

塑性ポテンシャルと正規圧密粘土の K_0 値

池谷 真希^{*1} 赤石 勝^{*2} 外崎 明^{*3} 杉山 太宏^{*4}

Plastic Potential Related to Earth Pressure at Rest for Normally Consolidated Clays

by

Maki IKEYA^{*1}, Masaru AKAISHI^{*2}, Akira TONOSAKI^{*3} and Motohiro SUGIYAMA^{*4}

(Received on Sep. 30, 2019 and accepted on Nov. 7, 2019)

Abstract

This paper examines the influence of the plastic potential function Q on the coefficient of earth pressure at rest K_0 for normally consolidated clays. By using an anisotropic plastic potential on a simple elasto-plastic clay model, the observed K_0 value is calculated under the condition of no lateral deformation. The calculated results are compared with the observed K_0 values and also with the empirical correlations using the effective stress friction angle (ϕ') and the plasticity index (I_p). It is shown that the proposed plastic potential function Q accurately simulates the K_0 stress state for compression and that empirical estimations lead to noticeable errors.

Keywords: Plastic potential function, Coefficient of earth pressure at rest K_0 , Elasto-plastic soil model

1. まえがき

盛土基礎地盤の変形挙動を予測するため、精緻な弾塑性構成式を導入した有限要素プログラムが利用されている¹⁾。予測精度の向上には、精緻な土の構成式とともに盛土前の地盤内初期応力状態の適切な設定も重要と考えられる。水平地表面の基礎地盤内初期応力の設定には、土の密度と静止土圧係数 K_0 値が利用される。実務では、粘性土の密度測定は実施されても、 K_0 値はせん断抵抗角 ϕ' や塑性指数 I_p から推定されることがある。経験式から推定した K_0 値による地盤内初期応力が、有限要素解析結果に及ぼす影響にも配慮する必要がある。また、弾塑性構成式がその初期応力状態を再現できることも重要で、構成式による初期応力状態が実際と異なるのでは、その後の弾塑性有限要素解析結果は信頼できない。

この論文では、土要素の圧縮応力状態が再現可能な塑性ポテンシャルを提案し、その妥当性を検討している。粘性土の代表的な弾塑性構成式として知られているカムクレイモデルにより計算される K_0 値を実測値と比較し、その塑性ポテンシャルの不具合を明らかにする。また、せん断抵抗角 ϕ' や塑性指数 I_p から推定される K_0 値と実測値との差を明確にする。

2. 塑性ポテンシャルと応力ひずみ関係

2.1 塑性ポテンシャルと粘塑性流動則

土要素に生じる全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は、弾性ひずみ速度成分と塑性ひずみ速度成分の和として式(1)で表わす。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (1)$$

ここに、“ $\dot{\cdot}$ ” は時間についての微分を意味する。

この論文では、弾性ひずみ速度成分はフックの法則、塑性ひずみ速度成分は超過応力型の粘塑性流動則式(2)を用いて計算する。粘塑性流動則を用いても定常状態であれば弾塑性解析である²⁾。

$$\dot{\epsilon}_p = \langle F \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (2)$$

ここに、 F は降伏関数、 Q は塑性ポテンシャル、 σ は応力成分である。 $F \leq 0$ ならば $\langle \cdot \rangle$ 内の値はゼロとし、 $F > 0$ ならば通常の括弧として扱う。

式(2)から明らかなように、塑性ひずみ増分は塑性ポテンシャル Q の応力勾配に比例するので、一次元圧縮において計算される水平有効応力、すなわち静止土圧係数は塑性ポテンシャル Q に影響される。 Q への影響を比較検討するため、代表的な弾塑性構成式としてよく知られている式(3)と式(4)、それぞれオリジナルと修正カムクレイモデルと、提案する式(5)の塑性ポテンシャルを用いる³⁻⁵⁾。

$$Q_0 = (F_0) = q - M * p \ln(p_0/p) \quad (3)$$

*1 工学研究科建築土木工学専攻修士課程
*2 東海大学名誉教授
*3 金沢工業大学名誉教授
*4 工学部土木工学科

$$Q_M = (F_M) = q^2 - M^2(p^2 - p * p_0) \quad (4)$$

$$Q_P = (F_P) = q^2 - 2\gamma_p * p * q + \gamma_p^2 * p * p_0 + M^2(p^2 - p * p_0) \quad (5)$$

ここに、 q は偏差応力、 p は平均有効応力、 p_0 はそれぞれ塑性ポテンシャルのサイズパラメーター、 M は限界状態線 CSL の勾配、 γ_p は K_0 値から決定される定数である。式(5)の $\gamma_p = 0$ とした Q_p は、修正カムクレイモデルと一致する。

Fig. 1 の◎印の応力で K_0 圧密されたカムクレイモデルの降伏面は、一点鎖線がオリジナル、破線が修正カムクレイモデルである。カムクレイモデルは関連流動則 $F=Q$ が採用されており、この論文の検討でも関連流動則を用いる。式(3)~(5)の塑性ポテンシャル $F(=Q)=0$ として、Fig. 1 の降伏面を描いた。次節ではこれら各モデルによる弾塑性応力ひずみ関係により、粘土の静止土圧係数 K_0 値を計算する。

2.2 弾塑性モデルと K_0 値計算例

弾塑性応力ひずみ関係を用いて、粘土の静止土圧係数 K_0 値と塑性ポテンシャルの関係性を調べる。検討対象の粘土として、森脇らの論文に記述された柳井IVの土質定数を採用した(後述 Table 2 を参照)⁶⁾。鉛直有効応力 $\sigma_{v0}=98.1$ kPa で K_0 圧密された初期間隙比 $e_0=1.57$ の粘土要素に、排水条件で鉛直有効応力増分 $d\sigma_v=98.1$ kPa、水平有効応力増分 $d\sigma_H (=K_0 * d\sigma_v)$ をそれぞれ 10 等分して载荷する計算を行い、弾性係数 E とポアソン比 ν はそれぞれ κ と K_0 から算定した。 K_0 線に沿う有効応力増分であるため、鉛直ひずみ ε_v (=体積ひずみ v) が約 14.4 %に計算されることを期待する。Fig. 2 は、各モデルで計算した体積ひずみと軸ひずみの関係を示したものである。図中の◎印が提案した式 (5)の定数 γ_p を試行計算によって $\gamma_p=0.47$ とした計算結果で、粘塑性流動則式 (2) を数値積分することで K_0 線に沿って変化する応力と、 $\varepsilon_v \div v=14.3\%$ となる結果が得られた。これに対して、▲と●印で示したカムクレイモデル式(4)、(5)の塑性ポテンシャルでは、過大なひずみが計算されて $\varepsilon_v > v$ となっている。

式(2)を K_0 圧密条件、ひずみ制御で数値積分して求めた鉛直ならびに水平有効応力関係が Fig. 3 である。よく知られているように、カムクレイモデルで計算した K_0 値は、実測値の 0.4 よりもかなり大きく計算された⁵⁾。これに対して、提案式(5)の塑性ポテンシャルの定数 $\gamma_p=0.47$ と設定した場合には、Fig. 2 の結果を反映して K_0 値が初期値ならびに実測値と同じ大きさに計算される。

これら数値積分による計算結果の確からしさを調べるために、同じ条件で計算した弾塑性有限要素法プログラム CRISP による結果を Fig. 3 中に半塗記号で示した⁷⁾。黒色記号で示した著者らの数値積分プログラムの計算結果とほぼ一致することが確認された。

3. 試料および実験方法

シンウォールサンプリングで得られた乱れの少ない 3 種類の沖積粘土ならびに液性限界以上の含水比で練り返

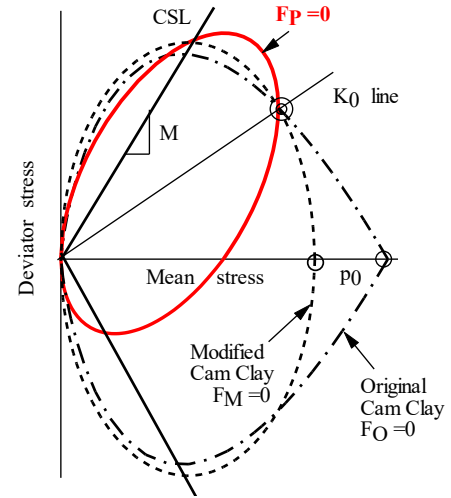


Fig. 1 Yield functions.

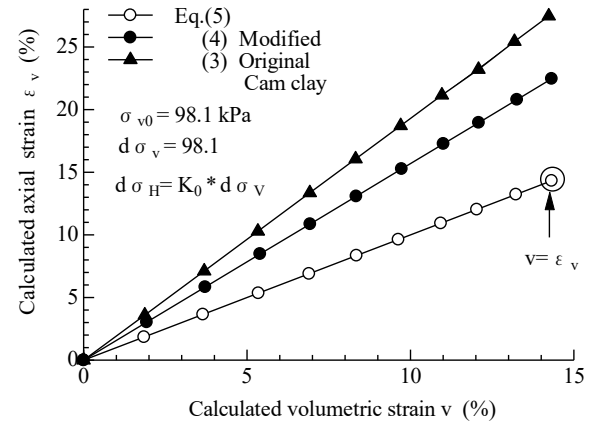


Fig. 2 Relations of calculated axial and volumetric strain.

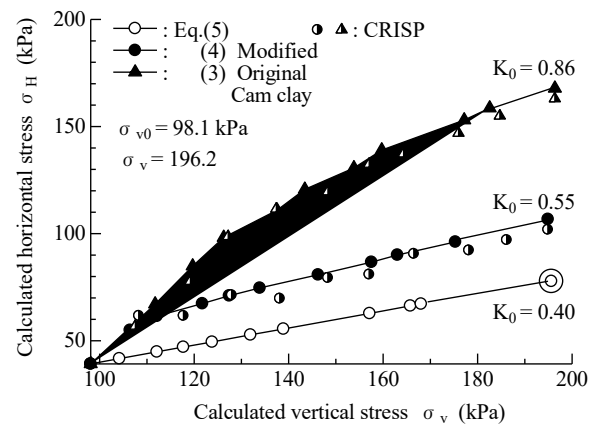


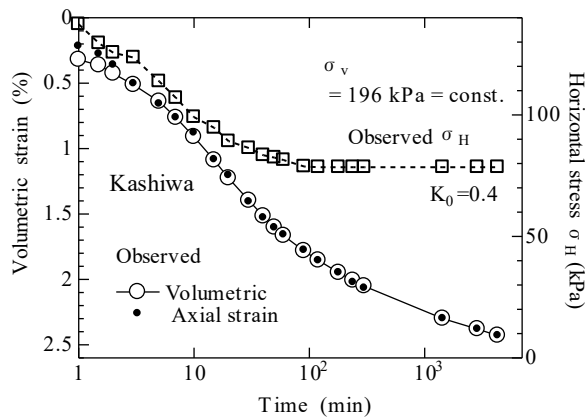
Fig. 3 Relations of calculated vertical and horizontal effective stress.

し、一次元圧密した粘土から三軸 K_0 圧密試験用供試体を作成した。

直径 5 cm、高さ 12.5 cm の円柱供試体周囲に濾紙を巻いて、放射状排水条件、鉛直有効応力 98.1 kPa で約 24 時間 K_0 予圧密した。その後、非排水状態で鉛直、水平応力増分 98.1 kPa の等方圧密圧力を载荷し、圧密開始後、体積ひずみと軸ひずみが等しくなるように水平応力を調

Table 1 Physical and mechanical property of clayey soils.

Site	ρ_s (g/cm ³)	w_L (%)	I_p (%)	Clay (%)	Silt (%)	Sand (%)	λ	κ	M	e_0	K_0	Remarks
Soka	2.67	83	39	54	41	5	0.192	0.029	1.54	1.439	0.43	Remoulded soils
Kashiwa	2.64	112	50	47	38	15	0.200	0.030	1.48	1.374	0.40	
Miyazaki	2.64	67	31	34	55	11	0.095	0.015	1.60	1.140	0.40	
Atsugi	2.67	69	32	24	52	24	0.114	0.018	1.61	1.408	0.43	
Moriya	2.64	131	78	58	29	13	0.754	0.094	1.34	2.840	0.46	Undisturbed soils
Hitachi	2.66	121	69	18	72	10	0.460	0.120	1.57	2.543	0.46	
Yokohama	2.66	73	32	32	38	30	0.074	0.021	1.57	1.635	0.44	

Fig. 4 Volumetric strain and K_0 value vs. time relations.

整（減少）した。放射状排水のため供試体中心部の圧密が遅れ、供試体上下の剛体に近いベダスタルによって均等鉛直ひずみとなる点が土質試験法で定められた一般的な K_0 圧密試験と異なる^{6), 8)}。 K_0 圧密後、非排水条件でせん断し計算に必要なせん断抵抗角 ϕ' を求めた。こうして求めた K_0 値について 2 章で述べた計算値と比較した。実験に用いた粘性土試料の物理的・力学的性質は Table 1 に示した。

4. 実験結果と考察

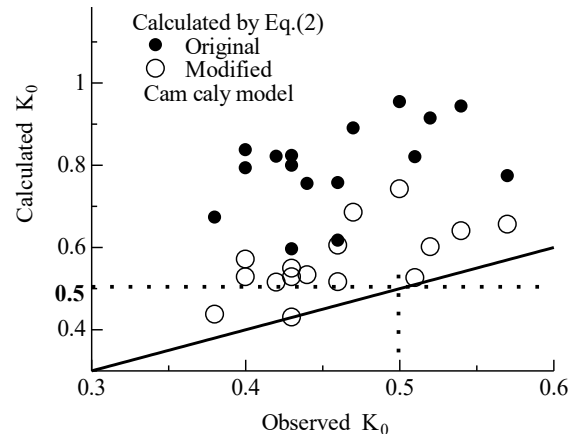
4.1 K_0 圧密試験結果

三軸装置を用いた K_0 圧密試験における圧密量ならびに水平有効応力 σ_H と時間の関係の一例として、柏粘土の試験結果を示したのが Fig.4 である。図から明らかなように圧密中の軸ひずみと体積ひずみが一致しており、一次元圧縮状態で圧密されている。圧密時間 120 分以降二次圧密挙動が観察されるが、その圧密時間以降の水平方向の全応力はほぼ一定である。著者らの実験では、供試体内の過剰間隙水圧を測定していないため有効応力が明らかでない。水平方向の全応力が一定となった圧密試験終了時頃の全応力を有効応力と判断して K_0 値を求めた。

また、Table 1 に示すすべての試料で顕著な二次圧密が観察されているが、圧縮指数 λ をはじめとする弾塑性構成式による沈下計算に必要な土質定数は、圧密試験終了時（1 日経過以上）の圧密量から定めている。

Table 2 Elasto-plastic parameters and K_0 value.

Site	I_p (%)	λ	κ	M	e_0	K_0	References
Hiroshima	31	0.246	0.020	1.65	1.19	0.42	6)
Yanai III	36	0.304	0.022	1.89	1.28	0.38	
Yanai IV	52	0.532	0.032	1.61	1.57	0.40	
Ariake	68	0.800	0.080	1.90	3.47	0.43	9)
Ma13	58	0.440	0.044	1.28	2.20	0.54	
Ma12	59	1.160	0.039	1.40	1.97	0.52	
Tobetsu	-	0.200	0.070	1.16	1.44	0.57	10)
UN	-	0.231	0.050	0.98	1.51	0.50	11)
Oda	-	0.130	0.033	1.13	0.85	0.47	12)

Fig. 5 Comparison between measured and calculated K_0 value.

4.2 弾塑性モデルと K_0 値

既往の研究の中から、粘性土の K_0 値と弾塑性パラメータに関する実験結果を調査し Table 2 にまとめて示した^{6, 9-12)}。 Fig. 5 は、これらの定数を使用し、式(2)の粘塑性流動則によってカムクレイモデルで計算した K_0 値と実測値を黒丸と白丸印で表し比較したものである。両モデルの計算値が図中の実線上にあれば、実測値に一致したことになるが、カムクレイモデルの塑性ポテンシャルによる K_0 値は、いずれも実測値より過大に計算され、特にオリジナルカムクレイの値が大きい。提案式(5)の塑性ポテンシャル関数では、定数 γ_p 値の設定次第で実測 K_0 値と一致する K_0 値が計算され、黒実線上に位置した。

Table 3 Comparison of calculated K_0 values by the Cam clay model.

Cam clay model	Fig.3	Eq. (6)	Eq. (7)	Eq. (8)	FEM
Original	0.86	0.82	———	0.84	0.84
Modified	0.55	———	0.51	———	0.52

K_0 値は、本来実験により決定されるべき値である。 K_0 値を再現できない弾塑性モデルの塑性ポテンシャルには不具合な点があると言える。カムクレイの塑性ポテンシャルに基づく弾塑性 FE 解析では、予測する変形量も影響を受けるので、地盤内応力変化の計算結果も信頼性は低い可能性がある。しかしながら、実務では K_0 値を直接求める実験がなされていない場合も多い。土のせん断抵抗角や塑性指数など用いた経験式から推定する K_0 値は、どの程度信頼できるのかを十分に把握しておく必要がある。

4.3 近似 K_0 値推定法の検討

オリジナルカムクレイモデルでは、近似 K_0 値の推定式として式(6)が提案されている¹³⁾。

$$K_0 = \frac{6 - 2M + 3(1 - \kappa/\lambda)}{6 + 4M - 6(1 - \kappa/\lambda)} \quad (6)$$

式(6)の誘導過程では、塑性せん断ひずみ $d\epsilon_p$ は全せん断ひずみ $d\epsilon$ と等しいと仮定している。すなわち、弾性せん断ひずみをゼロとしても K_0 値には影響しないとする仮定に基づくものである。この仮定によれば、修正カムクレイによる K_0 値の近似値も式(7)で計算可能である。

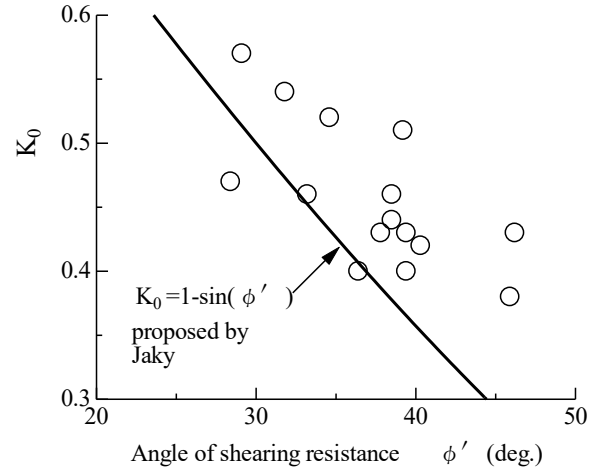
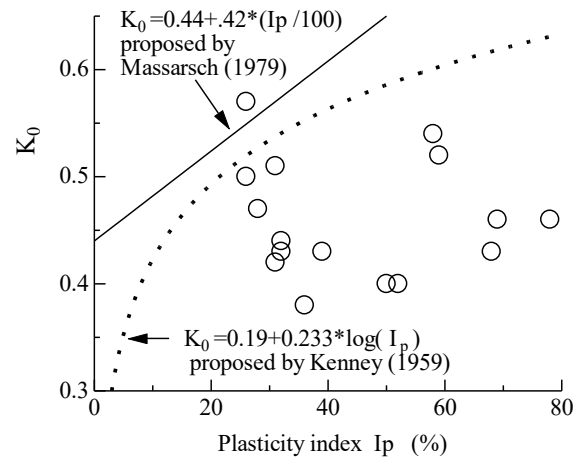
$$\eta_0^2 + 3\left(1 - \frac{\kappa}{\lambda}\right)\eta_0 - M^2 = 0 \quad (7)$$

Atkinson の提案法では、式(6)、(7)と異なり弾性せん断ひずみをゼロと仮定しなくても K_0 値を算定できるので、弾性せん断ひずみをゼロとする仮定が K_0 値に及ぼす影響を調べた。2.2 節と同じように、森脇らの論文に記述された $K_0=0.4$ の柳井IVの土質定数を用いた。

Atkinson により提案されたオリジナルカムクレイモデルの K_0 値は、式(8)から計算される¹⁴⁾。

$$M - \frac{1}{F} = \frac{3 - \frac{2}{KH} - \frac{2}{F}}{2 - \frac{1}{GH} - 3F} = \eta_0 = \frac{3(1 - K_0)}{1 + 2K_0} \quad (8)$$

ここに、 $K = (1 + e_0)\kappa/\lambda$ は体積弾性係数、 G はせん断弾性係数、 $\eta_0 (=q_0/p_0)$ は K_0 圧密時の応力比、 λ は圧縮指数、 κ は膨張指数、 f_0 は初期体積比として、 $H = (\lambda - \kappa)/(M \cdot f_0 \cdot p_0)$ である。式(8)の F は降伏関数ではなく $F = d\epsilon_p/d\epsilon_p$ すなわち、塑性せん断ひずみと塑性体積ひずみの比である。ここでは、文献と同じ表記を採用した。式(8)は $1/F$ の二次式となり、その解から K_0 値が得られる。式(8)の計算結果は、実測値 $K_0=0.4$ に対して、Table 3 のように倍近く過大に計算される。カムクレイモデルも実測値よりかなり大きく、またそれぞれ異なる K_0 値となる。これは塑


 Fig. 6 Resistance of shear angle and K_0 value¹⁵⁾.

 Fig. 7 Plastic index and K_0 value¹⁶⁾.

性ポテンシャル関数の違いによるものと考えられる。弾性せん断ひずみをゼロと仮定する式(6)、(7)、ゼロとしない式(8)による K_0 値はいずれも実測値と大きく異なるので、これらの塑性ポテンシャルの仮定では、正確に K_0 値を表現できなかった。

4.4 塑性指数、せん断抵抗角と K_0 値の関係

今回実施した試料 (Table 1) ならびに既往の研究 (Table 2) に対して、せん断抵抗角や塑性指数から推測される K_0 値と実測 K_0 値の関係を調べたのが Fig. 6 と Fig. 7 である^{15), 16)}。

この論文で調べた範囲の実測 K_0 値は、これら経験式からの推定 K_0 値とかなりの差が認められる。Fig. 6 に示したせん断抵抗角と推定 K_0 値には一定の傾向が認められるが、Fig. 7 に示した塑性指数から推定する K_0 値は過大で、実測値と大きく異なる。精緻な弾塑性構成式を用いた有限要素解析における初期応力の設定には、実測 K_0 値を用いるのが望ましい。

Fig. 8 は、各試料に対して試行計算により実測値とほぼ等しい K_0 値を与える提案式(5)の係数 γ_p とせん断抵抗角の関係を示している。図の回帰直線の相関係数は 0.5 程度で相関性は高くないが、Fig. 6 の K_0 値とせん断抵抗角との同程度の相関性は認められる。提案式(5)の係数 γ_p

とせん断抵抗角の関係については、物性の異なる粘土でさらに調べることも必要である。

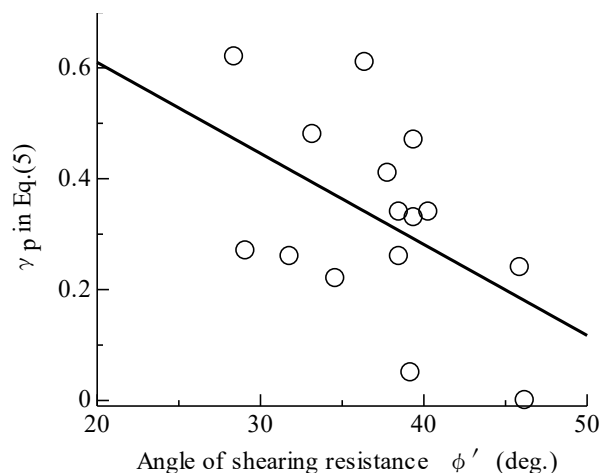


Fig. 8 Coefficient γ_p in equation (5) and K_0 value.

5. 結言

この論文で得られた検討結果は、以下のとおりである。

- 1) カムクレイモデルの塑性ポテンシャルでは、実測 K_0 値を再現できない。カムクレイモデルの塑性ポテンシャルに基づき塑性せん断ひずみと全せん断ひずみを等しいと仮定した K_0 値算定式も、実測値と異なる K_0 値を与える。
- 2) 提案した塑性ポテンシャルに含まれる定数 γ_p 値を適切に選定すれば、一次元圧縮時の実測 K_0 値を再現できる。
- 3) 実務で利用されることも多いせん断抵抗角や塑性指数から推定する K_0 値は、今回の検討の範囲内では実測値と大きく異なる。

参考文献

- 1) 藤山哲雄, 杉江茂彦: 複数の FEM プログラムによる解析結果の比較と考察, 土と基礎, No.571, 53-8, pp.13-15 (2005).
- 2) D. R. J. Owen and E. Hinton: Finite elements in plasticity, Pineridge Press (1980).
- 3) K. H. Roscoe and J. B. Burland: On the generalized stress strain behavior of wet clay, Engineering Plasticity, Cambridge University Press, 535-609 (1968).
- 4) F. Y. Dafalias, M. T. Manzari and M. Akaishi: A simple anisotropic clay plasticity model, Mechanical Research Communication, Vol.29, pp.241-245 (2002).
- 5) 飯沼孝一, 今井誉人, 赤石勝, 杉山太宏: 一次元圧密における有効応力経路と塑性ポテンシャル, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol.71, No.2, pp.119-124 (2015).
- 6) 森脇武夫, 藤井秀憲, 網干寿夫: 飽和粘土の K_0 値に関する実験的研究, 土質工学会論文報告集, Vol.28, No.2, pp.205-215 (1988).
- 7) A. M. Britto and M. I. Gunn: Critical state soil mechanics via finite elements, JOHN WILLY & SONS (1987).
- 8) 松井保, 安部信晴: 三軸粘土供試体の圧密過程, 第 17 回土質工学研究発表会講演集, pp.141-144 (1982).
- 9) 土田孝: 港湾・空港施設を対象とした統一様式による地盤性能報告書の作成方法に関する研究, 平成 20 年度 (財) 港湾空港技術サービスセンター研究助成報告書 (2010).
- 10) 林宏親: 泥炭地盤の変形挙動解析に用いる地盤定数の評価法に関する研究, 寒地土木研究所報告 No.400, pp.1-138 (2007).
- 11) 柴田徹, 関口秀雄: 盛土基礎地盤の弾・粘塑性挙動解析と破壊予測, 土木学会論文集, No.301, pp.93-104, (1980).
- 12) K. Arai: Relationship between time effects in triaxial test and secondary compression, Soils and Foundations, Vol.34, No.3, pp.59-69 (1994).
- 13) 地盤工学会編: 弾塑性有限要素法がわかる, p.211 (2003).
- 14) J. H. Atkinson: Foundations and slopes, McGraw-Hill, p107 (1981).
- 15) I. Alpan: The empirical evaluation of the coefficient K_0 and K_{0R} , Soils and Foundations, Vol.VII, No.1, pp.31-40 (1967).
- 16) 太田秀樹, 鍋谷雅司, 藤井信二, 山本松生: 弾・粘塑性有限要素解析の入力パラメーター決定における一軸圧縮強度の利用, 土木学会論文集, No.400, III -10, pp.45-54 (1988).