

平板とボルトからなる矩形シェルにおける曲げ剛性評価と 要素内総曲率低減による模型形状改善

野村 圭介^{*1} 諸岡 繁洋^{*2}

Evaluation of Bending Stiffness and Improvement of Model Figure by Minimizing the Sum of Curvatures between the Elements of a Rectangle Shell Made of Flat Plates and Bolts

by

Keisuke NOMURA^{*1} and Shigehiro MOROOKA^{*2}

(Received on Mar. 31, 2017 and accepted on Jul. 6, 2017)

Abstract

We propose a method for constructing a shell surface made of flat plates and bolts, in which two or three bending plates are superposed and fixed. A flat plate can be easily bent in one direction, but superposing two or three plates bent in different directions creates a gap between the plates, making it difficult to estimate the stiffness of the curvature. The first objective of this study was to estimate the bending stiffness especially for seismic design. To estimate the stiffness by using the thickness of the plates, we create an FEM model and changed the plate thickness to match the vibration frequency of the small assembled model. The second objective was to reduce the difference between the drawings and the assembled model. We achieved this by changing the nodal positions to reduce the sum of squared residuals of the curvatures and checked its validity.

Keywords: Curved surface, Minimizing the difference, Drawings and assembled model, Bending stiffness of curvature, Rectangular shell, Flat plates

1. 序論

著者らは、曲げた平板をボルトでとめることで曲面構造を形成する手法を提案¹⁾している。その曲面作製手順は以下の通りである。

- ① 目標とする曲面を三角形に分割
- ② 隣り合う2つの三角形をつなげた四角形状の部材を平板で作製（多数の隣接する三角形がある場合には、全ての組み合わせで部材を作製する）
- ③ それらの部材の共通する三角形部分を重ねてボルトで留める

この作製方法は、2～3枚の曲げられた平板がボルトによって固定されていることになり、四角形平板の寸法とボルト位置が正しければ、作製の過程で意識せずとも曲面を形成することができる利点がある。これによる曲面構造は、自由曲面などの複雑な形状のRC建築物における型枠や、材料に構造材を用い大空間を覆う屋根など、建築物に用いることが期待できる。

一方、平板は一方向に曲げることは容易であるが、同時に多方向に曲げることは困難である。この手法では、2

～3枚の平板が共通する三角形部分で重なるので、それぞれの平板の曲げ方向が異なることになり、平板間に隙間ができる。この隙間の位置を知ることは難しく、この曲面構造の曲げ剛性を評価することは非常に困難である。

本研究では、この手法による曲面構造の曲げ剛性の評価を行うことを目的とする。なお曲げ剛性は、曲がりながら複数枚が重なっている平板を一枚の平板としたときの等価板厚として評価する。等価板厚は、前述の曲面作製手順①で用いている三角形に分割した曲面を有限要素モデルで作製し、その固有振動数が作製モデルの固有振動数と一致するように求める。また、評価に用いる曲面構造のモデルには、既報²⁾のもの（ライズ83.2mm、接地部が375.0mm×500.0mmの矩形シェル）を用い、模型は0.8mmの塩ビ板をM3のボルトで接合し作製している。

ところで既報^{3,4,5)}では、この手法で作製した球形、正方形、矩形形状のシェルについて、目標形状と模型形状の差異を調べており、球形シェルの差異が最も小さくなることを示している。これは、球形以外の2種は隣接する三角形間の曲率が不均等であるため、三角形を共有する平板同士で、大きく曲げられている平板が曲げの小さい平板を強制的に曲げてしまっていることが原因であると考えている。そのため本研究では、分割する三角形を曲率のばらつきが小さくなるよう取り出す方法について

^{*1} 工学部建築学科特任助教

^{*2} 工学部建築学科教授

検討する．この方法の妥当性については，既報同様に，目標形状と模型形状の差異で評価する．

本論の構成を述べる．2 章では本論で扱う矩形シェルの形状と作製した模型について説明する．3 章では曲げ剛性評価方法とその結果について述べる．4 章では曲率差を減少させる方法とそれによる形状改善の効果について述べる．なお，そのモデルを以降は曲率差低減モデルと呼ぶ．5 章では本論で得られた知見を述べる．

2. 矩形シェルモデルとその模型^{2), 3)}

本論で扱う矩形シェルモデルとその模型の概要を述べる．

矩形シェルの形状を Fig.1 に示す．平面形状は短辺 375.0mm，長辺 500.0mm であり，ライズは 83.2mm である．この矩形シェルは既報³⁾の正方形シェルを平面形状が長方形になるように拡張した形状である．その正方形シェルは，6×6 個に等分割した四角形格子をラチスシェルと捉え，面外の圧力を加え Force Density Method を適用した後，三角形に分割した形状である．その正方形シェルに中央の 2 スパン分 (Fig.1 中の塗りつぶし部分) を追加し，本論で扱う矩形シェルとしている．なお，追加スパン分に含まれる中央列の節点は隣の節点と同じ高さとしており，矩形シェルは中央部が扁平な形状である．

次に，模型について説明する．本模型では，隣接する三角形をつなげた四角形状の平板を作製し，それらの共有する三角形部分を Fig.2 に示すように重ねて留め，曲面構造を構成している．Fig.1 のモデルから隣接する三角形をつなげると，Fig.5 に示すように 3 種類の四角形群が得られる．これらの図面の通りに平板を作製している．なお，平板の重ね順は様々に考えられるが，本模型では，Fig.5 の平板を 1 層目 (内側) ~ 3 層目 (外側) の順に重

ねている．ボルト孔は，Fig.3 に示すように，三角形の端から 5mm 離れた位置を中心とした $\phi 3\text{mm}$ としている．Fig.6 に 0.8mm の塩ビ板と M3 ボルトで作製した模型を示す．この模型では，境界辺を拘束する型枠に厚さ 18mm の構造用合板を用いており，あらかじめ型枠に境界部の平板を固定し，境界部から中心に向かって組み立てている．なお，模型と型枠の接合にも丁番 (Fig.4 参照) と M3 ボルトを用いている．

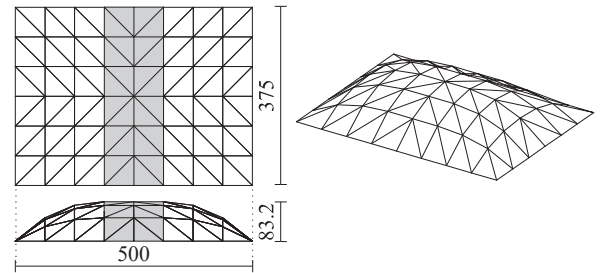


Fig.1 Geometry of Rectangular Shell Model.

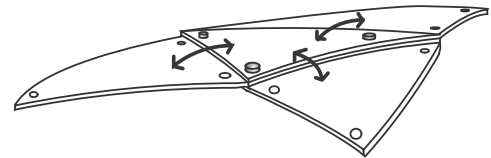


Fig.2 Junction of Flat Plates.

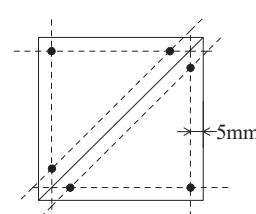


Fig.3 Hole Position of Element.

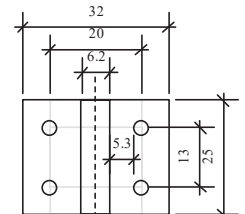
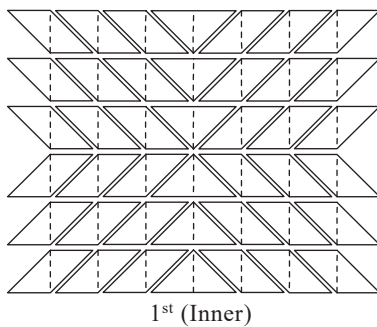
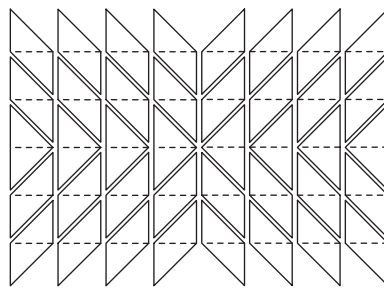


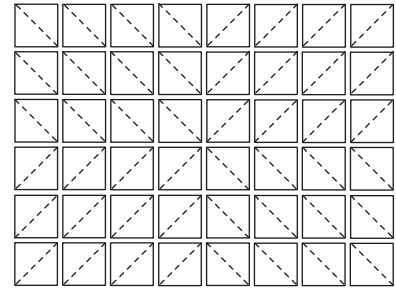
Fig.4 Flat Type Hinge.



1st (Inner)



2nd



3rd (Outer)

Fig.5 Layer of Element.

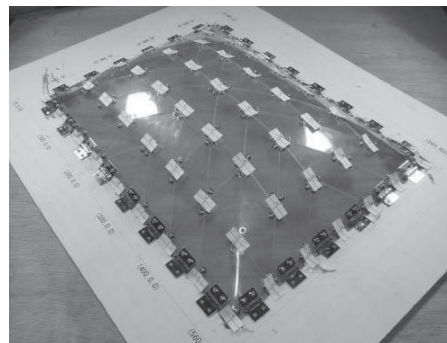
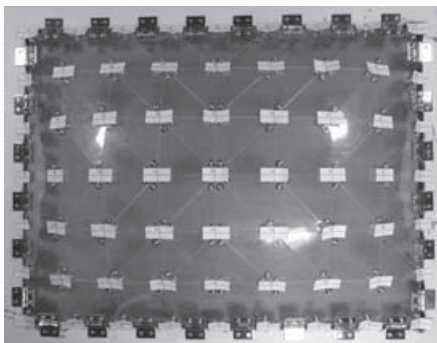


Fig.6 Assembled Rectangular Shell Model.

3. 矩形シェルの曲げ剛性評価

3.1 評価モデル

曲げ剛性評価方法とその結果について述べる。屋根構造物の剛性として最も重要なのは、地震時の応答挙動把握に重要な振動に関する剛性であると考え、その剛性を平板の板厚で評価することとした。これを評価するために、複雑に重ねられた3枚の板を一つの三角形平面要素とした数値モデルを作成し、固有値解析から求めた振動数と模型の振動試験から求めた振動数が一致する板厚を求めている。

なお、模型と型枠が丁番で固定されている状態を数値モデルで詳細に表現することは難しいため、数値モデルの境界条件は各節点位置に与えることとした。模型で利用した0.8mmの塩ビ板のヤング係数は材料実験より5200N/mm²と得られ、ポアソン比は0.38としている⁵⁾。質量は模型の全体質量(0.986kg)を各節点が負担する面積に比例した集中質量として与えている。固有値解析には汎用数値解析ソフト Midas Gen⁷⁾を用いている。

ところで、前章で示した矩形シェルの模型は、境界辺と型枠を丁番で接合しており、模型の境界条件は全周ピン支持であると考えられる。境界面の全節点をピン支持とし、板厚を2.4mm(=0.8mm×3枚)として数値モデルを作成し事前解析したところ、小さな模型であるため、1次固有振動数が500Hz以上となった。著者らが所有する振動台ではこれだけの高周波数で加振試験できないため、より振動し易くなるよう、長手方向を加振方向とし、長手方向の境界条件を自由とした状態について検討した。数値モデルにおいて、Fig.7の●印で示した節点をピン支持として解析したところ、1次固有振動数は43Hzであった。この数値モデルに合わせ、模型の長手方向境界辺の丁番を全て外したところ、その境界辺が浮いてしまった。既報においても、接地する境界面を全て支持しないと、模型形状が目標形状と著しく異なる^{2,4,5)}ことがわかっていたため、模型の節点座標値をSurveyFromPhoto(SFP: 三次元測量ソフト⁶⁾)を用いて計測し、その値で数値モデルを再作成した。再度解析したところ、1次固有振動数は31Hzであった。この程度の振動数であれば振動台で加振可能であったため、この条件で曲げ剛性の評価を行うこととした。固有モードを加振方向の有効質量比が大きいものから順に3次までFig.8に示す。

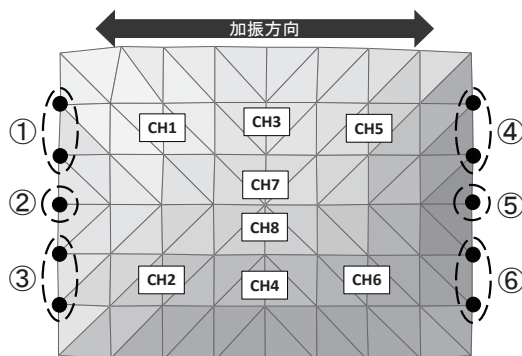


Fig.7 Support Condition and Position of Strain Gauges.

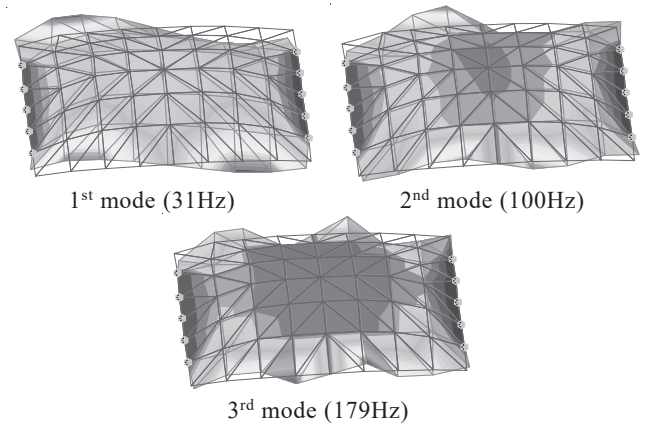


Fig.8 Eigen Modes in Longer Direction.

3.2 振動試験および考察

次に、振動試験より模型の固有振動数を求める。固有振動数は、いくつかの試験方法で求めことができるが、本論ではスイープ加振試験を用いた。事前解析結果より周波数の範囲を20~50Hzとした。周波数は5秒間隔で1Hzずつ上昇させており、得られる振動数の精度は1Hzである。加振機への入力電圧は周波数に関わらず一定としており、周波数が大きくなる程、加振振幅は小さくなるが、設定した周波数の範囲内でひずみが計測できるように電圧の大きさを決めている。また、卓越振動数は模型のひずみを計測し、その多寡で判別している。ひずみの計測は、固有モードを参考に、Fig.7に示したCH1~CH8の位置の長手方向とした。

Fig.9に振動試験から得られたひずみ値の共振曲線を示す。横軸は加振時の振動数(Hz)、縦軸は応答ひずみ($\times 10^{-6}$)である。振動数が30HzでCH1~CH6のひずみが急激に上昇しており、この値が1次固有振動数であると考えられる。この時のひずみゲージの値を時刻歴のデータから取り出し、正負符号を含めて表示するとFig.10(a)となる。このひずみ分布より、模型は逆対称形に振動しており、概ねFig.8の1次モードで示した通りに振動していることがわかる。この振動数と一致する数値モデル上の板厚を求めると、事前解析では板厚2.4mmの1次固有振動数が31Hzであったので、板厚2.34mm程度であれば振動試験の結果と一致することになる。よって、模型で用いた板厚0.8mmに対し、数値解析上で約2.9倍程度の板厚とすれば、1次固有振動数に対する剛性を求められることがわかった。

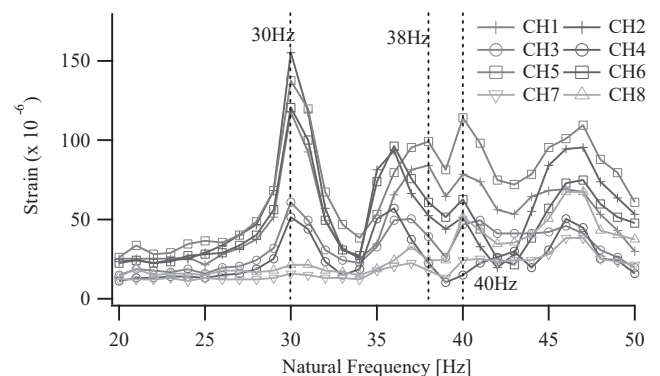


Fig.9 Result of Sweep Test.

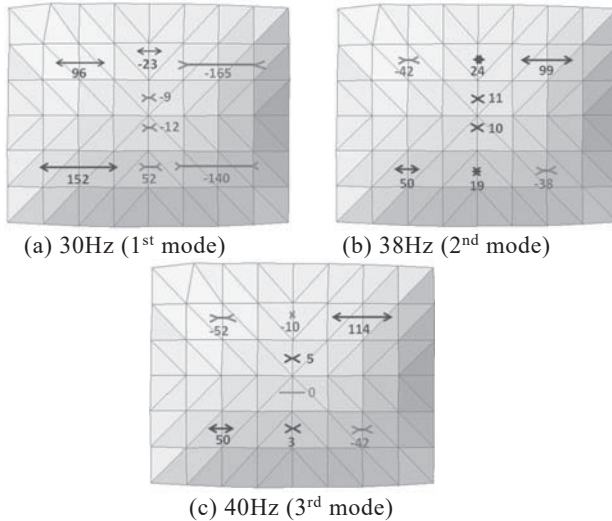


Fig.10 Value of Strain Gauges.

3.3 2次モード以降の検討

Fig.9 より, 30Hz 以降の曲線は分散しており, 2・3 次の固有振動数を明確に捉えられていない. そこで, 平均値が最も高い CH5 の応答が大きく上昇した 38Hz と 40Hz を 2 次・3 次固有振動数と仮定し, その応答を観察した. それらのひずみゲージの値を Fig.10(b)と(c)に示す. これらのモードを数値解析結果と比較する.

Fig.10 より, 1 次モードでは, CH1,CH2 と CH5,CH6 のひずみの正負符号が逆転しており, 長辺方向に対して逆対称モードであることがわかる. 2 次・3 次モードでは, 対角に位置するひずみの正負符号が一致しており, 短辺方向に対しても逆対称なモードが現れていることがわかる. 本模型の目標形状は長辺と短辺に軸対称なモデルであり, 短辺方向には振動しない形状であるが, 模型の形状不整により短辺方向の振動が起こる可能性がある. しかし, 模型形状を反映した数値モデルでは, 有効質量比が大きい固有モード (Fig.8) において, 対角方向に振動するモードは現れなかった. ただし, 有効質量比が小さいモードにおいては, 対角のモードがいくつか現れている. ここで, そのようなモードのうち, 固有振動数が小さい 2 種類を Fig.11 に示す. 固有振動数は 75Hz と 154Hz であり, 振動試験で得られた 38Hz と 40Hz と比べると差が大きい. よって, 形状不整以外に影響を及ぼしている項目があると考えた.

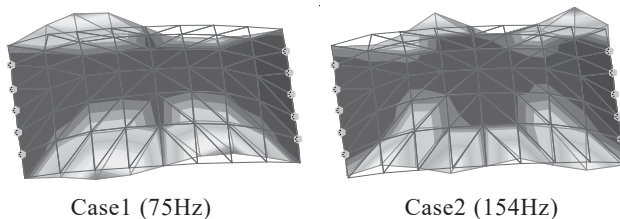


Fig.11 Vibration Modes

(Asymmetrically Vibrated in Longer and Shorter Direction).

3.4 境界条件が 2 次モード以降に及ぼす影響

形状不整以外に影響を及ぼす項目として, 剛性が不均一であることと, 境界条件の不一致を考えた. しかし,

剛性を反映することは困難であるため, 境界条件について検討することとする. 境界条件の影響を考慮し, 振動試験の結果と近い傾向になる数値モデルを探索する. 数値解析では, 全ての支持をピン支持としたが, 模型を型枠に固定している丁番とボルトの間にはクリアランスがあり, 完全なピン支持でないと考えた.

そこで, 境界条件にピンと並進ローラーの 2 種を仮定し, それらを組み合わせた数値モデルの解析結果を調査した. なお, 数値モデルの支点は計 10 点であり, これの境界条件を 2 種で考えると膨大なモデル数になる. 検討するモデル数を減らすため, 支点を Fig.7 で示した①～⑥のグループに分け, グループ毎に境界条件を変更することとした. 作成した数値モデルは 64 種となる.

比較が簡単な固有振動数比に着目し固有モードを調べた. 2 次と 1 次の固有振動数の比率を 2 次振動数比, 3 次と 1 次のものを 3 次振動数比と呼ぶこととする. 2 次振動数比が模型に最も近かったモデルの 1 次から 3 次の固有モードを Fig.12 に示す. このモデルは, 境界グループ①と⑤をピン支持, 残りをローラー支持としたモデルである. なお, 模型では 2 次振動数比 1.27, 3 次振動数比 1.33 であったのに対し, このモデルでは 2 次振動数比 1.10, 3 次振動数比 3.46 であった. このモデルでは, 1・2 次モードは対称形, 3 次モードは非対称形であり, 模型の固有モードと異なることがわかる. 他の数値モデルにおいても, 模型と同じ傾向の固有モードは得られなかった. 数値モデルの支点位置を節点にしていることや全部材の剛性を一定と考えていること, 本来は曲面になっている部材を平板要素でモデル化していることなどが問題の原因であると考えられ, これらを改善することが今後の課題である.

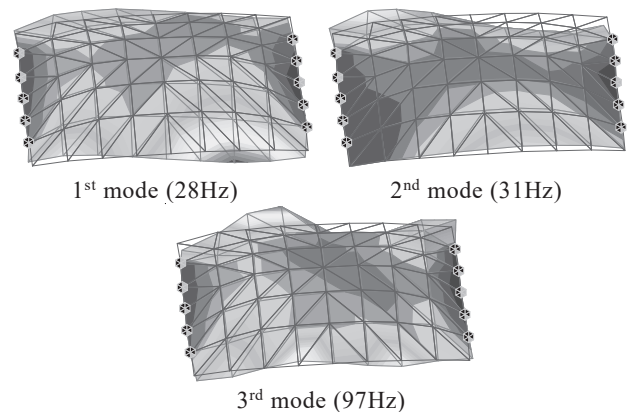


Fig.12 Eigen Modes in Longer Direction (Modified Support Condition).

4. 曲率差低減モデルとその性能

4.1 曲率差低減モデル

本方法で作製した模型は, 接地する境界辺を固定すると, 目標形状に近い形状になることがわかっている. ここでは, 境界を固定することなく, 目標通りの模型とする方法を検討する.

著者らは隣接する三角形間の曲率が小さいほど図面に

近い模型を作製できる可能性を示した⁴⁾。しかし既報の方法では、節点を無作為に移動させ曲率差を低減させたため、完成模型は目標形状と大きく異なっていた。この方法では構造物として扱いづらいため、本論では、目標通りのモデル形状で、さらに、三角形間の曲率が小さくなるように取り出す方法を検討する。

前章と同じ矩形シェルを扱う。モデル形状から曲率が小さくなるように節点を移動させ、新たに形状を求める。模型は、曲げられた平板により曲面構造になるため、節点移動後も目標通りの模型を作製するには、曲面上で節点を移動させればよい。しかし2章で述べたように、矩形シェルは三角形によって区切られた多面体である。また、曲げられた平板の曲面形状は明確にわからない。そこで本論では、節点をサンプリング点とした3次のスプライン曲面を仮定し、節点間のxy方向で等分割した曲面上の点に節点が移動できるものとした。さらに、矩形シェルは2軸について線対称であるので、節点はこの対称性を崩さないように移動させることとした。また、三角形間の角度が大きく、曲げるために要する力が大きい平板があると、その平板と三角形を共有する他の平板が曲げる力を負担し、その他の平板の曲げ形状を変えてしまう可能性がある。そこで本論では、模型全体での曲げる力が小さくなるよう、三角形間の角度とそれらの三角形が共有する境界辺の長さの積を求めており、さらに、曲率差のばらつきを小さくするために、目的関数は上記の積の残差平方和(平均値からの差の自乗和)としている。

以上よりモデル形状を求める手順は以下の通りである。

- ① スプライン曲面を水平面上で等分割し移動可能な仮点を作成(以降は分割間隔を移動間隔と呼ぶ)
- ② 目的関数(三角形間の角度と共有辺長の積の残差平方和)算出
- ③ 全節点において、隣り合う仮点に節点が移動した場合の目的関数を求め、それが最小となる仮点を選び、そこに節点を移動
- ④ ③の形状で②を行い、以降③と②を繰り返す

ここで、移動距離の分割数を5,10,100とした場合の目的関数の収束状況をFig.13に示す。図中の横軸は繰り返し回数、縦軸は目的関数を要素の総辺数で除した値である。各線付近に示した数値は、三角形間の成す角度(符号は上に凸が正)の平均値(図中ではave.と表記)と標準偏差(S.D.と表記)である。

Fig.13より、分割数100と10の場合で目的関数が同程度に収束することがわかる。以降は移動距離1/10で得られた形状を用いる。Fig.14に得られた形状の鳥瞰図を、Fig.15右図に上から見た節点位置を示す。左図は初期形状での位置である。Fig.15には三角形間角度(degree)も示しており、大きさを辺の濃淡で表している。Fig.15より、各節点はモデルの境界方向に移動している。要素間角度を比較すると、平均角度は6.07度から5.48度に、標準偏差は8.99度から8.05度に減少しており、角度差のばらつきを低減できている。また、最大角度は初期形状で36度程度であるのに対し、25度程度まで低減できている。以降は初期形状を前モデル、Fig.14の形状を曲率差低減モデルと呼ぶ。

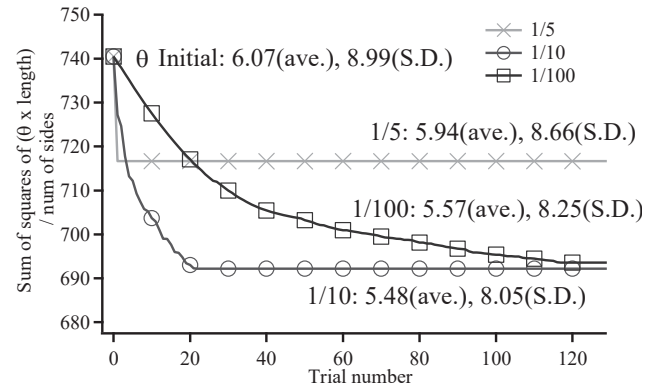


Fig.13 Convergence of Sum of Squares in Related to Interval of Movable Positions.

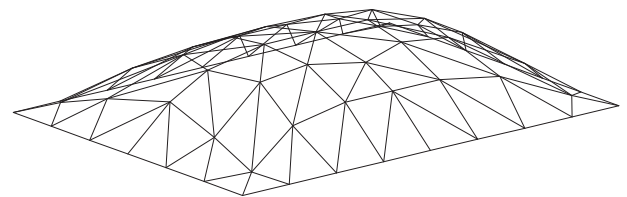


Fig.14 Convergence Solution (1/10 Intervals, Birds-Eye View).

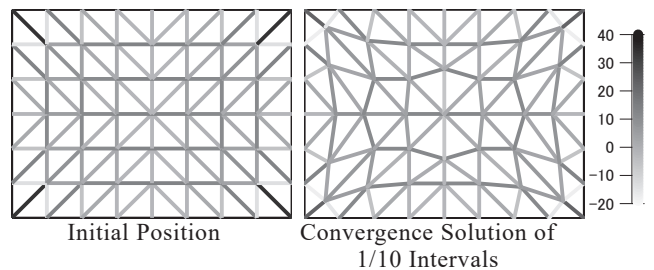


Fig.15 Nodal Positions and Angles of Sides between the Elements.

4.2 形状改善評価

次に、曲率差低減モデルの形状改善性を確認する。形状改善性は模型形状と目標形状の差異を求め、前モデルの場合と比較することで評価している。また、ここで用いる模型の寸法、材料等は全て前章で用いたものと同様であり、模型形状の計測もSFP⁶⁾を用いている。なお、模型形状は組み立て手順に依存するため、既報²⁾と同様に、以下に示す3つの状態で形状を比較した。

- (A) あらかじめ型枠に境界部の平板を固定し、境界部から中心に向かって組み立てた模型
- (B) (A)の手順で作製した後、型枠と模型を固定している丁番を外し、型枠から外した模型
- (C) 型枠を用いずに、境界部から中心に向かって組み立てた模型

前モデルと曲率差低減モデルについて(A)~(C)の手順により模型を作製し、目標形状と模型形状の計測差異を各節点位置で求めた。前モデル(previous model)での差異をFig.16に、曲率差低減モデル(new model)での差異をFig.17に示す。図中で上に示した3つの図は、差異の水平成分の大きさと方向を矢印で表した図であり、左から順に(A)から(C)の場合を示している。下に示した図は、差異の鉛直成分を等高線で表した図である。等高線

図の単位は mm である．さらに，差異の平均値，標準偏差，最大値，最小値をまとめて表 1 に示す．表中の単位は mm である．計測の結果，最も変化が見られたのは型枠に固定せず作製した(C)である．これは，(C)が最も曲率の影響を受けやすい作製方法であるためだと考えられる．Fig.18 に(C)で作製した模型を示す．左が前モデル，右が曲率差低減モデルの模型である．この図より，前モデルは境界辺が浮き上がっているが，本モデルではそれが改善されており，さらに Fig.16 と Fig.17 を比較すると，

全体的に差異が減少していることがわかる．

Table 1 Differences Between Assembled Model and Drawings in Relation to Construction Methods.

difference [mm]	(A)with boundary		(B)removing boundary		(C)without boundary	
	previous	new	previous	new	previous	new
Average	2.83	3.00	3.87	4.92	12.10	5.45
S.D.	1.41	1.49	3.23	5.17	8.30	5.17
Maximum	11.65	7.04	12.76	18.15	35.58	20.36
Minimum	0.82	0.67	0.59	0.79	1.60	0.24

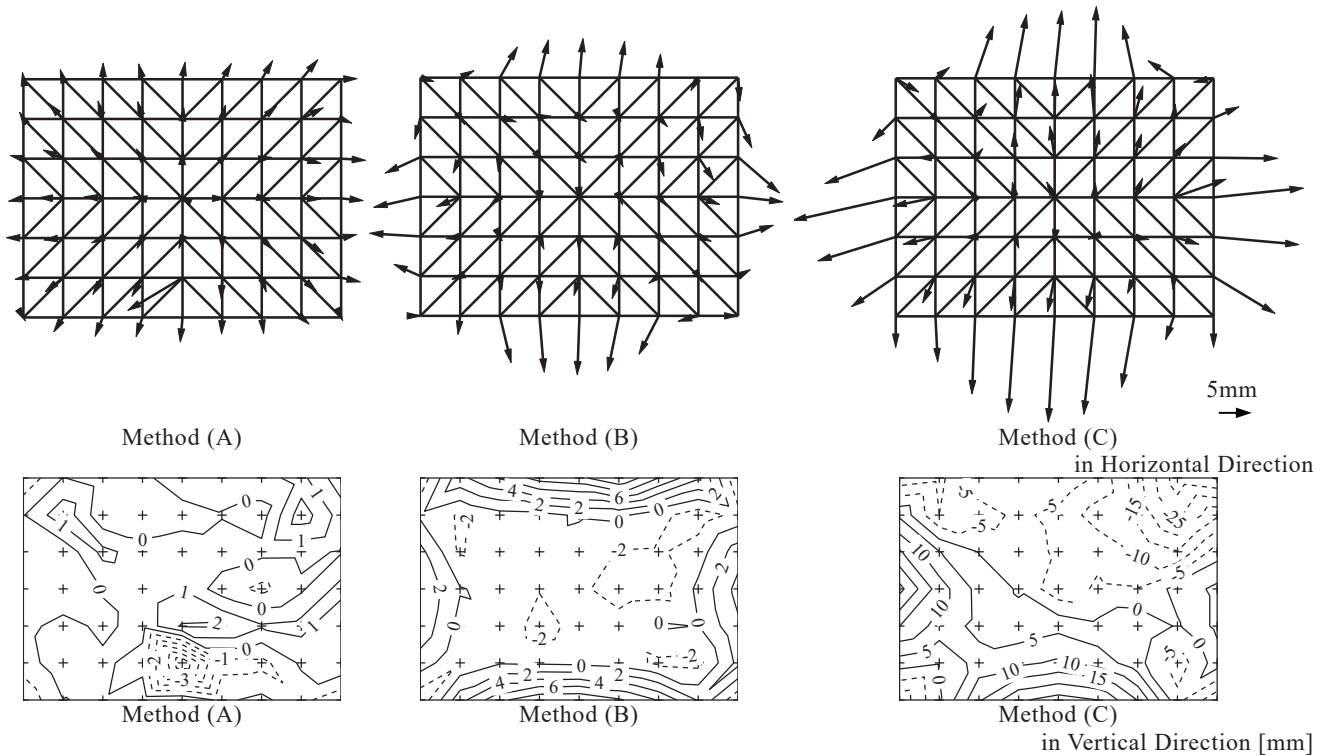


Fig.16 Differences Distribution in Rectangular Shell Model (Previous Model).

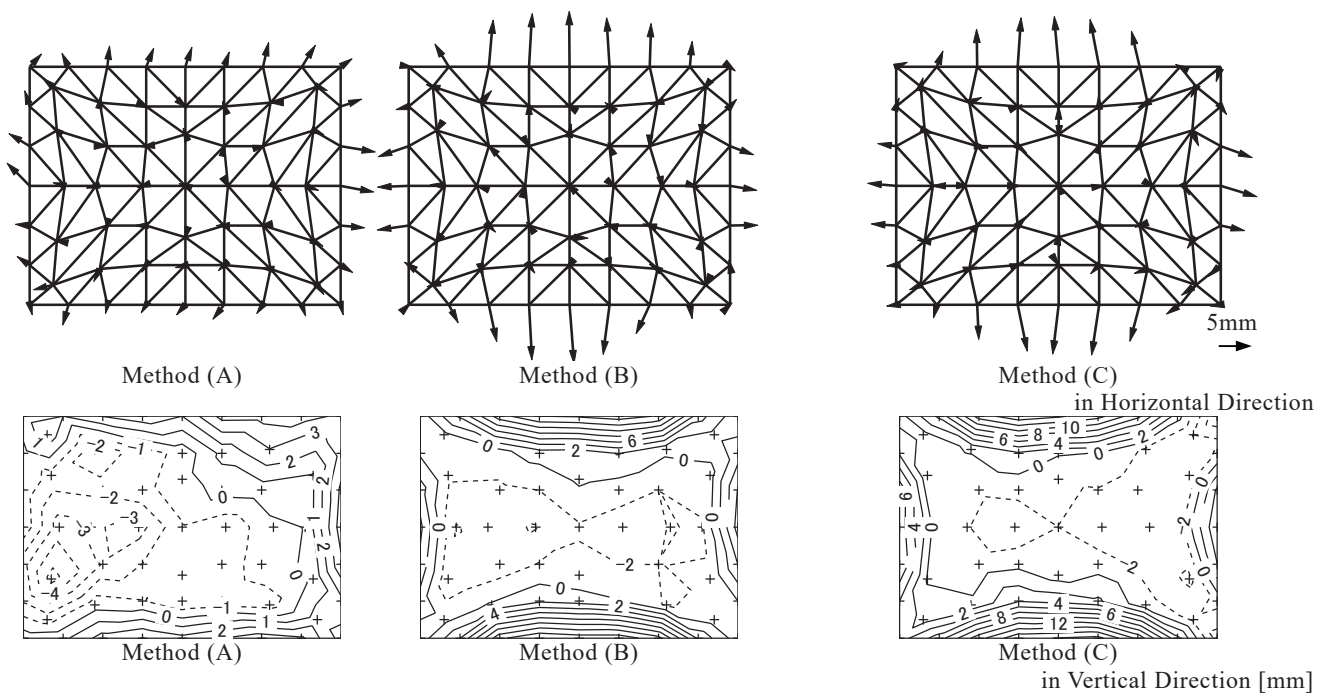
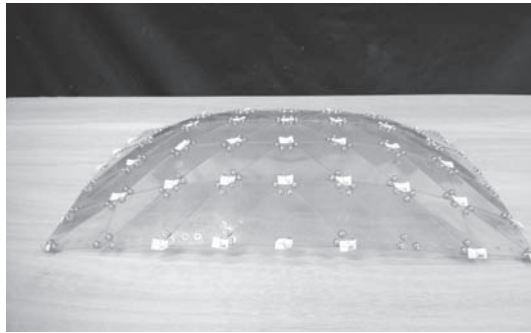
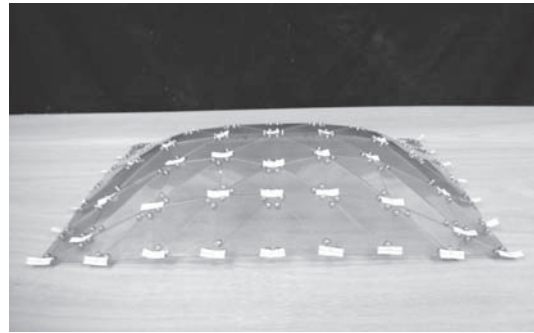


Fig.17 Differences Distribution in Rectangular Shell Model (New Model).



Previous Model



New Model

Fig.18 Assembled Models.

これより、本モデルは境界面を固定せずとも目標に近い形状の模型が作製できることがわかった。(A)と(B)については差異が前モデルより増大している。この原因として、模型の組み立てる順序と、節点が境界部分に移動したことで4隅の部材が小さくなり、曲がりにくくなった事が考えられる。しかし(A)の場合は、差異の平均値と標準偏差は微増しているが概ね前モデルの値と同じであり、さらに、最大値は大きく減少していることから、本モデルは型枠に固定する場合においても効果があることがわかった。

また、(B)と(C)はどちらも型枠が無い状態の模型であるが、差異に差がある。(A)～(C)の模型は、全て同じ平板を用いて作成しているが、(B)を解体後に目視で確認したところ、残留変形は認められず、塑性による影響は無いと判断している。本手法では、3枚の平板を曲げながら重ねており、それらの曲げ方向は異なる。平板を一方向に曲げた曲面は、曲率方向と多方向の剛性が上がるため、多方向には曲がりづらくなる。そのため、曲がっている平板に新たに平板を取り付けると、曲がっている平板の剛性が影響して、曲げ形状が異なることになる。模型は、平板を取り付けるごとに局所的に安定した形状になり、それを繰り返して完成模型になるが、組み立てる順番や形状を矯正する型枠の有無によっては安定形状と完成模型の形状が異なる可能性がある。その場合、完成間近に取り付ける平板には大きく力を加えることとなる。しかし、そのような平板も、ボルトで留めてしまえば形状が固定されるため、型枠によって強制されていた力を解放しても、型枠無しで作成した形状とは異なる形状になると考えている。

5. 結論

本論文で得られた知見は以下の通りである。

- (1) 矩形シェルにおいて、重ねられた3枚の平板を元の板厚の2.9倍程度の厚さの一枚の平板とすれば、1次固有振動数を求められることがわかった。
- (2) 模型の振動試験では、数値解析より得られた2次と3次の固有モードと同じモード形を得られなかった。それは、模型の三角形要素は平面でなく曲面になっており、それを解析モデルで表現できていなかった事が原因であると考えられる。さらに、場所によって平板の曲げられる方向が異なり、それによって各部の曲げ剛性がば

らつくことも原因であると考えられる。しかし、それによる曲げ剛性の同定は非常に困難であると考えられる。解析モデルの三角形要素の分割数を増やし要素を曲面にすることや、境界部の固定箇所や支持条件を検討することが必要だと考えられる。

- (3) 三角形間の角度に辺の長さを乗じた値の平方和が小さくなるように節点を移動させることで、目標形状との差が小さい模型を作製できることがわかった。

また、本手法を建築物に適用するためには、剛性と共に、耐力も重要である。耐力の予測方法について、今後検討する予定である。

謝辞

本論の実験は、2014年度東海大学卒業生である宇野俊樹君、大庭脩平君、細井理史君によって行われたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Morooka S., Shell Surface Combined with Flat Plates and Bolts, International Symposium IASS-SLTE 2008 Acapulco, Mexico, Oct. 2008.
- 2) Morooka S. and Nomura K., Difference between drawings and assembled models in curved surface combined with flat plates and bolts, Proceedings of the IASS-SLTE 2014 Symposium, Brasilia, Brazil, Sep. 2014.
- 3) 野村圭介, 諸岡繁洋: 平板とボルトからなる矩形シェルの提案と球形シェル要素寸法算出法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.719-720, 2009.8.
- 4) 諸岡繁洋, 野村圭介: 平板とボルトからなる矩形シェルの部分板厚変更による模型形状改善, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.985-986, 2013.8.
- 5) 諸岡繁洋, 野村圭介: 平板とボルトからなる曲面構造の境界辺支持による形状改善傾向, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.797-798, 2014.9.
- 6) 三次元計測ソフト SurveyFromPhoto (<http://www.solidfromphoto.com/> 2017/3/21 参照).
- 7) Midas iGen (<http://jp.midasuser.com/building/products/products.asp?nCat=1445&idx=100486> 2017/3/21 参照).