

運動量射影を取り入れた陽子の電荷形状因子

二宮悠^{*1}, 袴田悟志^{*2}, 鳥沢修平^{*3}, ベンツ・ヴォルフガング^{*4}

〒 259-1292 神奈川県平塚市北金目 4-1-1

東海大学 理学部 物理学科

(2012 年 9 月 21 日受付；2012 年 10 月 25 日受理)

Charge form factor of proton including momentum projection

by

Yu Ninomiya^{*1}, Satoshi Hakamada^{*2}, Shuhei Torisawa^{*3} and Wolfgang Bentz^{*4}

Department of Physics, Tokai University,

4-1-1 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa, 259-1292, Japan

^{*1}E-mail: 9asp2213@mail.tokai-u.jp

^{*2}E-mail: 9asp2211@mail.tokai-u.jp

^{*3}E-mail: 7asp1114@mail.tokai-u.jp

^{*4}E-mail: bentz@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

(Received on Sept. 21, 2012; accepted on Oct. 25, 2012)

Abstract

本稿では、陽子が3つのクォークから構成されているという立場から調和振動子ポテンシャルと球対称井戸型ポテンシャルの2種類のポテンシャルの下で Schrödinger 方程式を解いて陽子の電荷形状因子の振る舞いを調べた。運動量保存を考慮しない「naive model」と、運動量保存を考慮して、3つのクォークの全運動量 \vec{P} を射影した3体クォーク波動関数 (momentum projected 3-quark wave function) を用いた model の両方で計算した。調和振動子ポテンシャルにおいては、運動量保存を考慮しない model では計算結果が実験値と比べて早く減衰したが、運動量保存を考慮した model では減衰具合に緩和が見られた。球対称井戸型ポテンシャルにおいては、ポテンシャルの半径 R を $R = 1.5\text{fm}$ に固定した時、運動量保存を考慮した model は運動量保存を考慮しない model に比べて減衰度合いが大きくなり、実験値とのずれが拡大した。しかし、 $R = 0.8\text{fm}$ の条件下においての運動量保存を考慮した model の計算結果は実験値を良く再現することができた。また、運動量保存を考慮した model を用いて計算した形状因子は、

クォークの散乱過程における運動量移行 $q^2 \simeq 0$ の近傍における振る舞いが悪く、 R を理論から原理的に決定することができなかった。

1 Introduction

1.1 Confinement and asymptotic freedom

粒子の内部構造を測定するには散乱実験が有効な手段であることが知られている。1911年、E. Rutherford は α 粒子の散乱実験から、原子内部には原子核が存在することを発見した。原子核は核子 (陽子と中性子) によって構成され、今日では、電子と核子との深非弾性散乱の実験から、核子も内部構造を持つことがわかっている。実験が示すところによると、陽子や中性子は、3つのクォークの束縛状態であると考えられ、陽子は2つの u クォークと1つの d クォークから成るバリオンである。クォークとは構造を持たないフェルミオンであり、量子数の違いに応じて6種類存在することがわかっている。また、クォークはカラー荷と呼ばれる特別な量子数を持つ。一方、陽子は、同じ電荷を持った u クォークを2つ持つため、 u クォーク間には電磁気的な反発力が生じる。クォークは陽子内に束縛されている為、クォーク間には電磁気的な反跳力よりも“強い”力が存在することが要請される。実際に、カラー荷は新しいカラー場をクォークに与えることで、この強い束縛を可能にする。2つのクォークは仮想的な“グルーオン”の交換によって相互作用し、グルーオンは、クォークを核子内に束縛する。また、グルーオンは、それ自身がカラー荷を担うことによって、別のグルーオンと直接相互作用することも可能である。このグルーオンの直接結合 (自己結合) がクォークの閉じ込めに大きく寄与する。グルーオンの直接結合は、クォーク・反クォークのカラー場のポテンシャルを増加させ、クォーク・反クォーク間の距離が離れるほど、カラー相互作用は一層強くなる。これは、力線が妨げられずに広がっていく Coulomb 場とは対照的で、クォーク・反クォーク間のポテンシャルエネルギーは距離に比例して増加する。このいわゆる赤外束縛が、クォークをカラーのないハドロン内に完全に閉じ込める原因であると信じられている。

グルーオンの寄与は閉じ込めだけではない。2つのクォーク間の距離が近い時に起きる“漸近的自由”と呼ばれる性質もある。グルーオンは自分自身がカラーを担い、クォークの有効カラー荷を広げ、また、カラーは同じ色のカラーに集まりやすい性質をもつ。このことから、例えば赤色クォークに試験体を近づけると赤荷の量は次第に減少し、その結果赤カラー荷の“反遮蔽”が生じる。この性質を漸近的自由と呼ぶ。漸近的に、2つの赤クォークは、非常に近い距離で本質的には相互作用のない自由な粒子として振る舞う [1], [2]。

カラー閉じ込めは基本的に非摂動的な効果であるから、クォークとグルーオンについて基本的な理論である「量子色力学」を直接適用することが困難である。そのために、閉じ込めおよび漸近的自由を現象論的に取り入れている「クォークの有効理論」は有意義な道具である。本稿では、3つのクォークが調和振動子型ポテンシャルおよび球対称井戸型ポテンシャルのなかで運動していることを仮定し、その3つのクォークの束縛状態の電荷分布を表す「形状因子」を計算する。ただ、運動量保存を満たすために3つのクォークは完全に独立ではなく、反跳の補正 (recoil correction) は必要である。本稿ではこの補正について論ずる。

1.2 Form factor and momentum projection

散乱過程において、標的の構造について理論的な立場からアプローチする際に用いられる物理量が形状因子である [3], [4]。小角散乱では、形状因子から具体的に標的の平均二乗半径を求めることができる。例えば、単位電荷をもつ単一粒子の場合は、波動関数を $\psi(\vec{r})$ とすると電荷形状因子は確率密度 $|\psi(\vec{r})|^2$

の Fourier 変換で定義される。すなわち¹、

$$F(q^2) = \int d^3r |\psi(\vec{r})|^2 e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \quad (1)$$

ここで、確率密度は

$$\int d^3r |\psi(\vec{r})|^2 = 1 \quad (2)$$

のように規格化してある。また、波動関数 $\psi(\vec{r})$ は次の Schrödinger 方程式の解である：

$$\left[-\frac{1}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (3)$$

ここで、 $V(r)$ は非時間依存ポテンシャル、 m は $V(r)$ の元で運動する粒子の質量である。

同様に、陽子について最も単純なモデルでは、クォークを閉じ込めているポテンシャル $V(r)$ を使って Schrödinger 方程式から 3 つのクォークの軌道波動関数 (orbital 3-quark wave function) $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$ を求めることによって形状因子を導くことができる。

しかしながら、ポテンシャル $V(r)$ を導入することによって、波動関数の並進対称性が破れ、Noether の定理から運動量が保存されなくなることが予想される。この問題を解決するために、原子核物理学などの分野で「運動量射影の方法」(例えば Peierls-Yoccoz の方法など) が知られている [5], [6]。本稿では、この方法の基本的な考え方を用いて、3 つのクォークの運動量射影を定式化し、運動量保存を考慮した波動関数 (momentum projected 3-quark wave function) を用いて形状因子を議論する。

2 The calculation methods

2.1 Naive model

陽子の電荷形状因子を 3 つのクォークから構成されているという立場から考える。SU(6) クォークモデル [7] によると、バリオンのカラー波動関数はクォークの入れ替えについて完全反対称、スピンとフレーバーの自由度についての波動関数は完全対称である。従って、クォークの軌道波動関数は完全対称でなければならない。このことを用いると、陽子の電荷形状因子は

$$F(q^2) = \int d^3r_1 d^3r_2 d^3r_3 \Psi^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_1} \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \quad (4)$$

と表すことができる。ここで、 $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$ は 3 つのクォークの状態を表す 3 体クォーク軌道波動関数 (orbital 3-quark wave function) である。最も単純なモデルでは、3 つのクォークがポテンシャル $V(r)$ のなかで独立に運動し、基底状態では 3 つのクォークが同じ軌道に入っている。その場合は、基底状態の波動関数が次のように 3 つの 1 体クォーク軌道波動関数 (orbital single quark wave function) の積で表される：

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = \psi(\vec{r}_1)\psi(\vec{r}_2)\psi(\vec{r}_3) \quad (5)$$

また、各々の 1 体クォーク波動関数は次のように規格化されている：

$$\int d^3r |\psi(\vec{r})|^2 = 1 \quad (6)$$

この規格化条件の下で (5) 式を (4) 式に代入すると、陽子の電荷形状因子は次のようになる：

¹この論文では自然単位系 $\hbar = c = 1$ を使う。

$$F(q^2) = \int d^3 r_1 |\psi(\vec{r}_1)|^2 e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_1} \quad (7)$$

すなわち、陽子の形状因子は1体クォークの確率密度の Fourier 変換であり、(1) と一致する。

ただし、この「naive model」には次のような問題が抱えている。(5) 式の3体クォーク波動関数は明確な全運動量 $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$ を持っていない。そのため、電子散乱過程における運動量保存則 $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{q}$ が成り立たないことが考えられる。ゆえに、我々は明確な全運動量 \vec{P} を考慮した3体クォーク波動関数を必要とする。この波動関数のことを“3つのクォークの全運動量 \vec{P} を射影した3体クォーク波動関数 (momentum projected 3-quark wave function)” と呼ぶことにする。

2.2 Momentum projected 3-quark wave function

一体クォーク波動関数のフーリエ変換を次のように定義する:

$$\psi(\vec{r}) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r}} \psi(\vec{p}) \quad (8)$$

$$\psi(\vec{p}) = \int d^3 r e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \psi(\vec{r}) \quad (9)$$

ここで、 $\psi(\vec{p})$ は運動量空間における波動関数である。今、3つのクォークの全運動量 \vec{P} を射影した3体クォーク波動関数 (momentum projected 3-quark wave function) を

$$\begin{aligned} \Psi_{\vec{P}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) &= N(\vec{P}) \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 - \vec{P}) \\ &\times e^{-i\vec{p}_1\cdot\vec{r}_1} e^{-i\vec{p}_2\cdot\vec{r}_2} e^{-i\vec{p}_3\cdot\vec{r}_3} \psi(\vec{p}_1) \psi(\vec{p}_2) \psi(\vec{p}_3) \end{aligned} \quad (10)$$

と定義する。 $N(\vec{P})$ は規格化因子であり、次の規格化条件に従う:

$$\int d^3 r_1 d^3 r_2 d^3 r_3 \Psi_{\vec{P}'}^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \Psi_{\vec{P}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{P}' - \vec{P}) \quad (11)$$

(10) 式のデルタ関数 $(2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 - \vec{P})$ を無視し、規格化因子 $N(\vec{P})$ を1と置くと、運動量保存を考慮しない model の3体クォーク波動関数(5)式と等しくなることに注意されたい。Momentum projected 3-quark wave function(10)を用いると、陽子の電荷形状因子は次のように表される [4]:

$$(2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{P}' - \vec{P} - \vec{q}) F(q^2) = \int d^3 r_1 d^3 r_2 d^3 r_3 \Psi_{\vec{P}'}^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_1} \Psi_{\vec{P}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \quad (12)$$

ただし、(12) を実際の電子・陽子弾性散乱実験で測定された形状因子と結びつけるために、(12) は「Breit系」という特別な系 [3], [4] で適用しなければならない。Breit系は $\vec{P}' = \frac{\vec{q}}{2}$, $\vec{P} = -\frac{\vec{q}}{2}$ で定義されていて、エネルギー移行 $q_0 = E_{P'} - E_P = 0$ となる。(ここで $E_P = \sqrt{\vec{P}^2 + M^2}$ は陽子の運動エネルギーである。) その場合は、電子・陽子散乱で陽子が反跳を受けても、形状因子は(12)のように普通の3次元 Fourier 変換で表される。形状因子は勿論 Lorentz 系に依存しない物理量であるので、Breit系で計算した結果 $F(\vec{q}^2)$ において $\vec{q}^2 \rightarrow q^2 = \vec{q}^2 - q_0^2$ の置き換えをすることにより、一般の系での形状因子 $F(q^2)$ が得られる。(電子散乱過程では4元運動量移行の二乗 $q^2 > 0$ であることに注意されたい。)

2.3 Charge form factor of proton with momentum projection in the Breit frame

次に、Breit系を用いて陽子の電荷形状因子を導出する。 $\vec{P}' = \frac{\vec{q}}{2}$, $\vec{P} = -\frac{\vec{q}}{2}$ とおいて、(10)式を(12)式に代入すると、次式を得る:

運動量射影を取り入れた陽子の電荷形状因子

$$F(q^2) = N\left(\frac{\vec{q}}{2}\right) N\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right) \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \frac{\vec{q}}{2}) \times (\psi^*(\vec{p}_1 + \vec{q})\psi(\vec{p}_1))(\psi^*(\vec{p}_2)\psi(\vec{p}_2))(\psi^*(\vec{p}_3)\psi(\vec{p}_3)) \quad (13)$$

また (10) 式と同様に、(13) 式では全運動量を射影したデルタ関数を無視し、規格化因子を 1 と置くと、運動量保存を考慮しないモデルの結果 (7) 式と等しくなる。ここで、

$$\psi^*(\vec{p}_1 + \vec{q}) = \int d^3 r_1 e^{i(\vec{p}_1 + \vec{q}) \cdot \vec{r}_1} \psi^*(\vec{r}_1) \quad (14)$$

$$(2\pi)^3 \delta^{(3)}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \frac{\vec{q}}{2}\right) = \int d^3 r e^{-i(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \frac{\vec{q}}{2}) \cdot \vec{r}} \quad (15)$$

を式 (13) に代入すると、Breit 系における陽子の電荷形状因子は次のようになる:

$$F(q^2) = N\left(\frac{\vec{q}}{2}\right) N\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right) \int d^3 r_1 e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_1} \psi^*(\vec{r}_1) \tilde{\psi}(\vec{r}_1, \vec{q}) \quad (16)$$

(16) 式の形は naive model の (7) 式に似ているが、(16) 式では、新たに定義した 1 体クォーク波動関数 $\tilde{\psi}(\vec{r}_1, \vec{q})$ を用いている。また、この新しい 1 体クォーク波動関数は残りの 2 つのクォークの反跳の影響を含んでいる。新しい 1 体クォーク波動関数は“反跳係数 (recoil factor)” $W(\vec{p}_1, \vec{q})$ を用いて次式で定義される:

$$\tilde{\psi}(\vec{r}_1, \vec{q}) = \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{p}_1 \cdot \vec{r}_1} \psi(\vec{p}_1) W(\vec{p}_1, \vec{q}) \quad (17)$$

$$W(\vec{p}_1, \vec{q}) = \int d^3 r e^{-i(\vec{p}_1 + \frac{\vec{q}}{2}) \cdot \vec{r}} \rho^2(\vec{r}) \quad (18)$$

ここで、 $\rho(\vec{r})$ は次のように定義した:

$$\rho(\vec{r}) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} |\psi(\vec{k})|^2 e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (19)$$

また、規格化因子を規格化条件 (11) 式から求めると、次のようになる:

$$N\left(\frac{\vec{q}}{2}\right) = \left[\int d^3 r e^{-i\frac{\vec{q}}{2} \cdot \vec{r}} \rho^3(\vec{r}) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (20)$$

3 Results

陽子内のクォークの閉じ込めを考慮し、調和振動子ポテンシャルおよび球対称井戸型ポテンシャルの下で陽子の電荷形状因子がどのように振舞うかを計算する。2.1 節で説明した運動量保存を考慮しない naive model と 2.2, 2.3 節で説明したクォークの全運動量を射影した 3 体クォーク波動関数を用いて形状因子を計算する model の両方で計算を行い、計算結果を比較する。

3.1 Harmonic oscillator potential

3 次元調和振動子ポテンシャル

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \quad (21)$$

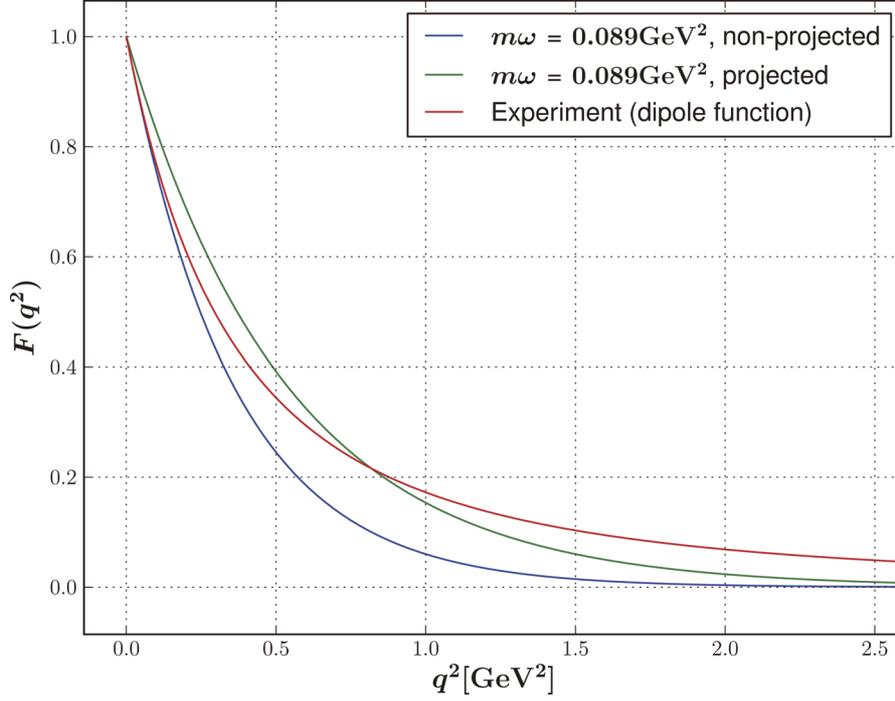


Figure 1: 調和振動子ポテンシャルを用いた陽子の電荷形状因子

の下で Schrödinger 方程式を解くと、0s 軌道における波動関数は、以下で与えられる:

$$\psi(r) = \left(\frac{m\omega}{\pi}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{1}{2}m\omega r^2} \quad (22)$$

(22) 式を (7) 式に代入すると、運動量保存を考慮していない naive model での陽子の電荷形状因子は次のようになる:

$$F_{\text{naive}}(q^2) = e^{-\frac{q^2}{4m\omega}} \quad (23)$$

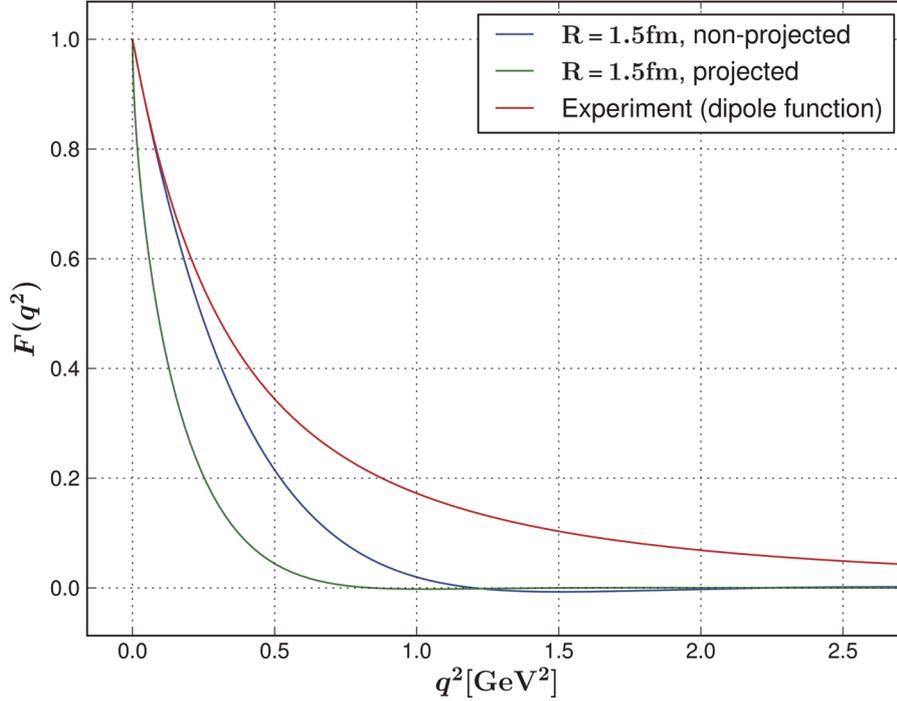
同様に、(16),(22) 式を用いて計算すると、運動量保存を考慮した model における陽子の電荷形状因子は次式で与えられる:

$$F_{\text{proj}}(q^2) = e^{-\frac{q^2}{6m\omega}} \quad (24)$$

Figure 1 は計算した陽子の電荷形状因子 (23),(24) を示したものである。ここで、青色の線が naive model での計算結果、緑色の線が運動量保存を考慮した model の計算結果に対応する。赤色の線は 2 重極陽子形状因子の実験結果に対してフィッティングさせた「2 重極型」関数 (dipole fit) である [3]:

$$F_{\text{dip}}(q^2) = \left(1 + \frac{q^2[\text{GeV}^2]}{0.71}\right)^{-2} \quad (25)$$

また、パラメータ $m\omega$ は、naive model の計算結果と陽子の平均二乗半径の実験値 (0.81fm) を比較して算出した値 $m\omega = 0.089[\text{GeV}^2]$ に固定した [2]。Figure 1 からわかるように、naive model の計算結果は実験値に比べて早く減衰しているが、運動量保存を考慮した model ではグラフの減衰具合に緩和が見られた。ただし、(23) と (24) は基本的に同じ関数系 (指数関数) で表されるので、運動量保存を考慮した model のパラメータ $m\omega$ を実験の平均二乗半径の値に再調節すれば、naive model の結果へ帰


 Figure 2: 電荷形状因子（井戸型ポテンシャル, $R=1.5$ fm）

着する。すなわち、調和振動子モデルでは、パラメータを再調節すれば運動量射影の影響がないと考えてもよい。

3.2 Spherical potential well

次に球対称井戸型ポテンシャルを用いた陽子の電荷形状因子について議論する。井戸型ポテンシャルを用いて Schrödinger 方程式を解き、運動量保存を考慮しない naive model と、運動量保存を考慮した model での陽子の電荷形状因子を求める。後者について解析的に解くことは難しいので数値計算を行う。3次元球対称井戸型ポテンシャル

$$V(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & r < R \\ \infty, & r > R \end{cases} \quad (26)$$

の下で Schrödinger 方程式を解くと、0s 軌道における波動関数は、次式で与えられる：

$$\psi(\vec{r}) = \left(\frac{1}{2\pi R}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{r} \sin\left(\frac{\pi}{R}r\right) \quad (27)$$

Figure 2 は井戸の半径を $R = 1.5$ fm に固定して、naive model と運動量保存を考慮した model で計算した陽子の電荷形状因子を示したものである。また、Figure 3 は、 $R = 1.5$ fm として naive model で計算した陽子の電荷形状因子と、 $R = 0.8$ fm として運動量保存を考慮した model で計算した陽子の電荷形状因子を示したものである。Figure 2 からわかるように、naive model の形状因子と運動量保存を考慮した model の形状因子は共に実験値よりも早く減衰している。特に、運動量保存を考慮した model の計算結果はグラフの減衰度合いがより大きくなっている。しかし、Figure 3 から、 $R = 0.8$ fm の条件下における運動量保存を考慮した model の計算結果は実験値を良く再現していることが言える。

Figure 2, Figure 3 の $q^2 \simeq 0$ の近傍に着目すると、運動量保存を考慮した model の計算結果は $R = 0.8$ fm, $R = 1.5$ fm のいずれの条件下においても $q^2 = 0$ の近傍における振る舞いが悪く、実験値

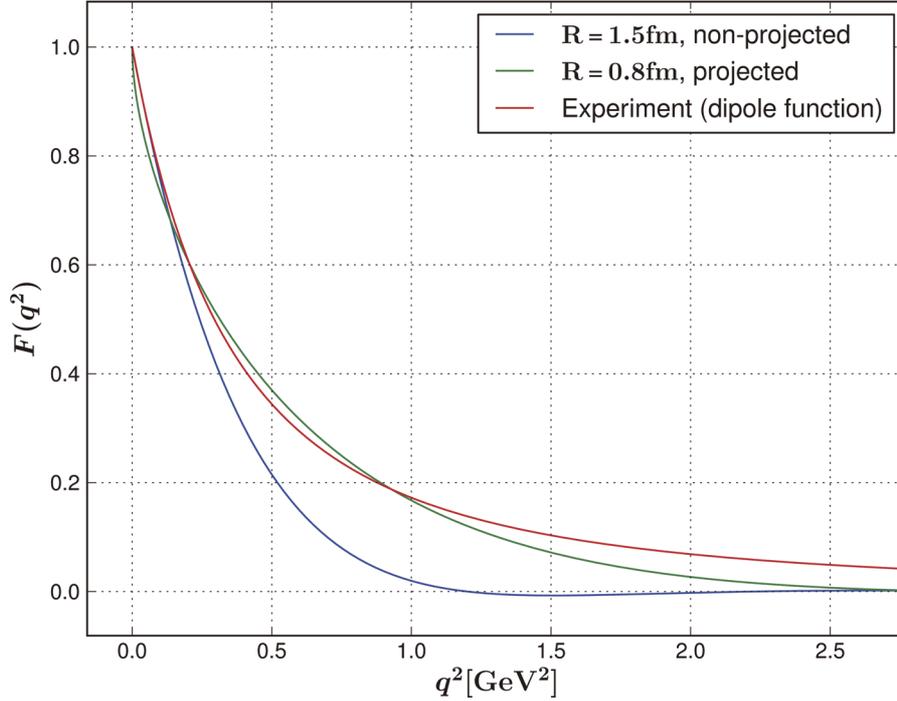


Figure 3: 電荷形状因子 (井戸型ポテンシャル, $R=0.8$ fm)

と比較してグラフの傾きが大きい。これは、3つのクォークの全運動量 \vec{P} を射影した波動関数がクォークへの運動量移行 \vec{q} に依存するので、形状因子と平均二乗半径との間の関係が成り立たなくなることが理由として考えられる。いずれにせよ、 $q^2 = 0$ の近傍におけるグラフの振る舞いが悪い為、運動量保存を考慮した model では井戸の半径 R を理論から原理的に決定することができなかった。数値計算による誤差の原因も視野に入れたさらなる考察が必要であり、今後の課題にしたい。

4 Summary

本稿では、運動量保存を考慮しない naive model の3体クォーク波動関数はクォークの全運動量 \vec{P} が定義されていないことに注意し、その解決策として運動量保存を考慮した model を定式化した。具体的には、3つのクォークの全運動量 \vec{P} を射影した3体クォーク波動関数を新たに定義し、調和振動子ポテンシャルおよび球対称井戸型ポテンシャルの下で、運動量保存を考慮しない naive model と運動量保存を考慮した model の両方で陽子の電荷形状因子を計算した。

調和振動子ポテンシャルにおいては、運動量保存を考慮しない model では計算結果が実験値と比べて早く減衰したが、運動量保存を考慮した model では減衰具合に緩和が見られた。ただし、運動量保存を考慮した model のパラメータを実験の平均二乗半径の値に再調節すれば、naive model の結果へ帰着する。すなわち、調和振動子モデルでは、パラメータを再調節すれば運動量射影の影響がなくなることが分かった。

井戸型ポテンシャルにおいて、ポテンシャルの半径を $R = 1.5$ fm に固定した条件下では naive model の結果と運動量保存を考慮した model の結果は共に実験値よりも早く減衰した。特に、運動量保存を考慮した model では、形状因子の減衰度合いが naive model の時よりも大きくなった。しかし、 $R = 0.8$ fm の時における運動量保存を考慮した model の計算結果は実験値を最も良く再現できた。ただし、井戸型

運動量射影を取り入れた陽子の電荷形状因子

ポテンシャルを用いた場合、運動量保存を考慮した model の形状因子はクォークへの運動量移行 $q^2 \simeq 0$ 近傍における振る舞いが悪く、井戸型ポテンシャルの半径 R を理論から原理的に決定することができなかった。この点についての考察が必要であり、今後の課題にしたい。

本研究で、非相対論的なクォーク模型を使って計算を行ったが、今後の研究では運動量射影の方法を相対論的なクォーク模型にも適用したい。

参考文献

- [1] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and leptons*, Wiley, 1984.
- [2] B. Povh , K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche, *Particles and Nuclei*, Springer, 1994.
- [3] E. Henley, A. Garcia, *Subatomic Physics*, World Scientific, 2007.
- [4] A.W. Thomas, W. Weise, *The Structure of the Nucleon*, Wiley, 2001.
- [5] P. Ring, P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer, 1980.
- [6] R.E. Peierls, J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. (London) **A 70** (1957) 381.
- [7] F.E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, Academic Press, 1979.