリート表面の変位量，K：コンクリートのばね定数．

力と粒子速度の関係は，進行波，後退波についてそれぞれ式(39)の関係があり，コンクリート表面の変位量 x は，式(40)となる．

$$\left.\begin{aligned} F_{\mathrm{F}} &= ZV_{\mathrm{F}} \\ F_{\mathrm{B}} &= -ZV_{\mathrm{B}} \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

$$x(t) = \int_0^t \left(2V_{\mathrm{F}}(\tau) - \frac{K}{Z}x(\tau)\right)d\tau \tag{40}$$

式(38)に式(40)を代入し，また式(39)の関係を考慮して後退波の粒子速度を求めると，式(41)となる．

$$V_{\mathrm{B}}(t) = V_{\mathrm{F}}(t) - \frac{K}{Z}\int_0^t \left(2V_{\mathrm{F}}(\tau) - \frac{K}{Z}x(\tau)\right)d\tau \tag{41}$$

式(41)から直接的に解析解を求めることは難しいため有限差分法による数値解によってこれを解く．式(40)を時間 τ で微分し，式(42)を得る．

$$\frac{dx}{d\tau} = 2V_{\mathrm{F}}(\tau) - \frac{K}{Z}x(\tau) \tag{42}$$

時間差分間隔を Δt として，着目する時刻を $t=i\Delta t$ として離散化する．

$$\frac{1}{\Delta t}(x_i - x_{i-1}) = 2V_{\mathrm{F}i} - \frac{K}{Z}x_{i-1} \tag{43}$$

これから，

$$x_i = x_{i-1} + \left(2V_{\mathrm{F}i} - \frac{K}{Z}x_{i-1}\right)\Delta t \tag{44}$$

となる．したがって，式(45)となる．

$$V_{\mathrm{B}}(t) = V_{\mathrm{F}}(t) - \frac{K}{Z}x_i \tag{45}$$

ここに，式(45)で示されるプランジャー内の後退波の全てがハンマの反発に使われるわけではないことに注意する必要がある．すなわち，ハンマの反発過程での速度よりもプランジャー内の後退波の粒子速度が大きい場合にはハンマは加速されるものの，ハンマの速度がプランジャー内の後退波の粒子速度を上回ると，ハンマはプランジャーを離れるため，プランジャー内の後退波の粒子速度はハンマの反発には寄与しない．また，プランジャー内の後退波がプランジャー頂部に達した時，ハンマの速度が 0 でない場合には，ハンマの進行速度(プランジャー内の進行波の速度)を考慮する必要がある．ハンマの反発速度は，式(46)となる．

$$V_{\mathrm{R}} = -\frac{1}{M}\int_0^T \left\{V_{\mathrm{F}}(t) + V_{\mathrm{B}}\left(t + \frac{2L}{c}\right)\right\}dt \tag{46}$$

ここに，L：プランジャーの長さ．

積分区間は，積分した値が V_{R} を越える時間である．このようになるのは，式(45)までの計算での進行波は，波動がプランジャー先端に到達した時刻を 0 として計算しているが，ハンマの反発を考慮する場合には，プランジャー頂部での進行波とプランジャー先端で反射して戻ってきた後退波の重畳を考慮する必要があるためである．

Fig. 5 にプランジャーの長さを 100mm，150mm 及び 200mm として計算したコンクリート表面のばね定数と反発係数の測定値の関係を示す．図に示されるとおり，プランジャーの長さによって，ばね定数と測定された反発係数の関係は異なる．プランジャーが短い程，コンクリート表面のばね定数が同じでも測定される反発係数の値は小さくなるが，これはプランジャー内での進行波と後退波の干渉によるものである．以上のことより，プランジャー長さは JIS には規定されていないが，反発度の測定値に影響を与える要因のひとつであることが示された．

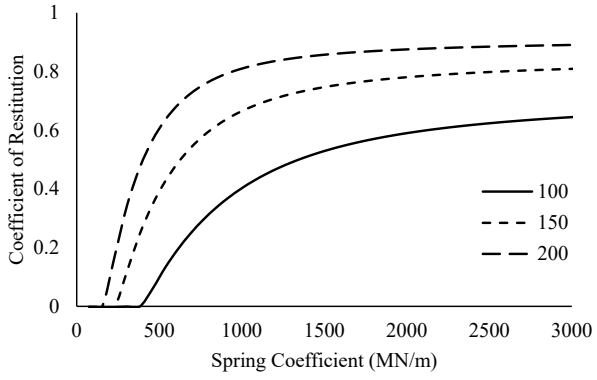


Fig. 5 Relation between spring coefficient and coefficient of restitution of concrete surface by plunger length.

3.3 ハンマ質量の影響

JIS では，ハンマ質量が規定されているが，ハンマ質量が JIS の規定とは異なるリバウンドハンマも製造されている[10]．Fig. 6 は，ハンマ質量が異なる場合のばね定数と反発係数の測定値の関係をもとめたものである．ハンマ質量が大きい程，反発係数の計算値が小さくなる傾

向を示すが，これはハンマによる打撃力の継続時間が長くなり，それに伴い，プランジャー頂部での進行波とプランジャー先端で反射した後退波の干渉度合いが大きくなるためである．

波動論から，反発係数はプランジャーの長さやハンマの質量に影響を受けることが明らかとなった．これは，リバウンドハンマの構造を厳密に定めない限り，反発係数自体がコンクリート表面の力学的特性のみならず装置の構造の影響を受けた値であることを示している．

4. 反発硬度法の力学モデルの問題点と新手法の提案

従来から提唱されている反発硬度法の理論では，式(5)のように，塑性変形で消費されるエネルギー以外はすべてハンマのリバウンドに費やされることを前提としている．しかし，波動理論からの考察において，コンクリート表面やプランジャーの弾性変形エネルギーの全てがハンマのリバウンドに費やされるわけではないことがわかった．ここでは，式(5)のようなエネルギーの釣り合いが成立する条件について考察する．

リバウンドハンマがプランジャーを持ち，ハンマはコンクリート面ではなくプランジャー頂部に衝突して打撃力が生成される機構を解析するには，波動論的考察が必要である．後退波(圧縮波)が進行波(圧縮波)と同じ大きさで反射する条件は，先端固定点である．つまり，プランジャー先端が接するコンクリート面は，塑性変形が終了した後は剛体としての挙動を示す構造でなければならないことを意味する．また，剛体である材料には塑性変形は発生しないことを考慮すると，コンクリートは，Fig. 7 に示すように，剛体部分と塑性体の 2 層構造となっている必要があるが，Fig. 7 の構造は，コンクリート表面の力学モデルとして適当ではなく，現実的でもない．また，Fig. 7 での塑性変形エネルギーは，塑性体の強度のみではなく，塑性層の層厚の影響を受けることになる．したがって，式(5)をもとにコンクリートのブリネル硬度を測定しようとする場合，塑性層の厚さはあらかじめ既知であることも要求される．以上のことより，現行の反発硬度法は，プランジャーを介してコンクリート表面に間接的に打撃力を与えているのに対し，理論展開ではハンマで直接コンクリートを打撃していることが前提となっているため，これを再現するモデルとして非現実的な力学モデルを適応せざるを得ないという問題点を有している．これに対し，著者らは，ハンマで直接的にコンクリートを打撃してコンクリート表面の弾性係数に相当する値である機械インピーダンスを測定する手法を提案している[7), 11)]．この方法は，加速度計を内蔵したハンマで直接的にコンクリート表面を打撃することで得られる打撃力波形を測定・解析することでコンクリートの機械インピーダンスを測定する方法であり，その測定方法は，NDIS3434-3：機械インピーダンス試験方法[12)]として日本非破壊検査協会規格が制定されている．直接打撃であることから，ハンマの持つ運動エネルギーとコンクリート表面の弾性変形エネルギーの関係が単純・明瞭であること，また，ハンマに生じた打撃力とコンクリート表面に発生した反力が等しいことから，エネルギー収支を基本に理論展開が可能であり，理論と実際で齟齬が発生しない．このため，反発硬度法に比較して，理論的に単純化・明瞭化された方法と言える．

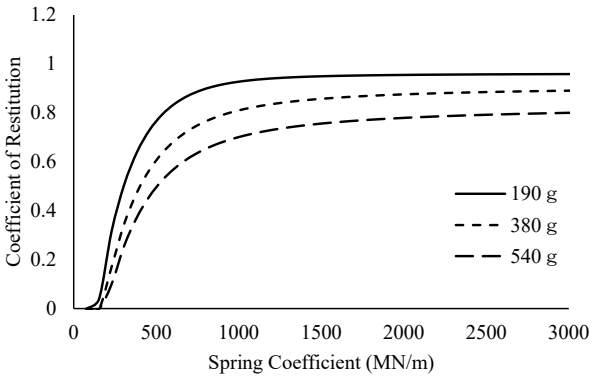


Fig. 6 Relation between spring coefficient and coefficient of restitution of concrete surface by hammer mass.

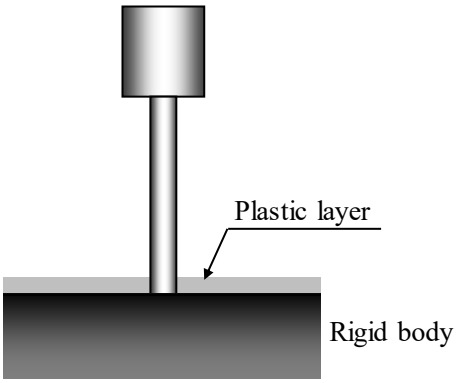


Fig. 7 Dynamic model of concrete in the theory of rebound hammer.

5. まとめ

本論文では，リバウンドハンマによって測定される反発度について，波動論の視点から考察した．以下に得られた知見をまとめる．

1) リバウンドハンマは，動的なブリネル硬度計として位置付けられ，その理論はエネルギー収支を基本に組み立てられている．リバウンドハンマによってブリネル硬度を決定するには，反発度とコンクリート表面のばね定数が必要である．既往の研究では，ばね定数の推定値が±15%の範囲に収まることから，これを一定値として取り扱うことでブリネル硬度の推定が可能であると論じている．しかしながら，この変動幅の範囲には比較的低強度から高強度コンクリートまでが含まれるため，ばね定数を一定値として取り扱うには再考の余地がある．

2) リバウンドハンマの打撃機構は，ハンマで直接コ

ンクリート表面を打撃する機構ではなく，プランジャーを介して間接的に打撃力をコンクリート表面に伝える機構となっている．この場合，打撃力はハンマとプランジャーの質量や形状など，リバウンドハンマの諸元によって支配され，コンクリート表面の力学的特性の影響を受けない．一方，リバウンドハンマの測定理論では，発生する打撃力はコンクリート表面の力学的特性を反映した値であることを前提としており，理論と実際で相違が発生している．プランジャーを介する間接打撃によって，従来からのリバウンドハンマの測定理論を成立させるには，塑性層と剛体という 2 層の力学モデルの構築が必要で, この力学モデルは現実のコンクリートにそぐわない．

3) 波動理論を用いた反発係数の検証から，リバウンドハンマの反発度は，従来からの理論とは異なり，塑性変形に伴うエネルギー吸収量を示した指標ではなく，弾性的な指標を示した値であることが示された．しかしながら, ばね定数が小さい範囲では反発度の測定が難しく，ばね定数が大きい範囲ではその感度が低下することも明らかとなった．

4) 現実的なリバウンドハンマをモデルとして反発係数を検証した結果，プランジャーの長さやハンマ質量，またプランジャーやハンマの形状など，装置の諸元が反発係数に影響を及ぼすことが明らかとなった．これは，プランジャー内の進行波と後退波の干渉が原因である．この結果は，リバウンドハンマの構造を厳密に定めない限り，反発係数自体がコンクリート表面の力学的特性のみならず装置の構造の影響を受けた値であることを示している．

参考文献

1) K.Gaede, E. Schmidt.,Ruckprallprung von Betton mit dichtem Gefuge (1960).
2) 実施コンクリート強度判定委員会：シュミットハンマーによる実施コンクリートの圧縮強度判定方法指針 (案)，日本材料学会材料試験第 7 巻, 第 59 号, pp.426-430 (1958).
3) JSCE-G504-2007：硬化コンクリートのテストハンマー強度の試験方法，土木学会基準.
4) 岡田清，六車熙編：コンクリート工学ハンドブック，朝倉書店, p.509 (1981).
5) 明石外世樹：コンクリートの非破壊試験に関する研究，土木学会論文集, No.390 V-8，pp.1-22 (1988).
6) JIS A 1155-2003：コンクリートの反発度の測定方法，日本工業規格.
7) T.Sakai，G.Kubo，H.Kubo : Applicability of Mechanical Impedance Method and Rebound Hammer Method for Determining Compressive Strength of Structural Concrete，STRUCTURAL FAULTS & REPAIR-2012, Proc. CD-ROM Edition (2012).
8) 谷口秀明: テストハンマーによる構造体コンクリートの強度推定法に関する研究，三井住友建設技術研究所報告第 5 号, pp.39-50 (2007).
9) (独)土木研究所, (社)非破壊検査協会，他: 非破壊・局部破壊試験によるコンクリート構造物の品質検査に関する共同研究報告書 (7)，土木研究所共同研究報告整理番号第 355 号 (2006).
10) 萩原直樹，飛田一彬，谷倉泉，渡邉晋也：反発速度比を用いたコンクリートの強度推定に関する検討，第 71 回土木学会年次学術講演会講演概要集，pp.V469-V470 (2016).
11) 久保元樹，市村千佳，八木光，笠井哲郎：機械インピーダンス法による圧縮強度推定に関する誤差の発生要因と超高強度コンクリートへの適用性に関する実験的検討，コンクリート工学何時論文集第 41 巻，pp.1823-1828 (2019).
12) NDIS3434-3：コンクリートの非破壊試験―打撃試験方法 第 3 部機械インピーダンス試験方法，日本非破壊検査協会規格(2015).