

ホログラフィック QCD におけるパリティ非保存核子散乱

笠利彦弥

〒 259-1292 神奈川県平塚市北金目 4-1-1

東海大学 理学部 物理学科

E-mail: kasari@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

(2012 年 9 月 21 日受付；2012 年 11 月 11 日受理)

Parity violating nucleus collision in holographic QCD

by

Hikoya KASARI

Department of Physics

Tokai University,

Hiratsuka, Kanagawa, 259-1292, Japan

E-mail: kasari@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

(Received on Sept. 21, 2012; accepted on Nov. 11, 2012)

Abstract

In the holographic QCD built by Sakai and Sugimoto, parity violation in a nucleus-nucleus reaction was considered. The matrix element which breaks parity in the Sakai-Sugimoto model is not contradictory to a known value. Although this is indirect, it shows that the super-string theory can express our world.

1 はじめに

2005 年に酒井と杉本によって、陽子・中性子・中間子といった強い相互作用によって束縛状態を形成する強結合粒子（ハドロン）の質量スペクトルや相互作用の大きさを超弦理論の文脈で説明するホログラフィック量子色力学（Holographic Quantum Chromo Dynamics）が提唱された [1][2]。この理論は酒井-杉本モデルと広く呼ばれており、第 1 論文 [1] の被引用論文数は 2012 年 9 月 1 日段階で 661 本にもおよび、この理論に沿った研究が世界中で活発になされている。ホログラフィックとは高次元の情報

がそれより低い次元に射影することを指し、酒井-杉本モデルでは5次元から4次元の時空への射影を考えている。酒井-杉本モデルは超対称性が完全に破れた後の低エネルギー状態においてハドロンを記述することに成功している。低エネルギー状態とは、プランクエネルギー（約 10^{19}GeV ）や大統一理論（Ground Unified Theory, GUT）のエネルギースケール（約 10^4GeV ）よりも低いものの、パイオンの質量（約 140MeV ）を無視できる程度の GeV のエネルギー領域である。現在、酒井-杉本モデルは超弦理論が真に自然界を記述しているかを実験的に検証できる唯一のコンテキストである。

一方、陽子や中性子といった原子核を構成する核子同士の散乱においては通常 10^7 に一回程度の割合でパリティの破れが観測される。パリティの破れは、弱い相互作用を介してのみ生じることがこれまでの高エネルギー実験の膨大なデータから読み取ることができるので、弱い相互作用を媒介する Z ボソン（ 91GeV ）や W ボソン（ 80GeV ）の交換によって生じると考えることができる。しかしこれら弱ボソンは、その質量が大きいため作用を媒介できる距離（有効レンジ）が極めて短い。一般に核子と原子核との反応では、散乱原子核程度の大きさの有効レンジを考える必要があり、その際には Z ボソンや W ボソンだけではなく ρ 中間子や ω 中間子の交換によるパリティの破れの効果を考える必要がある [3]。

本論では、酒井-杉本モデルによって得られる中間子の諸性質からパリティを破る因子を再現できるかを検証したい。次の第2章で酒井-杉本モデルを紹介し、続く第3章でパリティを破る反応について評価する。そして最後にまとめと今後の課題について述べたい。なお本論では自然単位系（ $\hbar = c = 1$ ）を用いることにする。

2 Sakai-Sugimoto model

2.1 超弦理論と D-brane

場の量子論を背景にしている素粒子論は、その名からわかるように点粒子、つまり大きさのない粒子を根源的なものとしている。しかし、弦理論は点ではなく、さらに1次元を上げてひもを根源的なものとする。歴史的にはハドロンの性質を説明するために南部陽一郎等によって導入されたが、ボソン状態の記述しかうまくいかなかった。しかし1980年代ボソンとフェルミオンとの対称性である超対称性を導入することにより、フェルミオンも記述することができるようになり、弦理論は超弦理論として第1次の黄金期を迎えることになる。超弦理論は、一般相対性理論における重力と同様な2階反対称テンソルを必然的に含むので、重力をも自然に説明できる大統一理論（Grand Unified Theory, GUT）の有力な候補として脚光を浴びた。超弦理論には Type I, Type IIA, Type IIB, Heterotic $\text{SO}(32)$, Heterotic $E_8 \times E_8$ の5つがある。これら5つのうち、本論で詳述する酒井-杉本モデルは Type IIA に属している。Type IIA のボソンに対する massless 場は、NS-NS セクター¹にディラトン ϕ （スカラー場）、重力場 $g_{\mu\nu}$ 、2-form 場 B_2 が、R-R セクター²に 1-form 場 C_1 、3-form 場 C_3 などがある。この R-R セクターの $(p+1)$ -form 場 C_{p+1} に対して Dp -brane（開弦の端点のがのれる $p+1$ 次元の膜）を考える。ひもの端点が D -brane 上に固定されているので、これを固定端境界条件（Dirichlet boundary condition）という。

2.2 Gauge/String duality

ひもの長さが十分に短いとき弦は D -brane 上に乗った粒子とみなすことができるだろう。このことは Dp -brane 上の massless 場をゲージ場と見ることに対応する。より具体的には Dp -brane 上には $\mu = 0 \sim p$ の脚をもつ $U(1)$ ゲージ場 A_μ ³があり、これは $p+1$ 次元のゲージ場とみなすことができる。たとえ

¹NS はヌーバー、シュワルツと読む。人名から由来する。詳しくは超弦理論の教科書を参照のこと。

²R はラモンとよむ。上記と同様に人名から由来する。

³これと $i=p+1, p+2, \dots, 9$ の脚をもつスカラー場 ϕ_i が得られる。このスカラー場も $N \times N$ 行列で表現される。この行列が完全に対角化できなかつ各対角成分が異なっていれば $U(N)$ は破れて $U(1)^N$ になる。

表 1: brane の配置

	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
D4×Nc 枚	○	○	○	○	○	×	×	×	×	×
D8-D8×Nf 枚	○	○	○	○	×	○	○	○	○	○

ば D-brane が N 枚ぴったり重なった場合、開弦がどの D-brane 上に乗っているかを示す脚がちょうどゲージの脚に対応して $N \times N$ 行列とみなせ、ゲージ群が $U(N)$ であると考えることができる。

ゲージ理論と超弦理論は一見まったく異なるが、このように等価になることを Gauge/String duality という [4]。具体例として、4 次元の Super Yang-Mills ($\mathcal{N}=4$ SYM) ⁴と $AdS_5 \times S_5$ における超弦理論との間の duality がある。これは D3-brane をぴったり N 枚重ねる系を考えることによって得られる。

また、D-brane には tension があり、これを単位体積あたりの質量と見なすことによって曲がった時空を考えることができる。どんな曲がった時空が得られるかは超弦理論の massless mode に限った低エネルギー有効理論としての超重力理論の方程式を解く必要がある。この解を Dp-brane 解という。

2.3 D-brane を用いた QCD の構成

量子色力学 (Quantum Chromo Dynamics, 以下 QCD) とは、強い相互作用を介して反応する粒子、具体的にはフェルミ粒子であるクォークと、ゲージ粒子であるグルーオン (膠着子) とを取り扱う学問である。クォークやグルーオンには色価 (color) の自由度 N_c を持っているので、QCD は $SU(N_c)$ のゲージ理論になっている。またクォークの種別を行う量子数としてフレーバー価 f を導入しておく。フレーバーの数を N_f とすると、標準理論で各世代 2 つずつのフレーバーをもち、第 3 世代までであるので全部で $N_f=6$ のフレーバーを持つ。酒井-杉本モデルでは、massless Dirac fermion をクォークとみなして N_f 種あると考える。これは $SU(N_f)$ 群の基本表現となっている⁵。QCD は非可換ゲージ理論の Yang-Mills 理論の代表例である。特に低エネルギー状態を扱う massless QCD は純粋な 4 次元 Yang-Mills 場⁶にクォーク場を加え合わせたものとして扱うことができる。純粋な 4 次元 Yang-Mills 場は、Witten が 1998 年に D4-brane を用いて導き出すことに成功している [5]。またクォーク場に関しては、次に述べる酒井-杉本モデルにおいて D8-brane を導入することによって記述される。

2.4 Holographic QCD (酒井-杉本モデル)

Gauge/string duality のアイディアを用いるために D-brane を曲がった時空に置き換える操作を行う。具体的には D4-brane を曲がった時空とみなし、D8-brane はその曲がった時空に埋め込まれたものとして考える⁷。10 次元の時空を考える超弦理論で、X4 方向をコンパクト化の方向と考える (表 1 および図 1 参照)。図 1 に見るように X5 から X9 の動径方向を u と書くことにする。

図 1 中の $\overline{D8}$ は D8 の向き付けを反対にしたものである。2 つの端点が D4 上に固定された開弦がゲージ場に対応し、D4 と D8 上に端点を持つ開弦をクォークの左手成分とみなし、D4 と $\overline{D8}$ 上に端点をもつ開弦をクォークの右手成分とみなす。するとゲージ場は $U(N_c)$ の対称性を持ち、さらにクォークは N_f

⁴ $\mathcal{N}=4$ SYM は共形場理論 (Conformal field theory, CFT) の一種であり、一般に CFT に対応する超弦理論の時空は $AdS \times$ (適当な空間) の形で書けることが知られている。これを AdS/CFT 対応という。

⁵後で述べるように酒井-杉本モデルでは GeV 以下の低エネルギーに注目するので、 $N_f=2$ とする。これは GeV スケールから見ると u クォーク (2-3MeV) と d クォーク (4-5MeV) は十分に軽く massless 粒子とみなすことができるからである。

⁶つまり超対称性を含まない Yang-Mills 理論である。

⁷詳述しないが D4 と D8 の組み合わせは超対称性を破る。

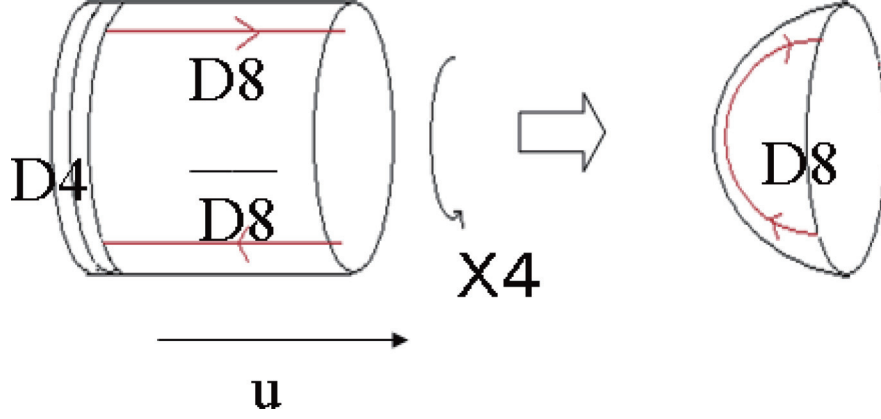


図 1: D-brane の配置とカイラル対称性の破れ

表 2: 対称性

	U(Nc) [D4]	U(Nf) [D8]	U(Nf) [$\overline{D8}$]
A_μ	ajoint	1	1
ψ_L	Nc	Nf	1
ψ_R	Nc	1	Nf

種あることになる。これはまさしく Nf 個の massless quark を持つ場合の QCD となっている。そして $U(Nf)_L \times U(Nf)_R$ はそのカイラル対称性に対応する。

X4 方向をユークリッド化した時間とみなすといわゆる Black D4-brane 解と呼ばれる一般相対性理論におけるブラックホール解と似た解が得られる。そこでは周期的境界条件から地平線 UH を定義することができ、そこで $U=UH$ に近づく極限を考えることができる。これを near horizon limit (Maldacena limit) という。これは U がとても小さい領域だけを取り出す極限に対応する。この操作は図 1 において左側の図から右側の図への変換に対応する。これは $U(Nf)_L \times U(Nf)_R$ のカイラル対称性から、繋がった D8-brane が Nf 枚重なった $U(Nf)$ の対称性へ変換されたとみなすことができる。これはまさに QCD のカイラル対称性の自発的破れを再現したことになる。

以上のように曲がった時空に D8-brane を埋め込んだ弦理論による QCD の記述を holographic QCD という。D8-brane は 9 次元 (5 次元 $\times S_4$, S_4 を無視するにしても 5 次元) であり 4 次元より高次元である。このように高次元時空の 4 次元への双対性を holographic dual という。

図 1 の右側に描かれたカイラル対称性が破れた後の時空では D8-brane 上の 2 点に端点をもつ開弦はゲージ場を表し、これが中間子に対応する。D8-brane 上の開弦の有効作用は

$$S_{D8} = -T \int d^9 x e^{-\phi} \sqrt{-\det(g_{MN} + 2\pi l_s F_{MN})} + S_{CS} \quad (1)$$

で与えられる。 ϕ はスカラー場のディラトン場で時空のトポロジーによって変化する弦の結合定数によってその大きさは決定される。指標 M, N は D8-brane 上の座標の脚で、 F_{MN} は D8-brane 上のゲージ場を表している。 l_s はストリングの長さの特徴づける string length と呼ばれる量である。 S_{CS} は Charn-Simons の作用で、

$$S_{CS} = \int_{D8} C \wedge \text{Tr} \left(e^{\frac{F}{2\pi}} \right) \quad (2)$$

である。C は R-R 場であり、F は 2-form の場、 $\wedge$ はウェッジ積である。

式 (1), (2) に時空の計量や結合定数, ゲージ場を完全系で展開したものを代入し, 完全性などの諸条件を考慮して微分を含む固有値方程式を導出すると

$$-K^{1/3}\partial_z(K\partial_z\varphi_n) = \lambda_n\varphi_n \quad (3)$$

が得られる。ここで K は X4 方向の座標値 z の関数で $K = 1 + z^2$ で与えられる。この固有値方程式の解が様々な中間子に対応する。固有値にカルツァ-クラインの質量 M_{KK} の 2 乗を掛けたものが中間子の質量を与える。インプットとして $M_{KK} = 949\text{MeV}$ を代入するとかなりの実験結果を再現することが出来る。得られた場は, parity 変換, 荷電共役変換に対して不変になっている。

一方, 核子などのバリオンは, S4 にまきついた D4-brane として考える。D4-brane 上の U(1) ゲージ場を A^{D4} とすると

$$S_{CS}^{D4} \approx N_c \int A^{D4} \quad (4)$$

からバリオンの諸性質を説明することが出来る。これは D4-brane 上に N_c 個の単位電荷が載っている状態に対応している。電気力線の湧き出し口が N_c 個あるので吸い込み口も N_c 個ないといけない。これをガウス条件という。ガウス条件からひもの端をクォークとみればバリオンを構成することが出来る。また, 1960 年代の Skyrme モデル [6] と同様に, バリオンは中間子場の中のトポロジカルな励起として理解することもできる。

表 3: 結合定数

酒井-杉本モデルから得られる軸性結合定数 g_A と π 中間子-核子-核子間の結合定数 $g_{\pi NN}$ と ρ 中間子-核子-核子間の結合定数 $g_{\rho NN}$ と, Skyrme モデルから得られる各結合定数と, 各結合定数の実験値。

	酒井-杉本モデル [7]	Skyrme モデル [8]	実験値
g_A	0.734	0.61	1.27 [9]
$g_{\pi NN}$	7.46	8.9	13.2 [10]
$g_{\rho NN}$	5.80	—	4.2~6.5 [11]

表 3 に酒井-杉本モデルから予想されるハドロンの結合定数の値 [7] と, Skyrme モデルから予想される値 [8] および実験値をまとめておく。

3 Parity を破る核子反応について

1980 年代から 1990 年台初頭にかけて La, Br, Nb, Pd, Cd, Sn などの中重核への中性子入射反応において約 10 % にも及ぶ大きなパリティ非保存が次々に見つかり大きな問題となった。しかし現在ではこれらのパリティ非保存反応の機構は文献 [3] により判明している。パリティ非保存現象自体は原子核内のパリティの異なるエネルギー準位間の混合に由来し, パリティを破る相互作用ポテンシャルは Z や W ボソン交換に加えて軸性結合をする ρ や ω 中間子の交換の総和によって説明される。パリティ非保存現象が見出される確率の増大は, 混合準位のエネルギー間隔の狭さに起因していることが判明している。このために特定の核種においてのみ増幅が観測されるのである。

ここでは文献 [3] の結果と比較するために La (原子番号 57) 原子核に低エネルギー中性子 (入射エネルギー 0.73eV) を散乱させることを想定する。核反応については一体近似をとり, 同じスピン 1/2 をも

つ s 状態と p 状態の混合によるパリティ非保存を考える。中性子散乱を考えるので相互作用を媒介するカレントは中性のものに限ると、媒介粒子は弱い相互作用を直接媒介する Z ボソンと ρ^0 中間子と ω^0 中間子を考えればよい。文献 [3] の考察からパリティを破る行列要素の大きさは

$$\begin{aligned} \langle p_{1/2} | V_{PV} | s_{1/2} \rangle &= \langle p_{1/2} | V_{Z-exchangePV} | s_{1/2} \rangle \\ &+ \langle p_{1/2} | V_{\rho^0-exchangePV} | s_{1/2} \rangle + \langle p_{1/2} | V_{\omega^0-exchangePV} | s_{1/2} \rangle \\ &\approx 0.2\text{eV} \end{aligned} \quad (5)$$

程度である。このうち La 原子核に対して Z ボソン交換のパリティ非保存行列要素は

$$\langle p_{1/2} | V_{Z-exchangePV} | s_{1/2} \rangle \approx 0.1\text{eV} \quad (6)$$

程度なので、 ρ^0 中間子と ω^0 中間子の交換によるパリティ非保存行列要素は

$$\langle p_{1/2} | V_{\rho^0-exchangePV} | s_{1/2} \rangle + \langle p_{1/2} | V_{\omega^0-exchangePV} | s_{1/2} \rangle \approx 0.1\text{eV} \quad (7)$$

程度であれば実験結果を再現することができる。具体的にスピン $1/2$ の $s_{1/2}$ 状態, $p_{1/2}$ 状態を

$$|s_{1/2}\rangle = Y_{00}\chi_{ms}\frac{j_0(k_sr)}{\sqrt{V_0}} \quad (8)$$

$$|p_{1/2}\rangle = -(\sigma \cdot \hat{r})Y_{00}\chi_{ms}\frac{j_1(k_pr)}{\sqrt{V_1}} \quad (9)$$

にとる。ここで、 Y_{00} は球面調和関数、 σ はパウリ行列、また $l = s, p$ として

$V_l (= \frac{4}{3}\pi R^3 \int_0^R |j_l(k_l R)|^2 r^2 dr, R = 1.25A^{1/3}\text{fm}, R$ は原子核半径, A は原子番号) は規格化定数, $j_l(k_lr)$ は球面ベッセル関数である。またパリティを破る ρ^0 や ω^0 の相互作用ポテンシャルはボルン近似で

$$V_{\rho^0-exchangePV} = \frac{1}{m_{\rho^0}^2} F_0 [1 + \mu_v] \quad (10)$$

$$V_{\omega^0-exchangePV} = \frac{1}{m_{\omega^0}^2} G_0 [1 + \mu_v] \quad (11)$$

と与えられる [12]。ここで、 $m_{\rho^0} (= 775\text{MeV}/c^2)$ は ρ^0 中間子の質量, $m_{\omega^0} (= 783\text{MeV}/c^2)$ は中間子の質量, $\mu_v (= 3.70)$ はベクトル優勢モデルから得られるベクトル磁気能率, 同じく $\mu_s (= -0.12)$ はスカラー磁気能率である。また F_0, G_0 はそれぞれ

$$F_0 = -\frac{g_\rho g_{\rho NN}}{2} \quad (g_\rho = 2.79) \quad (12)$$

$$G_0 = -\frac{g_\omega g_{\omega NN}}{2} \quad (g_\omega = 8.37) \quad (13)$$

で与えられる。

この式 (12), (13) に酒井-杉本モデルの中間子-核子-核子間の結合定数を代入すればよい。しかしながら酒井-杉本モデルでは ρ 中間子と ω 中間子は混合状態として縮退しているので、

$$\begin{aligned} &\langle p_{1/2} | V_{\rho^0-exchangePV} | s_{1/2} \rangle + \langle p_{1/2} | V_{\omega^0-exchangePV} | s_{1/2} \rangle \\ &\approx 2 \times \langle p_{1/2} | V_{\rho^0-exchangePV} | s_{1/2} \rangle \end{aligned} \quad (14)$$

と仮定をする。式 (12) の結合定数 $g_{\rho^0 NN}$ に表 3 の酒井-杉本モデルから得られた値 $g_{\rho NN} = 5.80$ を代入すると中間子の交換によるパリティ非保存行列要素は、

$$\left\langle p_{1/2} \left| V_{\rho^0 \text{ and } \omega^0 - \text{exchange PV}} \right| s_{1/2} \right\rangle \approx 0.0416 \text{ eV} \quad (15)$$

となる。この値は文献 [3] の値 (0.07eV~0.12eV; 文献 [3] の Table.II を参照) と比較しても大きな差異はなく核子-核子反応におけるパリティ非保存を説明しうる値になっている。

4 議論とまとめ

本論文では、酒井-杉本モデル (ホログラフィック QCD) からパリティを破る原子核反応の行列要素を具体的に計算した。その結果これまでの実験結果を再現する場の量子論での計算と矛盾しない値であった。これは超弦理論が実験と比較しうる理論になっていることを示す重要な帰結である。またパリティの破れは弱い相互作用によって生じるので、超弦理論から弱い相互作用の記述が可能であることの傍証になるかもしれない。著者は超弦理論が現実世界を記述していることの確信を一步進めるに至った。今後はより多くの反応を計算し理解をさらに深めたい。

謝辞

本論文は、2012 年 9 月 3 日から 6 日にかけて東海大学山中湖セミナーハウスで行われた「中部夏の学校 2012」での Kavli IPMU の杉本茂樹氏の講義『超弦理論と QCD』に触発された部分がとても大きい。杉本氏には大変丁寧な説明と大変実りの多い議論をしていただいた。ここに深く謝意を表したい。

参考文献

- [1] T. Sakai and S. Sugimoto, *Low energy hadron physics in holographic QCD*, Prog. Theor. Phys. **113** (2005) 843, arXiv:hep-th/0412141.
- [2] T. Sakai and S. Sugimoto, *More on a holographic dual of QCD*, Prog. Theor. Phys. **114** (2005) 843, arXiv:hep-th/0507073.
- [3] H. Kasari and Y. Yamaguchi, *Parity Violation in Neutron-Nucleus Collisions at Very Low Energies*, Prog. Theor. Phys. **95** (1996) 1145.
- [4] J. M. Maldacena, *The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity*, Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231.
- [5] E. Witten, *Anti-de Sitter Space, Thermal Phase Transition, And Confinement In Gauge Theories*, Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 505.
- [6] T. Skyrme, *A unified field theory of mesons and baryons*, Nucl. Phys. **31** (1962) 556.
- [7] K. Hashimoto, T. Sakai and S. Sugimoto, *Holographic Baryons : Static Properties and Form Factors from Gauge/String Duality*, Prog. Theor. Phys. **120** (2008) 1093-1137. arXiv:0806.3122.
- [8] G. S. Adkins, C. R. Nappi and E. Witten, *Static Properties Of Nucleons In The Skyrme Model*, Nucl. Phys. B **228** (1983) 552.
- [9] J. Beringer et al. (Particle Data Group), *The Review of Particle Physics*, Phys. Rev. D **86** (2012) 010001. (URL:<http://pdg.lbl.gov>)
- [10] D. V. Bugg, *The pion nucleon coupling constant*, Eur. Phys. J. C **33** (2004), 505.
- [11] G. Hohler and E. Pietarinen, *The Rho N N Vertex In Vector Dominance Models*, Nucl. Phys. B **95** (1975), 210.
R. Machleidt, *The high-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential(CD-Bonn)*, Phys. Rev. C **63** (2001), 024001; nucl-th/0006014.
F. Gross and A. Stadler, *High-precision covariant one-boson-exchange potentials for np scattering below 350 MeV*, Phys. Lett. B **657** (2007), 176; arXiv:0704.1229.
- [12] E. G. Adelberger and W. C. Haxton, *Parity Violation in The Nucleon-Nucleon interaction*, Ann. Rev. Part. Sci. **35** (1985) 501.